R&E SOURCE

research & education

More of Mathematics

13 Jg. (2026), Nr. 2

Konferenzband zum Tag der Mathematik

Inhaltsverzeichnis
Tag der Mathematik

Editorial

Am 23. Februar 2026 fand an der Pädagogischen Hochschule Niederösterreich der Tag der Mathematik statt, der diesmal dem Thema „Mathematik digital gestalten – Lernen im Wandel“ gewidmet war. Die Tagung richtete sich an Lehrkräfte der Primarstufe und Mathematik-Lehrende der Sekundarstufe, die im Austausch mit Expert*innen zu neuen Ideen, Anregungen und Impulsen für Ihren Unterricht gelangen konnten. Darüber hinaus wurden in einer kleinen Mathematik-Messe neue Schulbücher, digitale Lernplattformen, Lern-Apps und klassische Unterrichtsmaterialien präsentiert. Das Organisationsteam dankt allen, die zum Gelingen dieser Veranstaltung beigetragen haben!

Christian Spreitzer

Über Mathematik und Juristerei

Edda Polz[1]

DOI: https://doi.org/10.53349/re-source.2026.i2.a1591

Zusammenfassung

Der Beitrag ist die schriftliche Fassung der Eröffnungsansprache der Vizerektorin anlässlich des *Tages der Mathematik* am 23. Februar 2026 an der PH NÖ. Es gilt das gesprochene Wort.

Stichwörter: Mathematik, Jus, KI, Tag der Mathematik

Iudex non calculate.

Liebe Sabine Apfler, mit diesem schon im antiken Rom geläufigen Rechtssatz vom Richter, der nicht rechnet, hast du *ausgerechnet* mich für heute eingeladen … ich befürchte, ein wenig nach dem Motto: Die Hausjuristin kennt sich beim Rechnen nicht aus.

Und mit dieser Entschuldigung erlaube ich mir, Sie alle heute ganz herzlich zu begrüßen – auch wenn ich auf die Frage, wieviel 2 plus 2 ist, standesgemäß antworte: es kommt darauf an! Zum kürzesten mathematischen Witz, den Sie sicher alle kennen und besser verstehen als ich, nenne ich den kürzesten juristischen Witz: In der Mathematik lautet er: *„Sei Epsilon kleiner null.“* Bei den Juristen heißt das dann: *„Der Gesetzeswortlaut ist klar.“* Beide Witze leben von unmöglichen Voraussetzungen.

Und Mathematik zu digitalisieren ist doch fast ein ähnlicher Widerspruch, wenn wir heute die Entwicklung der KI anschauen. Mathematik ist quasi immer schon gültig. Der pythagoreische Lehrsatz gilt seit dem sechsten vorchristlichen Jahrhundert und bleibt wohl sicher unvergänglich. Die Digitalisierung hat ihre Updates in ganz kurzen Abständen, sie fragmentiert unsere Zeit und macht das Leben radikal vergänglich.

Hier könnte man gleich auf den Diskurs zwischen Latein und Künstlicher Intelligenz als Unterrichtsgegenstände eingehen – aber das überlasse ich gerne anderen. Jenen Diskurs aber zwischen Mathematik und Digitalität, den Sie heute zu führen beabsichtigen, halte ich aus mehreren Gründen für spannend.

Die Mathematik als eine jahrtausendealte, abstrakte Wissenschaft existiert doch unabhängig von Technik, Computern oder Anwendungen. Digitalisierung dagegen ist ein modernes, technologisches Phänomen: Datenverarbeitung statt Beweise. Automatisierung statt Wahrheit. Effizienz statt Strukturen. Was für die Mathematik logische Deduktion und die vollständige Induktion, das ist für die Digitalität die neue Soft- und Hardware. Aber natürlich

[1] Pädagogische Hochschule Niederösterreich, Mühlgasse 67, 2500 Baden.
E-Mail: edda.polz@ph-noe.ac.at

gibt es auch Bindeglieder: die Algorithmen als ihre Sprachen; die Daten als ihre Mittel zum Analysieren.

Unsere Schüler*innen lernen in der Volksschule, dass nach der Zahl 3 die Zahl 4 kommt. Spätestens beim Bruchrechnen sollen sie begreifen, dass zwischen 3/5 und 4/5 nicht nur ein Arithmetisches Mittel liegt, nämlich 7/10, sondern eigentlich unendlich viele Brüche, die sie ab jetzt Rationale Zahlen nennen dürfen und müssen. Das braucht doch nicht nur ein So ist es, sondern auch das Warum. Wenn ich jetzt an die Künstliche Intelligenz denke und zusehe, wie sie in das Schulleben und in den Unterricht hereinbricht, dann stellt sich doch die Frage: Welche Veränderung der kognitiven Lernprozesse bietet die Veränderung des Unterrichtsangebots? Es geht natürlich nicht immer nur um richtig oder falsch, sondern auch darum, welche Lösungswege auch als Lösungsmöglichkeiten erkennbar werden – und umgekehrt.

Gaming the system – eine Fertigkeit so auszunutzen, dass man Vorteile bekommt, die nicht im Sinn der Regeln oder des ursprünglichen Zwecks sind – das ist, wie Inhalten zu folgen, ohne nach den Gründen zu fragen. Clickbaiting suggeriert zwar schnelles Zufriedenstellen der Neugier, aber es hat weder etwas mit Mathematik noch mit digitalem Lernen zu tun. Charticles – from chart and article – finden sich bei Instagram. Listicles – from list and article – finden sich in Blogs und bei TikTok. Digital Lifestyle oder e-living dagegen ist – jedenfalls für den Schulunterricht – viel mehr als nur der Umgang mit Geräten.

Digitale Mündigkeit soll unsere Schüler*innen dazu befähigen zu lernen, wie Algorithmen funktionieren, wie man Quellen prüft, wie man Daten schützt, und schließlich auch und besonders, wie man digitale Verantwortung übernimmt – als Grundlage für demokratische Teilhabe. Und dazu dient doch die Nutzung digitaler Tools für die Lösung mathematischer Probleme. Vielleicht könnten wir mit solchen Überlegungen unsere Schüler*innen stärker auf ihre Arbeits- und Lebenswelt vorbereiten als mit der Diskussion über neue statt alte Fächer.

Liebe Sabine, wenn ich als Juristin versuche, über Mathematik zu reden, dann ist es so, als würde ein Fisch versuchen, eine Angel zu reparieren. Die Mathematiker*innen haben ihre Beweise. Die Jurist*innen haben ihre Argumente. Und die Künstliche Intelligenz alleine hilft nicht dabei, um herauszufinden, wem nun geglaubt werden soll.

Deshalb freue ich mich, geschätzte Kolleg*innen, über Ihre heutige Tagung zum Lernen im Wandel. Und ich hoffe zugleich, dass sie beim Wandel im Lernen Ihnen und uns allen an den Schulen und an der Hochschule Orientierung und Richtung gibt: vom Konsumieren zum Gestalten. Vom isolierten Lernen zum vernetzten Lernen. Vom statischen Wissen zum dynamischen Denken. Vom digitalen Werkzeug zur digitalen Ethik. Mathematik digital soll den Anspruch erheben, nicht nur zu verändern, was wir tun, sondern auch zu verändern, wer wir sind und werden.

Geschätzte Kolleg*innen, ich wünsche Ihnen und auch uns, beim Lernen im Wandel nicht nur Coach zu sein und Tutor, sondern auch Kompass und Vorbild. Dazu braucht es Richtung – Sie kennen ja den Kalenderspruch: Geht die Sonne auf im Westen, musst du deinen Kompass testen. Was das Lernen selbst betrifft: Nur der kaputte Kompass zeigt dorthin, wohin ihn andere drehen. Und was das Lehrer*in-Sein inmitten der neuen Medien betrifft, halten wir es doch mit einem alten pädagogischen Gedanken: Nicht der Wind, sondern das Segel bestimmt die Richtung. Den Wind können wir nicht ändern. Aber die Segel können wir setzen.

Dafür wünsche ich Ihnen heute und weit darüber hinaus frischen Wind! Und bei Gegenwind die Kraft, die Segel umzusetzen, um die Richtung beizubehalten, in die Ihr Kompass zeigt.

HS-Prof. Mag. iur. Dr. Edda Polz, BEd MEd PhD
Vizerektorin für Forschung und Hochschulentwicklung
an der Pädagogischen Hochschule Niederösterreich

Stop-Motion-Videos als Zugang zu Sachaufgaben in der Primarstufe

Sabine Apfler[1]

DOI: https://doi.org/10.53349/re-source.2026.i2.a1589

Zusammenfassung

Sachaufgaben nehmen im Mathematikunterricht der Primarstufe eine besondere Rolle ein, da sie mathematisches Lernen mit realitätsnahen und alltagsrelevanten Situationen verbinden. Doch für viele Kinder stellen sie eine große Herausforderung dar. Dieser Beitrag greift ein Verständnis von Sachrechnen auf, das Sachaufgaben als Prozesse des Modellierens versteht. Dabei stehen durch die Entwicklung eigener Sachgeschichten nicht allein das Rechenergebnis, sondern vor allem das Verstehen der Situation, das Entwickeln eines tragfähigen Modells sowie das Reflektieren des Lösungswegs im Mittelpunkt. Der Beitrag zeigt, wie Stop-Motion-Videos diesen Lösungsprozess auf motivierende und lernwirksame Weise begleiten können. Durch das schrittweise Erarbeiten von Sachsituationen mit Spielsachen und Alltagsmaterialien wird der Modellierungskreislauf in kleine, überschaubare Schritte zerlegt. Stop-Motion-Videos unterstützen dabei Denk- und Kommunikationsprozesse und dokumentieren gleichzeitig mathematische Lernprozesse. In diesem Artikel werden die didaktischen Aspekte dieses Ansatzes vorgestellt und anhand eines konkreten Unterrichtsbeispiels erläutert.

Stichwörter: Sachaufgaben, Modellieren, Stop-Motion-Videos

1 Einleitung

Sachaufgaben prägen den Mathematikunterricht der Primarstufe seit langer Zeit (Franke & Ruwisch, 2010), sind jedoch ein Bereich, der für viele Schüler*innen mit besonderen Schwierigkeiten verbunden ist. Diese Schwierigkeiten stehen meist nicht in Verbindung mit Problemen beim Rechnen oder dem Umgang mit Rechenoperationen, sondern vielmehr im Verstehen der beschriebenen Situation und in der Übersetzung in die Sprache der Mathematik, also der Bildung eines geeigneten mathematischen Modells (Kaufmann & Wessolowski, 2024).

In der mathematikdidaktischen Diskussion gewinnt ein Verständnis von Sachaufgaben, das über das bloße Anwenden von Rechenverfahren hinausgeht, an Bedeutung. (Rathgeb-Schnierer u.a., 2023) Sachaufgaben dienen dabei als Anlass, reale Situationen zu strukturieren, zu

[1] Pädagogische Hochschule Niederösterreich, Mühlgasse 67, 2500 Baden.
E-Mail: s.apfler@ph-noe.ac.at

interpretieren und mathematisch zu bearbeiten. Hier stellt sich die Frage, wie solche Aufgabenstellungen im Unterricht implementiert werden können, sodass sie für Schüler*innen der Primarstufe zugänglich und die einzelnen Schritte des Modellierens nachvollziehbar werden können.

Ein möglicher Ansatz liegt in der Verbindung von Sachrechnen mit kreativen und produktorientierten Arbeitsformen, bei denen Schüler*innen eigene Darstellungen gestalten, Situationen aktiv entwickeln und mathematische Zusammenhänge selbst konstruieren können. Durch den Einsatz digitaler Werkzeuge eröffnen sich hier neue, motivierende Möglichkeiten.

Der vorliegende Beitrag greift diese Überlegungen auf und stellt einen Zugang vor, der die Bearbeitung von Sachaufgaben und die Erstellung der Stop-Motion-Technik miteinander verbindet. Im Anschluss an die Darstellung zentraler theoretischer Grundlagen des Sachrechnens in der Primarstufe wird aufgezeigt, wie dieser Ansatz im Unterricht konkret umgesetzt werden kann und welche Potenziale sich daraus für das mathematische Lernen ergeben.

2 Sachaufgaben als Modellierungsprozesse

Die Arbeit mit Sachaufgaben hat in der Primarstufe eine lange Tradition, um Bezüge zur Alltagswelt der Schüler*innen herzustellen und „die Funktion von Mathematik als Werkzeug“ (Rathgeb-Schnierer u.a., 2023, S. 275) zu verdeutlichen. Damit gehört Sachrechnen in der Grundschule zu einem wesentlichen Bereich im Mathematikunterricht (Franke und Ruwisch, 2010). In den Bildungsstandards wird Sachrechnen jedoch nicht als eigener Kompetenzbereich betrachtet, vielmehr findet sich die Grundidee in allen prozessbezogenen Kompetenzbereichen, besonders jedoch im Kompetenzbereich Modellieren (BIFIE, 2009). Dabei erfüllt Sachrechnen unterschiedliche Funktionen und befindet sich damit in einem Spannungsdreieck, wie Franke und Ruwisch (2010) beschreiben. Daraus ergeben sich drei zentrale Zielsetzungen des Sachrechnens:

- **Sachrechnen als Anwenden von Mathematik:** Hier liegt der Schwerpunkt auf dem Anwenden, Üben und Festigen arithmetischer Aufgaben. Franke und Ruwisch (2010, S. 20) bezeichnen solche Aufgaben als „Kunstform“, da sie häufig wenig echten Realitätsbezug aufweisen.
- **Sachrechnen als Problemlösen:** Bei dieser Zielsetzung steht die Entwicklung erster heuristischer Strategien im Mittelpunkt. Dafür eignen sich beispielsweise Knobelaufgaben.
- **Sachrechnen als Umwelterschließung:** Mathematik dient vielfach dazu, zur Alltagsbewältigung beizutragen. Dafür eigenen sich realitätsnahe Beispiele, die Schüler*innen die Bedeutung von Mathematik im Alltag näherbringen, beispielsweise in Projekten, in denen sie Mathematik als Werkzeug zur Lösung von Alltagsproblemen erfahren.

Aus diesen Zielsetzungen ergeben sich nach Winter (1985, 2003) konsequenterweise Funktionen, die eng mit den Zielsetzungen verzahnt sind:

- **Sachrechnen als Lernstoff:** Mathematische Inhalte wie Größen (Längenmaße, Zeitmaße, Gewichtsmaße, Daten, usw.) werden in Sachsituation integrativ behandelt.
- **Sachrechnen als Lernprinzip:** Ausgangspunkt sind mathematische Vorerfahrungen von Schüler*innen, die aufgegriffen werden, um neues mathematisches Wissen zu erwerben oder bereits erworbenes Wissen anzuwenden und zu üben.
- **Sachrechnen als Lernziel:** Sachrechnen selbst ist Gegenstand des Mathematikunterrichts. Ziel ist es, dass Schüler*innen Umweltphänomene durch mathematisches Modellieren besser verstehen, bewusster erleben und kritisch hinterfragen.

2.1 Mathematisches Modellieren in der Primarstufe

Ein zentraler Zugang zum Sachrechnen ist also das Konzept des mathematischen Modellierens. Dabei wird die Bearbeitung von Sachaufgaben als Prozess verstanden, in dem reale oder realitätsnahe Situationen in mathematische Modelle überführt, bearbeitet und anschließend wieder auf die Ausgangssituation bezogen werden. Maaß und Grafenhofer (2019) zeigen anhand einer einfachen Grafik (Abb. 1), dass Mensch, Realität und Modell in einer Wechselbeziehung stehen. Dies bedeutet, dass wir zur Beschreibung der Realität ganz selbstverständlich Modelle verwenden, diese jedoch auch jederzeit verändern können, je nachdem, wie die Realität uns beeinflusst. Somit können sich Konsequenzen für alle drei Bereiche, für Mensch, Modell und Realität ergeben (siehe oberen Teil in Abb. 2).

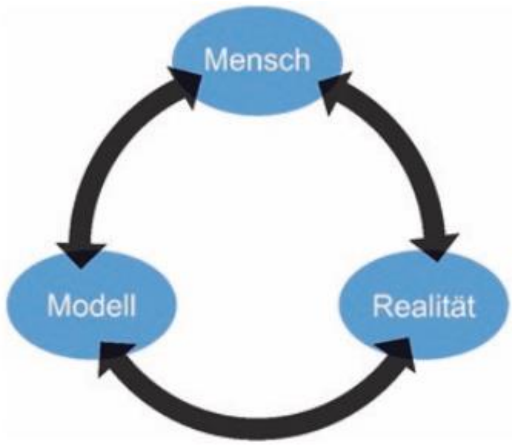


Abb. 1: Wechselbeziehung zwischen Mensch, Realität und Modell (Maaß und Grafenhofer 2019, S. 2)

Solche Modelle können sehr einfach und praxisnah sein, müssen jedoch nicht zwingend mathematisch sein. So haben Schüler*innen beispielsweise den Schulweg als modellhafte Vorstellung im Kopf. Um dieses Modell als Grundlage zur Darstellung eines Modellierungskreislaufes im Mathematikunterricht zu nutzen, ist es notwendig, sich mit dem Bereich des Modells detaillierter auseinanderzusetzen. Ein Modell wird als vereinfachte Darstellung der

Realität verstanden, wobei nur jene Aspekte berücksichtigt werden, die für die jeweilige Fragestellung relevant sind (Maaß, 2018). Dies können Skizzen, Diagramme, Tabellen oder Gleichungen sein.

Um so ein Modell erstellen zu können, müssen zuerst aus der Sachsituation die relevanten Daten identifiziert und ihre Struktur herausgearbeitet werden. Dies wird in Abbildung 2 durch die punktierte graue Linie dargestellt. Dieses mathematische Modell kann anschließend berechnet, überprüft und ausgewertet werden. Wesentlich ist, dass die Ergebnisse interpretiert werden und möglicherweise muss in einem Zyklus dieser Prozess noch einmal wiederholt werden, um ein geeigneteres Modell zu finden. Schlussendlich hat diese (mathematische) Modellierung wieder Konsequenzen und wirkt sich somit auf den Menschen und die Realität aus, wie der schwarze Pfeil links unten in Abbildung 2 veranschaulichen soll.

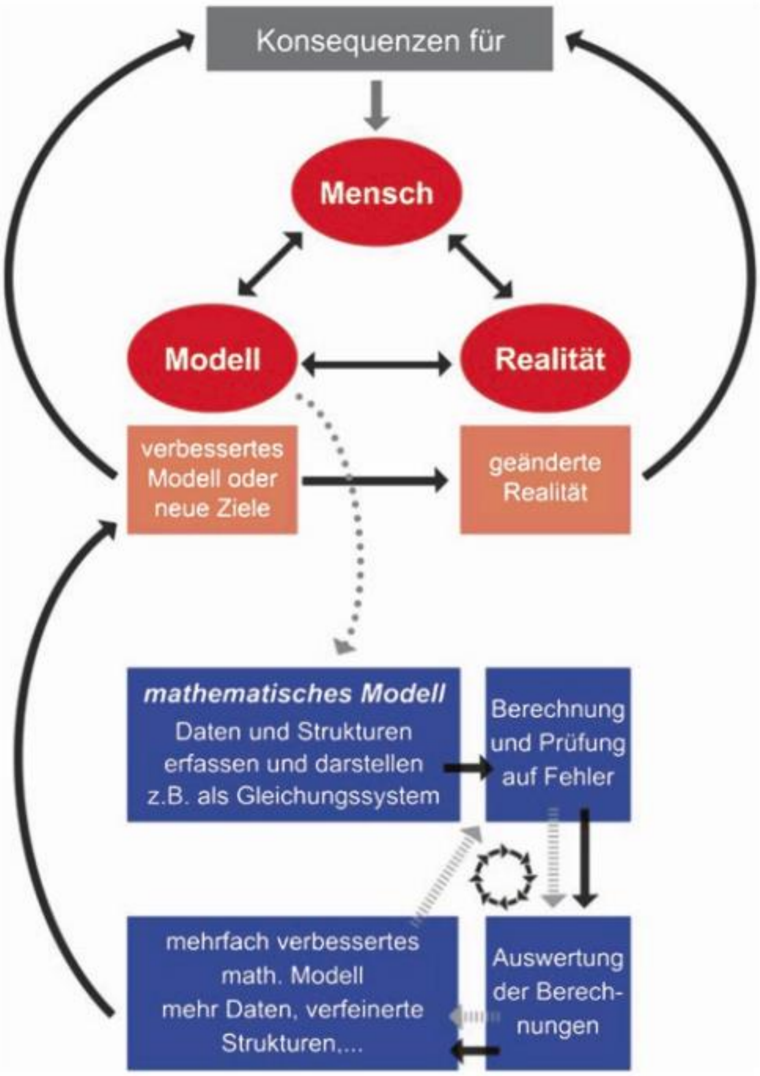


Abb. 2: Detaillierter Modellierungskreislauf (Maaß und Grafenhofer 2019, S. 2)

Nicht jede Sachaufgabe ist eine Modellierungsaufgabe. Maaß (2018) versteht unter Sachaufgaben alle Arten von Aufgabenstellungen, die einen realen oder realitätsnahen Bezug haben, wohingegen Modellierungsaufgaben Sachaufgaben bezeichnen, bei denen der Modellierungskreislauf vollständig oder teilweise durchlaufen wird. Damit bilden Modellierungsaufgaben eine Teilmenge von Sachaufgaben.

Zusammengefasst zeigt sich, dass der Modellierungskreislauf ein zyklischer Prozess ist, der vier Phasen durchläuft: Aus einer realen Situation ergibt sich zuerst ein reales Modell, bei dem die relevanten Aspekte herausgefiltert und vereinfacht werden. Dieses kann nun in ein mathematisches Modell übersetzt und mathematische Resultate erarbeitet werden. Diese werden interpretiert und wieder auf die reale Situation zurückbezogen (Franke und Ruwisch, 2010). Der Modellierungskreislauf ist eine idealisierte Darstellung, der in der schulischen Realität ein anspruchsvoller Prozess ist. Die Übersetzung eines Sachproblems in die mathematische Sprache muss von den Schüler*innen erst erlernt werden, was sie vor einige Herausforderungen stellt (Hasemann & Gasteiger, 2014).

2.2 Herausforderungen von Sachaufgaben

Die Bearbeitung von Sachaufgaben ist für Schüler*innen der Primarstufe besonders herausfordernd, da sie verschiedene Teilkompetenzen benötigen, die eng mit dem Modellierungsprozess in Zusammenhang stehen und bei denen eine Übersetzungsleistung zwischen der realen Situation und der mathematischen Ebene verlangt werden (Rathgeb-Schnierer u.a., 2023):

- **Sachsituationen verstehen:** Zum Verständnis von Sachsituationen müssen wichtige von unwichtigen Informationen unterschieden, die vorhandenen Zahlen in einem Sachkontext gedeutet und die sachlichen Beziehungen zwischen Zahlen erkannt werden. Werden die Sachsituationen in Form von schriftlichen Texten angeboten, spielen darüber hinaus Lesefertigkeiten und Textverständnis eine zentrale Rolle.
- **Sachkontext thematisieren:** Um einen Sachkontext thematisieren zu können, ist es wesentlich, dass Schüler*innen unterschiedliche Darstellungen und Modelle bereits kennen und nutzen können. Dies können konkrete Darstellungsmittel (Finger, Steckwürfel, Rechengeld …), Grafiken oder bildhafte Darstellungen (Strichlisten, Diagramme, Pläne …), geordnete Darstellungen (Tabellen …) oder Rechenschemata (Gleichungen, Rechenbäume …) sein. Zur Lösung einer Sachaufgabe muss das passende Modell gefunden werden.
- **Mathematische Werkzeuge nutzen:** Zu mathematischen Werkzeugen zählen ein fundiertes Zahl- und Operationsverständnis sowie flexible Rechenkompetenzen, die Schüler*innen benötigen, um Rechenoperationen durchzuführen, Tabellen zu zeichnen oder zu befüllen, Skizzen zu zeichnen, Strichlisten zu erstellen oder Diagramme zu zeichnen.
- **Ergebnisse interpretieren und validieren:** Die errechneten Werte müssen zur Fragestellung in Beziehung gesetzt und situativ geprüft werden.

Die Komplexität der erforderlichen Teilkompetenzen zur Lösung von Sachaufgaben zeigen, dass jeder einzelne Punkt Herausforderungen mit sich bringt, die gezielt fokussiert, thematisiert und geübt werden sollten. Im Anfangsunterricht bietet die Erarbeitung eines schematischen Vorgehens mit „Frage – Rechnung – Antwort“ den Vorteil, dass Schüler*innen ein Gerüst erhalten, mit dem sie erste Sachaufgaben bearbeiten können. Gerade die Entwicklung eigener möglicher Fragestellungen kann zu einem kritischen Umgang mit Sachsituationen führen und Schüler*innen dafür sensibilisieren, Sachaufgaben mit Verstand zu bearbeiten. (Hasemann & Gasteiger, 2014)

Eine Möglichkeit, diese Teilschritte in Form von Filmen für Schüler*innen der Primarstufe nachvollziehbar aufzubereiten, bietet die Arbeit mit der App „Stop Motion Studio“.

3 Stop-Motion-Technik als kreative Lernform

Digitale Medien gewinnen auch im Unterricht der Primarstufe zunehmend an Bedeutung. Sie eröffnen vielfältige Möglichkeiten, Lernprozesse zu gestalten und mathematische Inhalte auf unterschiedliche Weise zugänglich zu machen. Dabei steht nicht die Technologie selbst im Mittelpunkt, sondern ihr didaktisch sinnvoller Einsatz zur Unterstützung fachlicher Lernprozesse (Helm u.a., 2025).

Ein zentrales Potenzial digitaler Medien liegt in der Förderung aktiver und konstruktiver Lernprozesse. Durch interaktive und produktionsorientierte Formate können Schüler*innen nicht nur Inhalte rezipieren, sondern selbst gestalten, darstellen und reflektieren. Insbesondere im Bereich des Sachrechnens, der durch die Verknüpfung von Realität und Mathematik gekennzeichnet ist, können digitale Medien besonders im Anfangsunterricht dazu beitragen, Situationen anschaulich zu machen und unterschiedliche Darstellungsformen miteinander zu verbinden.

3.1 Die App „Stop Motion Studio“

Die Stop-Motion-Technik ist ein Verfahren der Filmproduktion, bei dem Bewegungen durch eine Abfolge von Einzelbildern erzeugt werden. Dabei werden Objekte schrittweise verändert und nach jeder kleinen Bewegung fotografiert. Werden die Einzelbilder anschließend schnell hintereinander abgespielt, entsteht der Eindruck einer kontinuierlichen Bewegung, ähnlich wie bei einem Daumenkino (Süss-Stepancik & Apfler, 2018).

Charakteristisch für diese Technik ist der verlangsamte und bewusst gestaltete Produktionsprozess. Bewegungen und Aktionen müssen in einzelne Schritte zerlegt, Szenen geplant und gezielt umgesetzt werden, wodurch eine intensive Auseinandersetzung mit den dargestellten Inhalten entsteht, die über eine bloße Rezeption hinausgeht.

Die Technik eröffnet die Möglichkeit, narrative Elemente in den Unterricht zu integrieren, um Geschichten zu entwickeln, strukturieren und visuell umzusetzen. Diese Verbindung von Erzählen und Darstellen ist insbesondere für das Sachrechnen von Bedeutung, da auch Sachaufgaben häufig narrative Strukturen aufweisen. Stop Motion kann somit als Brücke zwischen erzählten Situationen und mathematischer Struktur verstanden werden.

Für die Umsetzung von Stop-Motion-Projekten im Unterricht stehen verschiedene digitale Werkzeuge zur Verfügung. Eine besonders niedrigschwellige und verbreitete Anwendung ist die App „Stop Motion Studio“, die auf Tablets und Smartphones genutzt werden kann.

Die App zeichnet sich durch eine intuitive Benutzeroberfläche aus, die auch für jüngere Schüler*innen gut zugänglich ist, da Bilder direkt über die integrierte Kamera aufgenommen und unmittelbar in einer Zeitleiste angeordnet werden können. Die einzelnen Bilder lassen sich einfach bearbeiten, verschieben oder löschen, sodass Schüler*innen ihre Filme schrittweise entwickeln und anpassen können (Süss-Stepancik & Apfler, 2018).

3.2 Didaktisches Potenzial für das Sachrechnen

Bei der Arbeit Stop-Motion-Videos im mathematischen Anfangsunterricht der Primarstufe ergeben sich spezifische Potenziale für das Sachrechnen, insbesondere im Hinblick auf verstehensorientierte Lernprozesse und mathematisches Modellieren. Während klassische Sachaufgaben häufig textbasiert sind, ermöglicht Stop Motion eine visuelle und handlungsorientierte Darstellung von Situationen (Süss-Stepancik & Apfler, 2018).

Im Zentrum steht dabei die aktive Konstruktion von mathematischen Kontexten, bei denen Schüler*innen eigene Geschichten entwickeln, Szenen mit Spielsachen gestalten und überlegen, welche mathematischen Beziehungen darin enthalten sind. Dieser Prozess entspricht in wesentlichen Teilen dem Modellierungskreislauf: Eine reale oder gedachte Situation wird entworfen, strukturiert und in eine mathematische Fragestellung überführt.

Durch die visuelle Darstellung wird ein Realmodell erzeugt, welches mathematische Strukturen expliziter macht. Mengen, Veränderungen oder Beziehungen können konkret gezeigt und nachvollzogen werden, was besonders Kinder, die Schwierigkeiten haben, sich rein sprachlich beschriebene Situationen vorzustellen, unterstützt.

Darüber hinaus fördert die Arbeit mit Stop Motion zentrale Kompetenzen des Mathematikunterrichts. Die Schüler*innen müssen in kollaborativen Unterrichtssituationen ihre Ideen kommunizieren, Entscheidungen begründen und ihre Darstellungen reflektieren. Gleichzeitig wird ein Perspektivenwechsel angeregt: Anstatt ausschließlich vorgegebene Aufgaben zu lösen, entwickeln die Kinder eigene mathematische Fragestellungen und übernehmen damit eine aktivere Rolle im Lernprozess.

Stop Motion kann somit als Tool verstanden werden, das das Sachrechnen nicht nur ergänzt, sondern in besonderer Weise zur Förderung von Verständnis und Modellierungskompetenz beiträgt (Süss-Stepancik & Apfler, 2018). Die im Folgenden vorgestellte Idee wurde in einer ersten Klasse Volksschule erprobt.

Die Erstellung von Stop-Motion-Videos zu selbst entwickelten Sachaufgaben ist mit komplexen Lernprozessen verbunden, die verschiedene Kompetenzbereiche miteinander verknüpfen. Der Arbeitsprozess lässt sich in mehrere Phasen gliedern, die jeweils unterschiedliche Anforderungen an die Schüler*innen stellen. Am Beginn steht die Entwicklung einer geeigneten Situation. Dafür können die Schüler*innen ihre eigenen Spielsachen verwenden, die sie in die Schule mitbringen. Die Kinder überlegen gemeinsam in kleinen Gruppen, welche Geschichte sie in eine Sachaufgabe verpacken und darstellen möchten und welche mathematischen Aspekte darin enthalten sein könnten. Bereits in dieser Phase erfolgt eine erste Strukturierung der Situation im Hinblick auf mathematische Beziehungen.

Im nächsten Schritt wird die Szene geplant und gestaltet. Figuren, Materialien und Hintergründe werden ausgewählt und so arrangiert, dass die geplante Situation dargestellt werden kann. Die Schüler*innen müssen berücksichtigen, welche Elemente für das Verständnis der späteren Aufgabe notwendig sind. So werden die einzelnen Elemente einer Sachaufgabe – Formulierung des Sachproblems, Fragestellung, mathematisches Modell (z.B. eine Gleichung) und Formulierung der Antwort – explizit erarbeitet und dargestellt.

Besonders bei der Formulierung einer mathematischen Fragestellung müssen die Schüler*innen entscheiden, welche Frage sich aus ihrer dargestellten Situation ergibt und wie diese verständlich formuliert werden kann. Dies stellt eine anspruchsvolle Verbindung von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen dar. Die folgende Abbildung zeigt eine Schülerin einer ersten Schulstufe bei der Vorbereitung der Texte, die sie anschließend für ihr Video verwenden möchte.

Abb. 3: Vorbereitung der Texte (eigene Darstellung)

Die eigentliche Produktion des Films erfordert eine schrittweise Umsetzung der geplanten Handlung. Bewegungen werden in einzelne Schritte zerlegt und fotografisch festgehalten. Dieser Prozess verlangt Genauigkeit, Geduld und eine kontinuierliche Überprüfung der eigenen Darstellung. Die Schüler*innen arbeiten dabei in Gruppen, wie in Abbildung 4 ersichtlich. Während ein Kind für die Erstellung der Bilder zuständig ist, bewegt ein anderes Kind die Objekte.

Abb. 4: Schüler*innen bei der Erstellung von Stop-Motion-Videos (eigene Darstellung)

Abschließend erfolgen eine Präsentation und Reflexion der Ergebnisse. Die Schüler*innen betrachten die Filme, lösen die Aufgaben anderer Gruppen und diskutieren unterschiedliche Lösungswege, wodurch der Lernprozess vertieft und die mathematische Kommunikation gefördert wird.

Gemäß den von Franke und Ruwisch (2010) formulierten Zielsetzungen von Sachaufgaben wird hier die Verbindung von Sachaufgaben einerseits als Anwenden von Mathematik, andererseits auch als Beitrag zur Umwelterschließung deutlich. Auch die von Winter (1985, 2003) beschriebenen Funktionen können mit diesen Aufgabenstellungen abgebildet werden, zumindest die Funktionen „Sachaufgaben als Lernprinzip“ sowie „Sachaufgaben als Lernziel“. Werden des Weiteren Maße in diese Aufgabenstellungen integriert, so wird auch die Funktion „Sachaufgaben als Lernstoff“ mit einbezogen.

Der Einsatz von Stop Motion Videos im Mathematikunterricht der Primarstufe ist jedoch auch mit Herausforderungen verbunden. Die Durchführung von Stop-Motion-Projekten erfordert Zeit, sowohl für die Einführung der Technik als auch für die Umsetzung der Filme. Zudem müssen organisatorische und technische Rahmenbedingungen berücksichtigt werden, etwa die Verfügbarkeit von Geräten oder die Strukturierung der Arbeitsprozesse.

Eine weitere Herausforderung besteht darin, die Balance zwischen kreativer Gestaltung und mathematischer Zielsetzung zu halten. Es ist wichtig, dass die inhaltliche Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen im Vordergrund bleibt und nicht von der filmischen Umsetzung überlagert wird.

Insgesamt lässt sich jedoch festhalten, dass der Einsatz von Stop Motion ein hohes didaktisches Potenzial besitzt, sofern er gezielt geplant und in einen fachlich fundierten Unterrichtskontext eingebettet wird.

4 Zusammenfassung

Zusammenfassend zeigt sich, dass beim Erstellen von Stop-Motion-Sachaufgaben ein hoher Grad an kognitiver Aktivierung erreicht wird. Die Schüler*innen sind nicht nur ausführend tätig, sondern gestalten, reflektieren und verbinden verschiedene Aspekte des Lernens miteinander. Der Einsatz von Stop-Motion-Videos im Mathematikunterricht bietet vielfältige Chancen, ist jedoch auch mit bestimmten Herausforderungen verbunden.

Zu den zentralen Chancen zählt die hohe Motivation der Schüler*innen. Die Möglichkeit, eigene Filme zu erstellen und kreative Ideen umzusetzen, wirkt für viele Kinder ansprechend und aktivierend. Darüber hinaus eröffnet die Methode vielfältige Differenzierungsmöglichkeiten, da Aufgabenstellungen und Umsetzungsformen individuell angepasst werden können.

Ein weiterer Vorteil liegt in der Förderung sprachlicher Kompetenzen. Durch das Erzählen, Beschreiben und Diskutieren von Situationen wird die Verbindung zwischen Sprache und Mathematik gestärkt. Gleichzeitig unterstützt die visuelle Darstellung das Verständnis von Sachzusammenhängen sowie Modellierungsprozessen und kann insbesondere für leistungsschwächere Schüler*innen hilfreich sein.

Literatur

BIFIE (2009). Praxishandbuch für „Mathematik“. 4. Schulstufe. Leykam, Graz.

Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (2. Aufl.). Springer Spektrum Heidelberg.

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik.* (3. Aufl.). Springer Spektrum Heidelberg.

Helm, C., Aistleitner, T., Große, C. S., & öbv (2025). *Lehrkräftebefragung zum Einsatz digitaler Medien im Unterricht – 2024. JKU-Bildungsbarometer #10.* Johannes Kepler Universität Linz, School of Education

Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2024). *Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine* (6. Aufl.). Kallmeyer, Hannover.

Maaß, J. & Grasenhofer, I. (2019). Einige Überlegungen zum Modellieren. In: *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 6*, Realitätsbezüge im Mathematikunterricht, Springer Fachmedien Wiesbaden

Maaß, K. (2018). Qualitätskriterien für den Unterricht zum Modellieren in der Grundschule. In: K. Eilerts, K. Skutella (Hrsg.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 5*, Realitätsbezüge im Mathematikunterricht, Springer Fachmedien Wiesbaden

Rathgeb-Schnierer, E., Schuler, S. & Schütte, S. (2023). *Mathematikunterricht in der Grundschule. Lernangebote fachorientiert, kindorientiert und differenziert gestalten.* Springer Spektrum Berlin.

Süss-Stepancik E. & Apfler, S. (2018). Stop-Motion-Filme zur Bearbeitung von Sachaufgaben im Anfangsunterricht nutzen. In: S. Ladel, U. Kortenkamp & Etzold, H. (Hsg.). *Mathematik mit digitalen Medien – konkret. Ein Handbuch für Lehrpersonen der Primarstufe.* WTM Münster.

Winter, H. (1985). *Sachrechnen in der Grundschule.* CVK, Bielefeld.

Winter, H. (2003). ‚Gute Aufgaben‘ für das Sachrechnen. In: Baum, Monika; Wielpütz, Hans (Hrsg.): *Mathematik in der Grundschule. Ein Arbeitsbuch* (S. 177–183). Seelze: Kallmeyer.

KI als Lernbegleiter

Förderung von Autonomie durch einen Chatbot in der MatheArena-App

Thomas Benesch[1], Eva-Maria Infanger[2], Corinna Hörmann[3]

DOI: https://doi.org/10.53349/re-source.2026.i2.a1562

Zusammenfassung

Digitale Werkzeuge führen zu einer tiefgreifenden Veränderung von Lehr- und Lernprozessen. Dies führt zu dem nachfolgenden Beitrag über einen auf pädagogischer Basis entwickelten KI-Chatbot und dessen Integration in die mobile Mathematik-Lernplattform *MatheArena*. Individuelles Lernen soll durch eine dynamische individuelle Unterstützung gefördert werden, die auf die spezifischen Kontextbedingungen eingeht und so die Motivation der Lernenden fördert. Der Chatbot ergänzt adaptive Aufgabenvorschläge der App, die auf einem Elo-Algorithmus basieren und den Schwierigkeitsgrad laufend anpassen. Didaktisch orientiert sich der Ansatz am sokratischen Tutoring: Statt fertige Lösungen zu liefern, begleitet der Chatbot Lernende durch Fragen, Hinweise und Unterstützung bei eigenständigem Problemlösen. Technisch basiert das System auf dem Large Language Model *Gemini Flash*, das hinsichtlich pädagogischer Steuerung, Themenfokus und Datenschutz optimiert wurde. Der Beitrag diskutiert, wie ein solcher Chatbot sinnvoll in die Didaktik eingebettet werden kann, um mathematisches Denken und Problemlösekompetenzen in digitalen Lernumgebungen gezielt zu fördern.

Stichwörter: Mobile Learning, Chatbot, Adaptive Lernsysteme, Autonomes Lernen, KI in der Bildung

1 Einleitung

In den letzten 25 Jahren haben die PISA-Ergebnisse in vielen europäischen Ländern einen stetigen Rückgang gezeigt (OECD, 2025), was die anhaltenden Debatten über die Wirksamkeit,

[1] MatheArena FlexCo, Engersdorf 30, 4921 Hohenzell
E-Mail: thomas@mathearena.com
[2] MatheArena FlexCo, Engersdorf 30, 4921 Hohenzell
E-Mail: infanger.eva-maria@gmx.at
[3] Universität Salzburg, Jakob-Haringer-Straße 2, 5020 Salzburg
E-Mail: corinna.hoermann@plus.ac.at

Relevanz und Anpassungsfähigkeit der derzeitigen Bildungssysteme belebt. In diesem Zusammenhang hat sich die Digitalisierung sowohl als Herausforderung als auch als möglicher Hebel für Transformation erwiesen. Die zunehmende Präsenz digitaler Werkzeuge in Bildungseinrichtungen eröffnet neue Möglichkeiten für Engagement und personalisiertes Lernen, birgt aber auch erhebliche Risiken.

Eine herausragende Entwicklung ist die rasche Einführung von Technologien, die auf Künstlicher Intelligenz (KI) basieren, wie z. B. Claude, Gemini oder ChatGPT. Eine Möglichkeit, KI im Bildungsbereich einzusetzen, sind Chatbots. Das Ziel eines Chatbots ist es, Interaktion mit Benutzer*innen über verschiedene Kommunikationskanäle (textuell, auditiv) zu erleichtern, um Befehle, Abfragen oder Anfragen zu verarbeiten und entsprechende Antworten zu liefern. Er ist so konzipiert, dass er einen intelligenten menschlichen Dialog simuliert und eine Erfahrung bietet, die der Interaktion mit einer realen Person unter Verwendung natürlicher Sprache möglichst ähnlich ist (Moral-Sánchez et al., 2023; Cheng et al., 2022). Während diese Werkzeuge vielversprechend sind, um das Lernen und die Kommunikation zu verbessern, bergen sie auch potenzielle Gefahren, darunter die Auseinandersetzung mit Fehlinformationen, Manipulation oder anderen Formen von Cyber-Risiken. Jüngste Erkenntnisse deuten darauf hin, dass 94% der österreichischen Jugendlichen KI-Chatbot nutzen, wobei ChatGPT am häufigsten genannt wird (Saferinternet.at, 2026). Dies unterstreicht den hohen Wert der Implementierung geschlossener, gut regulierter Chatbot-Systeme in Bildungskontexten.

Als Reaktion auf diese Entwicklungen hat *MatheArena* vor Kurzem einen eigenen KI-gestützten Chatbot integriert, der sich auch an die aktuelle mathematische Aufgabe der Nutzer*innen anpassen kann. Im Gegensatz zu Open-Access-Systemen ist diese Version auf die Bildungsziele der App zugeschnitten und bietet den Lernenden geführte Unterstützung in einer sicheren Umgebung, die auf den Lehrplan abgestimmt ist. *MatheArena* ist eine mobile Lernanwendung, die entwickelt wurde, um das Mathematiklernen in einer Vielzahl von Bildungsumgebungen und Altersgruppen zu unterstützen und zu verbessern. Mit lernerzentriertem Design und dem Fokus auf Offline-Zugänglichkeit bietet die Anwendung eine flexible und ansprechende Plattform für Lernende von der Primarstufe bis zur Matura (Klasse 12) sowie für erwachsene Lerner, die sich im lebenslangen Lernen engagieren. Die Anwendung ist für die individuelle Nutzung auf Smartphones und Tablets optimiert, was sie zu einem wertvollen Werkzeug für das selbstgesteuerte Lernen außerhalb des Klassenzimmers macht. Zudem wird adaptives Lernen unterstützt, indem Inhalte und Feedback auf den Fortschritt und die Bedürfnisse der Lernenden zugeschnitten werden.

2 Theoretischer Hintergrund

2.1 Individualisiertes Lernen und adaptive Systeme

Individualisiertes Lernen zählt zu den zentralen Herausforderungen zeitgemäßer Bildung. In heterogenen Lerngruppen variieren Vorwissen, Lerngeschwindigkeit und Motivation erheblich – ein einheitliches Lernangebot kann diesen Unterschieden strukturell nicht gerecht werden. Die Ressourcen der einzelnen Lehrkraft im Klassenkontext reichen für den Differenzierungsbedarf gleichzeitig nicht aus. Auch für selbstbestimmtes Lernen sind individualisierte Zugänge hoch relevant, um die Motivation hochzuhalten und einen nachhaltigen Lernerfolg zu ermöglich.

2.1.1 Adaptive Lernumgebungen

Adaptive Lernumgebungen begegnen dieser Herausforderung, indem sie Lerninhalte, Aufgabenschwierigkeiten und Rückmeldungen dynamisch an den individuellen Lernstand anpassen und eine vermittelnde Zwischeninstanz in der Lehr-Lern-Situation zur Verfügung stellen, wo Antworten abgegeben, Fragen gestellt, Feedback eingeholt und formative Diagnosen erhoben werden können.

Gallagher et al. (2020) beschreiben adaptive Lernumgebungen als Systeme, die kontinuierlich Leistungsdaten erheben, auswerten und auf deren Grundlage den weiteren Lernpfad modifizieren. Im Unterschied zu statischen Lernmaterialien reagieren solche Systeme auf das tatsächliche Verhalten der Lernenden: Fehlerquoten, Bearbeitungszeiten und Lösungsmuster fließen in die Steuerung des Lernangebots ein. Metaanalytische Befunde belegen die grundsätzliche Wirksamkeit dieses Ansatzes: Ma et al. (2014) zeigen in einer Metaanalyse über 107 Studien, dass intelligente Tutorsysteme gegenüber konventionellem Unterricht zu deutlichen Leistungsverbesserungen führen, mit einer mittleren Effektstärke von $d = 0.66$.

Allerdings ist bei der Interpretation solcher Befunde Vorsicht geboten. Die von Ma et al. (2014) untersuchten Systeme sind überwiegend regelbasierte *Intelligent Tutoring Systems* (ITS) mit explizitem Schüler-, Domänen- und Tutormodell – eine Architektur, die sich grundlegend von generativen Sprachmodellen wie Gemini Flash unterscheidet. Lin et al. (2023) zeigen in ihrer systematischen Überprüfung des Forschungsfeldes, dass KI-gestützte Tutorsysteme der neueren Generation zwar erhebliches Potenzial für personalisiertes Lernen aufweisen, dass aber robuste empirische Evidenz zur Lernwirksamkeit LLM-basierter Ansätze im schulischen Kontext noch aussteht. Awang et al. (2025) bestätigen diesen Befund in ihrer aktuellen Überblicksarbeit zu KI im Mathematikunterricht: Trotz wachsender Verbreitung KI-gestützter Lernwerkzeuge fehlen belastbare Langzeitstudien, die deren spezifische Wirksamkeit im Fach Mathematik empirisch absichern. Für den KI-Chatbot der *MatheArena*-App bedeutet dies, dass Wirksamkeitsannahmen mit entsprechender Zurückhaltung formuliert bzw. erst aufgezeigt werden müssen: Das System versteht sich ausdrücklich nicht als Ersatz für bewährte ITS-Architekturen oder für menschliche Tutoring-Interaktionen, sondern als niedrigschwellige Ergänzung zum adaptiven Kernsystem der App – eine Unterstützungsebene, die dort einsetzt, wo algorithmische Aufgabenauswahl allein nicht ausreicht.

2.1.2 Der Elo-Algorithmus als Grundlage adaptiver Aufgabensteuerung

Ein verbreitetes Verfahren zur Modellierung von Leistungsniveaus in adaptiven Systemen ist der Elo-Algorithmus. Ursprünglich aus dem Schachsport stammend, wurde das Modell für

Bildungskontexte adaptiert. Pelánek (2016) zeigt in einer Analyse verschiedener Anwendungsszenarien, dass der Elo-Algorithmus für adaptive Lernsysteme gut geeignet ist, sofern ausreichend Aufgabenbearbeitungen für eine stabile Schätzung vorliegen. In der *MatheArena*-App bildet der Elo-Algorithmus die technische Grundlage für die Aufgabenauswahl: Jede Aufgabe besitzt einen Schwierigkeitswert, und jede*r Schüler*in wird durch einen entsprechenden Kompetenzwert beschrieben. Nach jeder gelösten oder nicht gelösten Aufgabe werden beide Werte aktualisiert – gelingt die Lösung einer schwierigen Aufgabe, steigt der Kompetenzwert stärker als bei einer leichten; bei Misserfolg sinkt er entsprechend. Auf diese Weise entsteht ein kontinuierlicher Kalibrierungsprozess, der den Schwierigkeitsgrad der nächsten Aufgabe auf einem für das Lernen förderlichen Niveau hält – konzeptuell verankert im Konstrukt der „optimalen Herausforderung“ (Csikszentmihalyi, 1990).

Gleichwohl sind die Grenzen dieses Ansatzes nicht zu übergehen. Der Elo-Algorithmus modelliert Kompetenz als eindimensionalen Wert und bildet weder die innere Wissensstruktur der Lernenden noch die aufgabenspezifischen Teilkompetenzen ab. Pelánek (2016) weist zudem darauf hin, dass der Algorithmus bei stark variierenden Aufgabentypen und kleinen Stichproben an Genauigkeit verliert. Lernzuwächse, die schnell und sprunghaft erfolgen – etwa nach einem klärenden Unterrichtsgespräch – werden vom Algorithmus nur verzögert erfasst. Hinzu kommen kontextuelle Faktoren wie Tagesform oder emotionaler Zustand, die im Modell unberücksichtigt bleiben. Infanger et al. (2022) greifen diese Limitation im Kontext von *MatheArena* direkt auf und schlagen zeitinhomogene Markov-Ketten als alternatives Modellierungsverfahren vor, das Leistungsveränderungen über die Zeit differenzierter abbilden kann als der statische Elo-Ansatz – etwa indem es unterschiedliche Übergangswahrscheinlichkeiten für verschiedene Aufgabenschwierigkeiten und Lernphasen berücksichtigt. Dieser Ansatz verweist auf ein aktives Weiterentwicklungsfeld der zugrunde liegenden Kompetenzmodellierung, das für zukünftige Versionen der App relevant sein könnte. Weitere Alternativen wie das „Bayesian Knowledge Tracing“ (Corbett & Anderson, 1994) oder „Deep Knowledge Tracing“ (Piech et al., 2015) bieten ebenfalls differenziertere Möglichkeiten, sind jedoch mit höherem technischem Aufwand verbunden. Unter der Prämisse von bildungsgerechter, leistbarer und leicht zugänglicher Lernsoftware stellt der Elo-Algorithmus damit einen praktikablen Ausgangspunkt dar: robust, transparent und für den Schulkontext gut handhabbar – unter der Bedingung, dass seine Vereinfachungen bewusst in Kauf genommen und, wie von Infanger et al. (2022) angeregt, perspektivisch weiterentwickelt werden. Der Chatbot ergänzt diese algorithmische Grundlage um eine qualitative Dimension, die der Elo-Mechanismus strukturell nicht leisten kann: die prozessbegleitende, dialogische Unterstützung beim Verstehen.

2.1.3 Relevanz für das Mathematiklernen

Mathematik ist ein kumulatives Fach: Neue Inhalte bauen systematisch auf zuvor erworbenen Konzepten auf. Unangenehmer Nebeneffekt dieses nachhaltigen Lernansatzes sind Lücken im Vorwissen. Sie pflanzen sich sukzessive fort und können langfristig zu einem Rückstand führen,

 | ISSN 2313-1640

der durch frontalen Unterricht kaum mehr aufgeholt werden kann. Aktuelle PISA-Ergebnisse verdeutlichen, dass mathematische Grundkompetenzen in vielen Bildungssystemen nach wie vor eine zentrale Herausforderung darstellen (OECD, 2026). Adaptive Systeme sind in diesem Kontext besonders wertvoll, weil sie nicht nur den aktuellen Leistungsstand abbilden, sondern auch gezielte Übungsangebote für Bereiche bereitstellen, in denen individuelle Schwächen identifiziert wurden.

Die *MatheArena*-App differenziert dabei nach Entwicklungsstufe: Die Variante *Junior* richtet sich an Lernende der Sekundarstufe I, in der grundlegende algebraische und geometrische Konzepte aufgebaut werden; die Variante *Classic* adressiert Lernende der Sekundarstufe II, bei denen abstrakteres Denken und komplexere Problemlösestrategien im Vordergrund stehen. Benesch et al. (2023) dokumentieren in einem Fallbeispiel zum Einsatz von *MatheArena Junior* in einer ersten Klasse der Sekundarstufe I, dass die App eine sinnvolle Ergänzung zum Regelunterricht darstellen kann, wenn sie didaktisch eingebettet wird. Diese Differenzierung ist lernpsychologisch bedeutsam: Während Lernende der Sekundarstufe I stärker von konkreten Handlungshinweisen und engmaschigem Feedback profitieren, benötigen Lernende der Sekundarstufe II zunehmend Unterstützung bei der Entwicklung metakognitiver Strategien (Schneider & Artelt, 2010). Hinzu kommt der sogenannte „Expertise Reversal Effect“ (Kalyuga et al., 2003): Unterstützungsmaßnahmen, die für Lernende mit geringem Vorwissen förderlich sind, können für fortgeschrittenere Lernende redundant oder sogar hinderlich werden, da sie kognitive Kapazität binden, die für tieferes Verarbeiten genutzt werden könnte. Der Chatbot trägt dieser Unterschiedlichkeit Rechnung, indem er Hinweisdichte, Abstraktionsgrad und Kommunikationsweise an die jeweilige Zielgruppe anpasst.

2.2 Pädagogische Grundlagen

2.2.1 Drei Theorien – ein integratives Rahmenmodell

Die pädagogische Fundierung des Chatbot-Konzepts stützt sich auf drei einander ergänzende Theorietraditionen: die „Selbstbestimmungstheorie“ nach Deci und Ryan (SDT), Vygotskys „Konzept der Zone der proximalen Entwicklung“ (ZPD) und die „Cognitive Load Theory“ nach Sweller (CLT). Diese drei Perspektiven sind nicht unabhängig, sondern greifen im konkreten Interaktionsmoment ineinander: Die ZPD definiert den Lernraum, in dem die Aufgabe angesiedelt sein muss, damit nachhaltiger Lernfortschritt möglich wird. Die CLT beschreibt die Ausgestaltung des Userflows sowie die kognitive Architektur, innerhalb derer Scaffolding-Maßnahmen des Chatbots wirksam sein können. Die SDT erklärt, unter welchen motivationalen Bedingungen Lernende bereit sind, sich auf diesen Prozess einzulassen und wie die bewusste Implementierung der *MatheArena* im Unterrichtsgeschehen ideal orchestriert werden kann, um den Lernprozess bestmöglich zu begleiten.

Kommt es in einer konkreten Interaktion zu einem Konflikt zwischen diesen Dimensionen – etwa wenn ein*e Schüler*in kognitiv überlastet ist (CLT), gleichzeitig aber das Autonomieerleben durch zu direktive Hinweise oder emotional belastete Beziehung zur Lehrkraft gefährdet würde (SDT) – bietet der Chatbot eine alternative Anlaufstelle mit der klaren Priorität: Zunächst wird die kognitive Belastung durch Rückfragen benannt, erfasst und durch Beschreibungen und Anleitungsfragen reduziert, um überhaupt eine Grundlage für produktives Denken herzustellen; erst dann wird der Grad der Offenheit der Chatbot-Fragen schrittweise erhöht. Ohne kognitive Kapazität ist Autonomie im Lernprozess nicht erfahrbar.

2.2.2 Self-Determination Theory (Deci & Ryan)

Die Selbstbestimmungstheorie (Deci & Ryan, 2000) postuliert drei grundlegende psychologische Bedürfnisse, deren Erfüllung intrinsische Motivation begünstigt: Autonomie, Kompetenzerleben und soziale Eingebundenheit. Im Kontext der *MatheArena*-App kommt der SDT eine doppelte Funktion zu: Sie fundiert zum einen das Design des Chatbots selbst, zum anderen begründet sie die Einbettung der App als ergänzendes Unterrichtsmittel, das die Autonomie der Lernenden durch vielfältige Entscheidungsmöglichkeiten stärkt, ohne dabei die zwischenmenschliche soziale Interaktion zu ersetzen.

Autonomie bezeichnet das Erleben, das eigene Handeln selbst bestimmen zu können. Die App stärkt dieses Erleben, indem sie Lernenden vielfältige Entscheidungsmöglichkeiten eröffnet: Sie können selbst wählen, wann sie üben, welche Themenbereiche sie vertiefen und in welchem Ausmaß sie den Chatbot um Unterstützung bitten. Diese Wahlfreiheit ist eine qualitative Erweiterung gegenüber dem klassischen Unterrichtssetting, in dem Aufgabenauswahl und Tempo weitgehend durch die Lehrkraft bestimmt werden – eine zentrale und daher rare Ressource für die Einzelperson im Klassensetting. Li (2025) zeigt in einer aktuellen Untersuchung zum Einsatz KI-gestützter Chatbots im Mathematikunterricht, dass wahrgenommene Autonomie im Umgang mit dem System einen signifikanten positiven Effekt auf das Lerninteresse ausübt – ein Befund, der die SDT-basierte Designentscheidung empirisch stützt. Autonomieerleben setzt dabei voraus, dass die Aufgabe lösbar erscheint – was die Positionierung im Schwierigkeitsgefüge durch den Elo-Algorithmus zur motivationalen Grundbedingung macht.

Kompetenzerleben bezeichnet das Bedürfnis, sich als wirksam und fähig zu erleben. Der Elo-basierte Algorithmus ist direkt auf dieses Bedürfnis ausgerichtet. Gleichzeitig ist die Art der Rückmeldung entscheidend: Feedback, das den Lernprozess würdigt statt nur das Ergebnis, stärkt das Kompetenzerleben nachhaltiger als bloße Richtig-Falsch-Rückmeldungen (Hattie & Timperley, 2007). Der Chatbot ist entsprechend darauf ausgelegt, Bemühungen anzuerkennen und Denkschritte sichtbar zu machen – auch dann, wenn das Endergebnis noch nicht korrekt ist.

Soziale Eingebundenheit meint das Bedürfnis, in Beziehung zu anderen zu stehen und von bedeutsamen Personen wertgeschätzt zu werden. Es wäre verfehlt, einem KI-Chatbot echte Sozialität zuzuschreiben. Der Chatbot ist kein Ersatz für die Beziehung zwischen Lehrkraft und Lernenden und beansprucht das auch nicht. Seine Funktion ist eine andere: Er soll dort einspringen, wo zeitliche Ressourcen im Unterricht fehlen, um jedem*r Einzelnen individuell zu helfen, und damit Freiraum schaffen – Freiraum, den Lehrkräfte für tiefgehende Gespräche, konzeptuelle Schwierigkeiten und jene Momente nutzen können, die echte zwischenmenschliche Interaktion erfordern. Die soziale Eingebundenheit bleibt dabei strukturell Aufgabe der Lehrkraft und des Klassenverbands; der Chatbot ergänzt, entlastet und überbrückt – er substituiert nicht. Cheng et al. (2022) zeigen in diesem Zusammenhang, dass anthropomorphe Gestaltung von Chatbots zwar das Vertrauen und die Akzeptanz bei Nutzenden erhöhen kann, gleichzeitig aber andere Erwartungshaltungen erzeugt als bei klar als Maschine wahrgenommenen Systemen. Für das Design des Chatbots bedeutet dies: Eine zugewandte, responsiv gestaltete Kommunikation ist didaktisch sinnvoll, muss aber transparent machen, dass es sich um ein KI-System handelt – auch um unrealistischen Erwartungen an soziale Reziprozität vorzubeugen. Dass responsives Kommunikationsverhalten digitaler Systeme dennoch als angenehm erlebt werden kann, belegen bereits ältere Studien zur „Computers Are Social Actors-Hypothese“ (Nass & Reeves, 1996) – ein Effekt, der für die Akzeptanz des Chatbots relevant ist, ohne seine grundlegende Funktion zu verschieben.

2.2.3 Zone der proximalen Entwicklung (Vygotsky)

Vygotskys (1978) Konzept der Zone der proximalen Entwicklung unterscheidet zwischen dem aktuellen Entwicklungsstand – dem, was eine Person eigenständig leisten kann – und dem potenziellen Entwicklungsstand – dem, was sie mit Unterstützung zu erreichen vermag. Entscheidend ist das daraus abgeleitete Konzept des „Scaffolding”: temporäre, gezielte Unterstützung, die schrittweise zurückgenommen wird, sobald Lernende eigenständiges Handeln zeigen und so den Cognitive Load sukzessive trainieren.

Im Chatbot-Design konkretisiert sich dieses Prinzip als gestufte Hinweisstruktur: Der Chatbot beginnt mit einer offenen Frage, die zum eigenständigen Nachdenken einlädt. Nur wenn keine produktive Reaktion erfolgt, wird ein erster Hinweis gegeben – dann ein zweiter, spezifischerer. Fertige Lösungswege werden grundsätzlich nicht geliefert. Dieses Vorgehen entspricht dem sokratischen Tutoring, wie es in der deutschsprachigen Didaktik etwa von Leisen (2007) als Gesprächsführungsform beschrieben wird, die durch gezieltes Fragen kognitive Aktivität provoziert, anstatt Wissen direkt zu übertragen – und wie es in der englischsprachigen Forschungstradition bei Collins und Stevens (1982) sowie Graesser et al. (1995) systematisch ausgearbeitet wurde. Dabei ist anzumerken, dass sokratisches Tutoring in seiner ursprünglichen Form eine teleologische Gesprächsführung voraussetzt – der Tutor kennt das Ziel und richtet seine Fragen strategisch darauf aus. Ein generatives Sprachmodell operiert anders: Es generiert Folgefragen auf Basis statistischer Muster, nicht auf Basis eines expliziten Gesprächsziels. Diese strukturelle Differenz begrenzt den Anspruch des Chatbots: Er kann sokratisches Tutoring *approximieren*, nicht vollständig realisieren. Lin et al. (2023) weisen in diesem Zusammenhang darauf hin, dass LLM-basierte Systeme im Bildungskontext besonders dann an Grenzen stoßen, wenn eine präzise inhaltliche Steuerung des Dialogs erforderlich ist – ein Befund, der die Notwendigkeit der pädagogischen Konfiguration und thematischen Einschränkung von Lern-Chatbots unterstreicht. Im Quiz-internen KI-Chat der *MatheArena*-Apps wird diese Erkenntnis bereits berücksichtigt (siehe Kap. 4).

Dialogbasierte Tutoringsysteme, die Lernende zur aktiven Auseinandersetzung mit dem Lösungsweg anregen, erzielen gegenüber reinen Feedbacksystemen signifikant höhere Lernzuwächse (VanLehn, 2011). Jeon (2023) ergänzt diesen Befund aus dem Bereich des sprachgestützten Lernens: Chatbot-gestützte dynamische Assessments, die Lernende durch adaptive Folgefragen zur Vertiefung anregen, können diagnostisch wertvolle Einblicke in den Lernstand liefern – ein Potenzial, das auch für den mathematischen Kontext relevant ist. Die Verbindung zur adaptiven Aufgabensteuerung ist dabei funktional: Scaffolding funktioniert nur dann, wenn die Aufgabe tatsächlich in der ZPD liegt. Der Elo-Algorithmus übernimmt diese Positionierung auf algorithmischer Ebene, während der Chatbot die qualitative Begleitung innerhalb dieser Zone gestaltet.

2.2.4 Cognitive Load Theory

Die Cognitive Load Theory (Sweller, 1988; Paas et al., 2010) geht davon aus, dass das menschliche Arbeitsgedächtnis in seiner Kapazität begrenzt ist. Sweller unterscheidet drei Formen kognitiver Belastung: die *intrinsische* Belastung durch die Komplexität des Lernstoffs, die *extrinsische* Belastung durch unzureichend gestaltete Aufgaben oder Erklärungen, und die *lernrelevante* Belastung durch tiefes Verarbeiten und Schemabildung – letztere soll aktiv gefördert werden. Paas et al. (2010) präzisieren in ihrer Weiterentwicklung der Theorie, dass diese drei Formen nicht unabhängig wirken, sondern in ihrer Summe die verfügbare Arbeitsgedächtniskapazität belasten – mit direkten Konsequenzen für das Instruktionsdesign.

Für den Chatbot ergeben sich daraus direkte Gestaltungskonsequenzen, die mit den beiden anderen Theorien verknüpft sind. Intrinsische Belastung hängt mit der Aufgabenschwierigkeit zusammen – hier setzt der Elo-Algorithmus an, indem er Überforderung systematisch reduziert. Extrinsische Belastung entsteht durch unklare oder das Individuum unverständliche Formulierungen oder zu viele Informationen auf einmal – der Chatbot minimiert sie durch knappe, schrittweise Hinweise. Lernrelevante Belastung wird gefördert, indem der Chatbot Lernende zur Verbalisierung von Lösungsschritten, zur Reflexion von Fehlern und zur Herstellung von Bezügen zu bekannten Konzepten auffordert – Strategien, die Hattie und Timperley (2007) als besonders wirksam auf der Prozess- und Selbstregulationsebene des Feedbacks ausweisen. Labadze et al. (2023) bestätigen in ihrer Literaturübersicht zu KI-Chatbots im Hochschulbereich, dass unmittelbares, adaptiv getimtes Feedback zu den zentralen Stärken chatbotgestützter Lernumgebungen zählt und zugleich, dass eine zu hohe Informationsdichte in Chatbot-Antworten die kognitive Belastung kontraproduktiv steigern kann.

Besondere Relevanz hat in diesem Zusammenhang der bereits erwähnte „Expertise Reversal Effect“: Was für Lernende mit geringem Vorwissen kognitive Entlastung schafft, kann für fortgeschrittene Lernende zur unnötigen Zusatzbelastung werden. Der Chatbot muss daher nicht nur auf das aktuelle Aufgabenniveau, sondern auch auf den Grad der Vorwissensstrukturierung der Lernenden reagieren – ein Anspruch, der in der pädagogischen Konfiguration beider App-Varianten theoretisch berücksichtigt wird.

2.3 KI-Chatbots im Bildungsbereich

Mit der Weiterentwicklung von Bildungstechnologien fließen die von Gallagher et al. (2022) beschriebenen Feedback-Loops des adaptiven Lernens (Anreize für Lernende, Reflexion und Metakognition der Lehrkraft und Maßnahmen der Lehrkraft) zunehmend in die Gestaltung digitaler Lernwerkzeuge ein. KI-gestützte Systeme beginnen, Aspekte dieses Zyklus widerzuspiegeln, indem sie dynamisch auf Benutzereingaben reagieren, was sie im Kontext des Lehrens und Lernens besonders relevant macht. Awang et al. (2025) identifizierten zwanzig kommerzialisierte KI-basierte Mathematik-Lerntools („AI-based mathematical education tools" – AIME), die KI integrieren, darunter „Khan Academy", „MathE", „Zapper", „GeoGebra", „Photomath" oder „Squirrel AI".

Gokcearslan et al. (2024) heben in ihrer systematischen Literaturrecherche die Vorteile des Einsatzes von Chatbots in der Bildung hervor. Sie stellten fest, dass die häufigsten Vorteile für Lernende „erhöhte Lernmotivation", „Entwicklung von Sprachkenntnissen", „verbesserte Lernleistung" und „personalisierte adaptive Lernumgebungen" sowie „Zeitersparnis", „Reduzierung der Arbeitsbelastung" und „Bereitstellung von Ressourcen" für Lehrende sind. Labadze et al. (2023) betonen zudem, dass KI-Chatbots Pädagog*innen vor allem bei Routineaufgaben und personalisierter Unterstützung helfen können. Wenn der Chatbot jedoch falsche Informationen oder Anweisungen liefert, könnte er die Schüler*innen irreführen und ihren Lernfortschritt somit sogar behindern (Labadze et al., 2023).

Schon seit der Definition des „Turing-Tests" im Jahr 1950 beschäftigen sich Forscher*innen damit, wie genau Chatbots menschliche Dialoge nachahmen können und ob sie uns wirklich davon überzeugen können, dass wir mit einer realen Person sprechen (Jeon, 2023). Dies erklärt, warum die rasante Entwicklung von Chatbots Bedenken hinsichtlich der Bildung, der Untergrabung der akademischen Integrität oder der Gefährdung der Lernergebnisse hervorgerufen hat (Martínez-Téllez & Camacho-Zuñiga, 2023; Anonymous et al., 2024). Daher hat die Europäische Kommission Leitlinien herausgegeben, um Pädagog*innen dabei zu unterstützen, KI verantwortungsbewusst einzusetzen, wobei sowohl die potenziellen Vorteile als auch die damit verbundenen Risiken hervorgehoben werden (European Commission, Directorate-General for Education, Youth, Sport and Culture, 2022). Auch die UNESCO veröffentlichte sowohl für Schüler*innen (UNESCO, 2024a) als auch für Lehrer*innen (UNESCO, 2024b) KI-Kompetenzrahmen, um sicherzustellen, dass alle am Bildungswesen Beteiligten darauf vorbereitet sind, mit neuen Technologien auf informierte Weise umzugehen. Gokcearslan et al. (2024) stellten trotzdem zahlreiche Kehrseiten von KI-Chatbots im Bildungsbereich für Schüler*innen fest, darunter „Einschränkung der Handlungsmöglichkeiten", „irreführende Antworten", „Einschränkung des personalisierten Feedbacks" und „Unfähigkeit, komplexe Ausdrücke zu verstehen". Zu den Nachteilen für die Lehrkraft zählen „Originalität und Plagiate", „Unfähigkeit, den Grad der Bereitschaft zu bestimmen" und „Schwierigkeiten bei der Entwicklung KI-gestützter Anwendungen".

3 Didaktisches Design des KI-Chatbots

Der KI-basierte Chatbot der *MatheArena* soll eine bedarfsgerechte, pädagogisch fundierte Lernunterstützung in einer mobilen Lernumgebung bieten, die die oben genannten Theorien miteinbezieht und bestehende Herausforderungen vorwegnimmt. Der Chatbot wurde entwickelt, um Herausforderungen zu bewältigen, die häufig beim Distance Learning oder beim selbstbestimmten Lernen in Mathematik auftreten, darunter mangelndes zeitnahes Feedback, nachlassende Motivation und fehlende Unterstützung durch Lehrpersonen. Durch die zusätzliche Einbettung eines Chatbots in jede einzelne Aufgabe fördert das System die Selbstständigkeit und Ausdauer der Lernenden und gewährleistet gleichzeitig eine hohe didaktische Qualität.

Auf Grundlage der Selbstbestimmungstheorie (Deci & Ryan, 1980) soll der Chatbot die grundlegenden psychologischen Bedürfnisse der Lernenden unterstützen: Autonomie (durch die Möglichkeit der Interaktion im eigenen Tempo), Kompetenz (durch die Bereitstellung von Unterstützung und Feedback) und Verbundenheit (durch die Simulation eines geführten Dialogs). Dabei orientiert sich der Chatbot außerdem an der „Cognitive Load Theory“, indem er prägnante und strukturierte Interaktionen bietet, sowie an Vygotskys „Zone of Proximal Development“, indem er die Unterstützung an den Schwierigkeitsgrad der Lernenden anpasst (Vygotsky & Cole, 1978).

Der Chatbot basiert auf dem sokratischen Unterrichtsmodell und folgt dabei strukturierten Dialogprinzipien, die aktives Lernen fördern sollen (Leisen, 2007). Um die Lernenden zu Lösungen zu führen, werden gezielte Fragen eingesetzt, anstatt direkt Antworten zu geben. Wenn Lernende Schwierigkeiten beim Verständnis haben, bietet das System schrittweise Hinweise, um zu verdeutlichen, wie das zugrunde liegende mathematische Konzept oder Verfahren funktioniert. Sollte auch das nicht zu einer Lösung führen, so werden Teillösungen angeboten, um den Problemlösungsprozess weiter zu unterstützen. Außerdem gibt der Chatbot durchgehend prägnante Antworten (begrenzt auf zwei oder drei Sätze), um die kognitive Belastung zu reduzieren und den Lernenden zu helfen, sich auf die Aufgabe zu konzentrieren. Die Sprache und der Tonfall des Chatbots sind bewusst unterstützend, forschungsbasiert und entwicklungsgerecht gestaltet, wobei mathematische Denkstrategien wie Deduktion, Induktion und logische Schlussfolgerungen angewandt werden.

4 Technische Umsetzung und Integration in *MatheArena*

Der *MatheArena* Chatbot basiert auf Gemini Flash, einem Large Language Model (LLM) von Google, das aufgrund seiner Kosteneffizienz, seiner Mehrsprachigkeit und seiner Eignung für den Einsatz im Bildungsbereich ausgewählt wurde. Um Halluzinationen zu reduzieren und die pädagogische Genauigkeit zu gewährleisten, arbeitet das LLM in einer eingeschränkten Generierungsumgebung, wodurch freie Antworten minimiert und inhaltlich abgestimmte Anleitungen priorisiert werden. Darüber hinaus wird der Interaktionsverlauf in jeden neuen Austausch übernommen, um die Kohärenz und den Kontext für die Lernenden aufrechtzuerhalten.

Um die Sicherheit der Lernenden zu gewährleisten, wurden mehrere Schutzmechanismen implementiert. Erstens verwendet der Chatbot Algorithmen zur Themenüberwachung, die von Mathematik abweichende Eingaben erkennen können. Werden unerwünschte Themen eingegeben, reagiert das System mit einer sanften Umleitung und ermutigt die Lernenden, sich auf die jeweilige mathematische Aufgabe zu konzentrieren. Sollten die Lernenden trotz dieser Weisungen wiederholt versuchen, sich auf abweichende Themen einzulassen, wird die Chat-Sitzung automatisch beendet, um den Fokus auf den Lernprozess zu erhalten. Weiters sind umfassende Datenschutzmaßnahmen vorhanden: Die Daten der Lernenden werden über die API anonymisiert und alle Datenverarbeitungsverfahren entsprechen den DSGVO-Standards.

Der Chatbot ist direkt in die *MatheArena*-Lernoberfläche eingebettet und erscheint als bewegliche Sprechblase, die bei jeder Aufgabe eingeblendet wird. Die Lernenden können mit dem Chatbot entweder per Text oder Sprache interagieren, wobei speech-to-text und text-to-speech zur Wahrung der Barrierefreiheit zur Verfügung stehen. Zusätzlich zur aufgabenspezifischen Integration ist ein universeller Chatbot auch außerhalb der Lernobjekte verfügbar, um metakognitive Fragen, motivierende Unterstützung und zusätzliche Übungsaufgaben zu ermöglichen. So ist der Chatbot vollständig in den Lernprozess von *MatheArena* integriert. Aktuell wurde der Chatbot erfolgreich auf Deutsch, Englisch, Türkisch und Indonesisch getestet. Dabei passt er sich automatisch an die Sprache der Benutzer*innen an und stellt dabei regionale mathematische Notationen sowie die Ausrichtung auf den jeweiligen Lehrplan zur Verfügung.

5 Anwendungsszenarien

Aus der Analyse der Interaktionsprotokolle der *MatheArena*-App werden die Auswirkungen des KI-Chatbots in den verschiedenen Lernsituationen ersichtlich. Nachfolgend werden exemplarische Nutzungmuster sowie die Chatbot-Funktion aus didaktischer Sicht erörtert.

5.1 Beispielhafte Lerninteraktion

In einer erfolgreichen, sokratischen Situation des Tutorings erkundigen sich Lernende nach mathematischen Konzepten oder Lösungen. Anstelle von direkten Antworten gibt der Chatbot Anleitungen, diese selbst zu finden, indem an Definitionen von Begriffen erinnert und lösbare Teilaufgaben gestellt werden. Im Lauf mehrerer Rückfragen baut der Bot die Lösungsfindung auf und knüpft daran die weitere Fragestellung an, bis das richtige Ergebnis gefunden wurde.

Dieser Ablauf entspricht dem sokratischen Tutoring, weil durch konkrete Fragen des Bots das selbständige Finden des Lösungswegs strukturiert wird. Damit wird die proximale Entwicklung in der Praxis realisiert: der Chatbot wirkt als temporäres Scaffolding und nimmt sich sukzessive bei erkennbarem eigenständigem Handeln zurück.

Bei falschen Vorstellungen verdeutlicht sich die Didaktik des Chatbots, indem Lösungen nicht direkt benannt werden, sondern durch spezifische Hinweise auf die Lösungsfindung ausgerichtet werden. Es gibt keine Form einer Bestrafung bei falschen und/oder fehlenden Antworten, stattdessen kehrt der Bot zum Ausgangspunkt zurück. Es wird so Druck vor dem ersten Hindernis genommen und der Schritt zu einer klar benannten Teilaufgabe gelenkt, die eigenständig von Lernenden bearbeitet werden kann. Dieser Ansatz entspricht der Cognitive Load Theory in Form einer Reduktion von extrinsischen Belastungen mittels klarer und schrittweiser Informationen, während zugleich intrinsische Belastungen aufgrund von Teilaufgaben aufrecht gehalten werden.

Einige Interaktionen können ohne eine Lösung enden, wenn die Lernenden wiederholt keine zielführende Antwort liefern. In diesen Fällen bleibt der Chatbot auf der sachlichen Ebene und hält den Dialog mit Wiederholungen bzw. einfachen Rückfragen aufrecht. Sollten darauf aber keine produktiven Reaktionen erfolgen (z. B. wenn Hinweise nicht aufgegriffen oder das Angebot einer helfenden Struktur nicht angenommen wird), erfolgt der Abbruch der Konversation. Hier endet der automatisierte Support, denn der Chatbot ersetzt keine Lehrkraft und deren diagnostischen Einfühlungsfähigkeiten, um in derartigen Situationen abwägen zu können, ob und welche alternativen Vorgehensweisen bzw. Methoden für den individuellen Fall zielführender wären. Das System hat hier nicht die Möglichkeit, emotionale Zustände von Lernenden zu erkennen – die soziale Eingebundenheit und Selbstbestimmungstheorie bleibt ihm vorbehalten.

5.2 Reaktion auf verschiedene Lernstände

Bei der Auswertung von Interaktionsdaten wird deutlich, wie der Chatbot seine Vorgehensweise an vorliegende Schwierigkeitsgrade aufbaut:

- einfache Aufgaben: Erklärungen, schrittweise Hilfe (wenig abstrakt, engmaschiges Scaffolding)
- mittlerer Schwierigkeitsgrad: Fehleranalyse durch den Bot, direktes Abfragen von Lösungen nach selbstständiger Vorarbeit
- fortgeschrittene Aufgaben: hier gibt es kaum Dokumentation über Interaktionen, aber es zeigt sich die Tendenz einer Anregung der Lernenden für metakognitives Nachdenken (mittels offener Fragen oder Reflexion von Strategien)

Dieser Aufbau je nach Aufgabenniveau mit der jeweiligen Form von Unterstützung des Chatbots zeigt dessen adaptive Grundausrichtung.

5.3 Verbindung mit Elo-Schwierigkeitsgrad

Die App verwendet einen Elo-basierten Algorithmus für eine dynamische Auswahl von Aufgaben. Die Schwierigkeitsgrade werden dabei laufend an den jeweiligen Kompetenzwert von Lernenden ausgerichtet. Diese laufende Kalibrierung zeigt sich in den Schwierigkeitsgraden (Beginner, Intermediate, Advanced): wenn Lernende eine Aufgabe mit Erfolg lösen können, ist die nächste Aufgabe tendenziell schwieriger und umgekehrt. Durch diesen algorithmischen Regelkreis werden Lernende immer mit dem für sie optimalen Niveau gefördert und herausgefordert.

Die automatische Anpassung wird durch den Chatbot mit einer qualitativen Ebene ergänzt, denn während durch den Elo-Algorithmus die Steuerung der Aufgaben erfolgt (quantitative Dimension), trägt der Chatbot zur prozessbegleitenden Unterstützung bei (qualitative Dimension), je nach vorliegendem Schwierigkeitsgrad. Bei einfacheren Aufgaben für ‚Beginner' tendiert der Bot zu stärkeren Hilfestellungen in Form von schrittweisen Tipps, Wiederholungen von Definitionen oder der engmaschigen Strukturierung des Lösungswegs, um die kognitive Belastung extrinsisch zu reduzieren. Bei mittleren und fortgeschrittenen Aufgaben wird diese Unterstützung verringert und dafür öfter zur selbstständigen Analyse aufgefordert, etwa anhand von offenen Fragen zum Anregen der metakognitiven Denkweise. Das System stellt so eine Verbindung der algorithmischen Adaptivität mit der didaktisch Gesprächsführung her, die sich abgestuften an dem individuellen Bedarf einer Hilfestellung von Lernenden ausrichtet.

6 Diskussion

Die beispielhaften Interaktionsdaten liefern die Basis zur Reflexion der Potenziale sowie Grenzen von KI-Chatbots im Mathematikunterricht.

6.1 Chancen für mathematisches Denken und Problemlösekompetenz

Die Analyse von Interaktionsprotokolle zeigt die Vielfalt an kognitiven Aktivitäten, die durch den Chatbot ausgelöst werden. Häufig gelingt es den Lernenden, die Lösung durch die gezielten Rückfragen und/oder abgestuften Hinweise eigenständig zu finden. Der größte Teil der Interaktionen trägt zur Klärung von mathematischen Grundbegriffen bei, indem der Chatbot wie ein Werkzeug für Begriffe genutzt werden kann, wodurch mathematische Grundvorstellungen solide weiterentwickelt werden können.

Die Problemlösekompetenz wird insbesondere in Dialogen gefördert, wenn Lernende durch den Chatbot angeregt werden, die Rechenschritte anzugeben und ihre Fehler zu reflektieren. Anstelle von fertigen Lösungen werden Fragen gestellt, um sich in kleinen Schritten mit der Aufgabe auseinanderzusetzen und die eigene Vorgehensweise kritisch zu reflektieren.

Dies ist nach der Lehr-Lernforschung eine besonders wirksame Strategie, weil der Fokus auf dem Prozess der Erkenntnisgewinnung und einem nachhaltigen Verständnis liegt.

Eine Studie von Li (2025) deutet darauf hin, dass Schüler*innen, die die Interaktion mit Chatbots als einfach und nützlich empfinden, eher Interesse am Lernprozess entwickeln, auch in einem Fach wie Mathematik, das häufig Unsicherheit und Ängste hervorruft. Lernende mit einer höheren Selbstwirksamkeit sind sicherer im Umgang mit KI-gestützten Tools, was wiederum ihre positive Bewertung der Nützlichkeit und Benutzerfreundlichkeit dieser Tools verstärkt (Li, 2025).

6.2 Rolle von KI als Tutor*in vs. Lehrer*in

Das Auswerten der Interaktionsdaten verdeutlicht, dass der Chatbot als Unterstützung (anstatt Ersatz) für Lehrkräfte dient, der praktisch als Werkzeug genutzt werden kann. Sie/Er kann durch Erklärungen von einfachen Definitionen, Wiederholungen von grundlegenden Verfahren und dem Bereitstellen von Übungen Lehrkräfte von diesen zeitintensiven Unterstützungstätigkeiten entlasten und dadurch Freiraum schaffen für pädagogische Kernaufgaben, die nur ein Mensch erfüllen kann.

Das soziale Einbinden von Lernenden ist weiterhin die Domäne von zwischenmenschlichen Interaktionen. In Chat-Protokollen sind kaum emotionale Aspekte vorhanden, da sie vor allem auf sachliche Inhalte und Aufgaben ausgerichtet sind. Das entspricht der systemimmanenten Funktion dieses Chatbots als Lerntool.

Gleichzeitig zeigt sich bei vereinzelt unangemessenen oder nicht auf eine Aufgabe bezogenen Äußerungen, dass persönliche Beziehungen durch Chatbots nicht ersetzt werden können/ sollen. In diesen Fällen werden die Grenzen von automatisierten Systemen ersichtlich, die beim Umgang mit sozial-emotionalen Lernbereichen eine Nachbereitung durch Menschen (in Form eines pädagogischen Einwirkens und/oder begleitende Gespräche) unersetzlich machen. Der Chatbot ist zwar fähig, störende bzw. irritierende Interaktionen zu erkennen und unterbricht diese, aber bei den Lehrkräften verbleibt die pädagogische Verantwortung zur Einordnung und Bearbeitung dieser Verhaltensweisen.

6.3 Grenzen: Fehlinterpretationen, Abhängigkeit, Monitoring

Obwohl das System unter pädagogischen Gesichtspunkten konfiguriert wurde, hat eine automatisierte Unterstützung entsprechende Grenzen. So kann der Chatbot bei ungenauen bzw. mehrdeutigen Eingaben mit Sicherheitsmeldungen reagieren, doch ist er nicht fähig, die konkrete kognitive Hürde zu erkennen, aufgrund der eine vermeintlich zusammenhanglose Antwort gegeben wird. An diesem Punkt zeigt sich der Unterschied zu einem herkömmlichen Intelligent Tutoring System mit konkretem Konzept zu Schüler*innen. Der Chatbot besitzt keinen derartigen diagnostischen Ansatz einer Wissensstruktur, sondern kann lediglich auf Sprachausdruck reagieren.

Weiters ist es möglich, dass die Nutzung abgebrochen wird, wenn sich durch die Interaktion nicht unmittelbar eine Lösung ergibt. Dieses Verhalten deutet auf die instrumentelle Nutzung des Systems hin, bei dem nur ein schnelles Abrufen der Ergebnisse im Interesse liegt. Dies steht im Widerspruch zum eigentlichen Zweck eines selbstständigen Denkens und verletzt das Prinzip eines sokratischen Tutorings. Es ist eine Herausforderung, bei den Lernenden die Bereitschaft zu einem dialogischen Prozess zugewinnen. Außerdem hat die Analyse gezeigt, dass Chats teilweise inhaltlich nicht zur Aufgabe passen oder sogar nicht angemessene Äußerungen enthalten. Obwohl der Chatbot diese Vorfälle durch die integrierten Sicherheitsmechanismen erkennt/unterbricht, bleiben menschliche Nachbearbeitungen unverzichtbar, um Missbrauch zu vermeiden und Lernende angemessen bei vorliegenden Verständnisproblemen zu unterstützen.

6.4 Technologieakzeptanz (TAM)

Die ersten Hinweise bezüglich der Akzeptanz des Chatbots können aus Nutzungsdaten abgeleitet werden. Die meisten mit Erfolg abgeschlossenen Interaktionen lassen vermuten, dass das System hilfreich und nützlich ist, denn die Lernenden kommen wieder und führen eigenständig Aufgaben mit dem Bot aus. Die hohe Zahl von gelösten Aufgaben kann als positiv für den subjektiv empfundenen Nutzen interpretiert werden, bei dem Nutzungsbereitschaft gefördert wird.

Die mitunter plötzlichen Abbrüche der Interaktionen liefern dagegen Hinweise auf mögliche Schwierigkeiten bei der Bedienung. Es kann etwa sein, dass der Dialog nicht nach den Erwartungen von Lernenden verläuft, z. B. wenn Rückfragen umständlich sind, Hilfestellungen nicht rasch genug erfolgen. Diese Abbrüche deuten an, dass manche die Nutzerfreundlichkeit als gering wahrnehmen.

Diese Interpretationen basieren derzeit auf indirekten Ableitungen aus den Protokollen der Interaktionen. Für eine valide Erfassung der realen Akzeptanz des Chatbots müssen die Einflussfaktoren für die Nutzung und Zufriedenheit identifiziert werden und es sind konkrete Befragungen der Nutzer*innen notwendig. So kann die Wirkung, der Nutzen und die Benutzerfreundlichkeit des Chatbots aus der Sicht von Lernenden untersucht werden.

7 Fazit & Ausblick

Die Analyse der Interaktionsprotokolle liefert die Bestätigung der konzeptionellen Idee, wie ein pädagogisch gerahmter KI-Chatbot niedrigschwellig den Mathematikunterricht unterstützen kann. Die Daten zeigen den vielfach erfolgreichen Beitrag des Chatbots, wenn Lernende selbstständig Lösungen erarbeiten sollen. Das Tool reagiert auf die verschiedenen Lernvoraussetzungen und passt die Unterstützung auf diese an. Durch das Kombinieren mit den adaptiven Aufgabenalgorithmus und dessen laufende Adaptierung des Schwierigkeitsgrads auf den jeweiligen Leistungsstand wird ein Gesamtsystem geboten, mit dem eine differenzierte und individuell ausgerichtete Förderung möglich wird.

Die Datenauswertung hat weitere spezifische Aspekte zur Optimierung aufgezeigt, etwa in Bezug auf das Erkennen von falschen Vorstellungen. Das System könnte eine bessere Fähigkeit aufweisen, um neben den falschen Aussagen auch die Wissenslücken dahinter genauer zu erfassen, damit konkret darauf eingegangen werden kann. Ein anderer Punkt wäre das metakognitive Gestalten von Dialogen. Bislang wurde vor allem auf die schrittweise Lösungsfindung abgezielt, doch könnten durch zusätzliche Reflexionsfragen nach einer abgeschlossenen Aufgabe Lernende dazu angeregt werden, das individuelle Vorgehen zu reflektieren und Lösungsstrategien zu bewerten. Des Weiteren hat sich gezeigt, dass bei einem sehr niedrigen Vorwissen vermehrt strukturierte Hilfestellungen notwendig wären. Dies könnte den Zugang durch den Ausbau eines gestuften Scaffoldings (z. B. mittels noch kleinerer Teilaufgaben oder ergänzender Veranschaulichungen) erleichtern.

Die soweit mögliche Analyse der Interaktionsdaten bietet einen wertvollen Einblick in die Nutzung des Chatbots in der Praxis und dessen charakteristische Merkmale. Notwendig wäre für zusätzliche Erkenntnisse eine kontrollierte Wirksamkeitsstudie; für den belastbaren Nachweis der Lernwirksamkeit des Systems ist eine randomisierte Feldstudie in Planung, bei der ein Vergleich von Lernenden mit/ohne Chatbot-Unterstützung unternommen wird. Ergänzend dazu erfolgen standardisierte Tests, die vor und auch nach der Interventionsphase durchgeführt werden. Zusätzlich werden qualitative Interviews mit Lehrkräften und Lernenden geführt, damit die subjektive Wahrnehmung der Unterstützung und die Akzeptanz der Technologie tiefergehend erfasst wird. Darüber hinaus werden die Lernpfade einer kombinierten Analyse unterzogen, bei der Veränderungen von algorithmisch geschätzten Kompetenzwerten inhaltlich mit den Interaktionen der Chats in Beziehung gesetzt werden. Diese Daten sollen die Weiterentwicklung des Chatbots ermöglichen, um die hier dargelegten Grenzen systematisch zu öffnen. So wird ein Beitrag geleistet, dass individualisiertes und selbstbestimmtes Mathematiklernen langfristig gesichert wird.

Anmerkungen

Dieses Projekt wurde durch Fördermittel der Österreichischen Forschungsförderungsgesellschaft FFG unterstützt.

Der vorliegende Artikel wurde mithilfe von KI-Tools verbessert: ChatGPT für die Ideenentwicklung und Verfeinerung, DeepL für Übersetzungen und Grammarly für Grammatik und Stil. Diese Tools trugen zur Klarheit und Kohärenz bei und stellten gleichzeitig die Einhaltung ethischer Standards und die Integrität der Autor*innen sicher.

Literatur

Awang, L., Yusop, F., & Danaee, M. (2025). Current practices and future direction of Artificial Intelligence in mathematics education: A systematic review. *International Electronic Journal of Mathematics Education.* https://doi.org/10.29333/iejme/16006

Benesch, T., Plank, V., & Infanger, E.-M. (2023). Einsatz von MatheArena Junior in der Sekundarstufe 1: Fallbeispiel 1. Klasse. *Wissenschaft, Wissenschaftlichkeit und Öffentlichkeit*, *(11)*, 52–55.

Cheng, X., Zhang, X., Cohen, J., & Mou, J. (2022). Human vs. AI: Understanding the impact of anthropomorphism on consumer response to chatbots from the perspective of trust and relationship norms. Information Processing & Management, 59(3):102940. https://doi.org/10.1016/j.ipm.2022.102940

Corbett, A. T., & Anderson, J. R. (1994). Knowledge tracing: Modeling the acquisition of procedural knowledge. *User Modeling and User-Adapted Interaction*, *4*(4), 253–278. https://doi.org/10.1007/BF01099821

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1980). Self-determination theory: When mind mediates behavior. *The Journal of Mind and Behavior*, *1*(1), 33–43.

European Commission, *Directorate-General for Education, Youth, Sport and Culture (2022). Ethical guidelines on the use of Artificial Intelligence (AI) and data in teaching and learning for educators.* https://data.europa.eu/doi/10.2766/153756

Gallagher, M. A., Parsons, S. A., & Vaughn, M. (2022). Adaptive teaching in mathematics: A review of the literature. *Educational Review,* 74(2):298–320. https://doi.org/10.1080/00131911.2020.1722065

Gokcearslan, S., Tosun, C., & Erdemir, Z. G. (2024). Benefits, challenges, and methods of artificial intelligence (AI) chatbots in education: A systematic literature review. *International Journal of Technology in Education*, *7.* https://doi.org/10.46328/ijte.600

Graesser, A. C., Person, N. K., & Magliano, J. P. (1995). Collaborative dialogue patterns in naturalistic one-to-one tutoring. *Applied Cognitive Psychology, 9*(6), 495–522.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81–112.

Infanger, E.-M., Infanger, G., Lavicza, Z., & Sobieczky, F. (2022). Applying Time-Inhomogeneous Markov Chains to Math Performance Rating. In G. Kotsis, A. M. Tjoa, I. Khalil, B. Moser, A. Taudes, A. Mashkoor, J. Sametinger, J. Martinez-Gil, F. Sobieczky, L. Fischer, R. Ramler, M. Khan, & G. Czech (Hrsg.), *Database and Expert Systems Applications—DEXA 2022 Workshops* (Bd. 1633, S. 11–21). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-14343-4_2

Jeon, J. (2023). Chatbot-assisted dynamic assessment (CA-DA) for L2 vocabulary learning and diagnosis. *Computer Assisted Language Learning*, *36*(7), 1338–1364. https://doi.org/10.1080/09588221.2021.1987272

Kalyuga, S., Ayres, P., Chandler, P., & Sweller, J. (2003). The expertise reversal effect. *Educational Psychologist, 38*(1), 23–31.

Labadze, L., Grigolia, M., & Machaidze, L. (2023). Role of AI chatbots in education: Systematic literature review. *International Journal of Educational Technology in Higher Education, 20*, 56. https://doi.org/10.1186/s41239-023-00426-1

Leisen, J. (2007). Unterrichtsgespräch: Fragend-entwickelnder Unterricht, sokratischer Dialog und Schülergespräche. In *Physik Methodik für die Sekundarstufen* (pp. 115–132). Cornelsen Verlag Scriptor.

Li, K. (2025). Factors influencing learners' learning interest when using AI chatbots-assisted math learning in higher education. *Frontiers in Psychology, 16*, 1716913. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2025.1716913

Lin, C. C., Huang, A. Y., & Lu, O. H. (2023). Artificial intelligence in intelligent tutoring systems toward sustainable education: A systematic review. *Smart Learning Environments, 10*(1), 41.

Ma, W., Adesope, O. O., Nesbit, J. C., & Liu, Q. (2014). Intelligent tutoring systems and learning outcomes: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, *106*(4), 901–918. https://doi.org/10.1037/a0037123

Martínez-Téllez, R., & Camacho-Zuñiga, C. (2023*). Enhancing mathematics education through AI Chatbots in a Flipped Learning Environment. 1–8.* https://doi.org/10.1109/weef-gedc59520.2023.10343838

Moral-Sánchez, S. N., Ruiz Rey, F. J., & Cebrián-de-la-Serna, M. (2023). Analysis of artificial intelligence chatbots and satisfaction for learning in mathematics education. IJERI: *International Journal of Educational Research and Innovation,* (20), 1–14. https://doi.org/10.46661/ijeri.8196

OECD. (2026). *Student performance (PISA)*. https://www.oecd.org/en/topics/student-performance-pisa.html

Paas, F., van Gog, T., & Sweller, J. (2010). Cognitive load theory: New conceptualizations, specifications, and integrated research perspectives. *Educational Psychology Review*, *22*(2), 115–121. https://doi.org/10.1007/s10648-010-9133-8

Pelánek, R. (2016). Applications of the Elo rating system in adaptive educational systems. *Computers & Education*, *98*, 169–179. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.03.017

Saferinternet.at. (2024). *Studie: Werkzeug, Ratgeber, Bezugsperson – 94 Prozent der Jugendlichen nutzen KI-Chatbots*. https://www.saferinternet.at/presse-detail/studie-werkzeug-ratgeber-bezugsperson-94-prozent-der-jugendlichen-nutzen-ki-chatbots

Schneider, W., & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 42*(2), 149–161.

Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. (2019). Cognitive architecture and instructional design: 20 years later. *Educational Psychology Review, 31*(2), 261–292.

UNESCO. (2024a*). AI competency framework for students.* https://doi.org/10.54675/JKJB9835

UNESCO. (2024b). *AI competency framework for teachers.* https://www.unesco.org/en/articles/ai-competency-framework-teachers

VanLehn, K. (2011). The relative effectiveness of human tutoring, intelligent tutoring systems, and other tutoring systems. *Educational Psychologist, 46*(4), 197–221.

Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

eSquirrel

Digitale Lehr- und Lernunterstützung im Mathematikunterricht

Roman Haas[1], *Michael Maurer*[2]

DOI: https://doi.org/10.53349/resource.2026.i2.a1587

Zusammenfassung

Der Mathematikunterricht kann sowohl für Lehrkräfte als auch für die Schüler*innen eine große Herausforderung sein. Die Heterogenität einer Klasse zeigt sich in unterschiedlichen Herangehensweisen, Lösungsansätzen und Sprachkompetenzen.

Diese Arbeit zeigt Möglichkeiten auf, wie die Lern-App eSquirrel als digitale Unterstützung für den Unterricht dienen kann. Sie stellt sich sowohl als *Lehr*unterstützung für Pädagog*innen dar, als auch als *Lern*unterstützung für Schüler*innen. Um der Heterogenität konstruktiv zu begegnen, können durch eSquirrel individualisierte Lernszenarien gestaltet sowie begleitet werden. Überdies fördert der spielerische Zugang die Motivation zum eigenständigen Wissenserwerb.

Eine Lern-App kann allerdings nur eine Unterstützung für den Unterricht sein, als diese bietet sie jedoch breite Möglichkeiten und Einsatzgebiete.

Mittels Learning Analytics, einem breiten Katalog an Beispielen und dem Autor*innentool ist es Lehrkräften möglich, Lernwege an Kinder und Jugendliche anzupassen. Dadurch haben Schüler*innen die Möglichkeit autonom zu entscheiden, wann und wie intensiv sie sich mit Themengebieten auseinandersetzen. Dazu kommen Gamification-Elemente, die freudvolle Lernerfahrungen kreieren sollen, umso die Motivation und Neugier hochzuhalten.

Stichwörter: Lehrunterstützung, Lernunterstützung, Gamification, Lern-Apps

1 Einleitung

Schulklassen sind heterogene Gebilde, insbesondere in Bereichen wie persönliche Lernstrategien, Motivation, Vorwissen oder Grundverständnis für einzelne Themengebiete. In den meisten sogenannten Lernfächern ist es Schüler*innen möglich, den Stoff für einen Test

[1] eSquirrel GmbH, Guglgasse 6/2/608 (Gasometer A), 1110 Wien
E-Mail: autor.a@eSquirrel.com
[2] eSquirrel GmbH, Guglgasse 6/2/608 (Gasometer A), 1110 Wien
E-Mail: autor.b@eSquirrel.com

 | ISSN 2313-1640

auswendig zu lernen, beim Test entsprechend wiederzugeben und somit zumindest eine positive Note zu erreichen – teilweise ohne den Stoff vollends verstanden haben zu müssen. Im Mathematikunterricht zeichnet sich häufig ein anderes Bild und ein gewisses Grundverständnis betreffend Denk- und Lösungsmustern scheint unabdingbar für eine positive Note, weshalb die Heterogenität der Klassen im Mathematikunterricht häufig spürbarer ist als in anderen Fächern. Dies liegt zum einen an der aufbauenden Struktur des notwendigen Vorwissens (Schüler*innen, die sich mit Brüchen schwertun, empfinden Gleichungen als schwierig; für Schüler*innen, die sich bei Gleichungen schwertun, werden Funktionen zu einer Herausforderung), dem sich stetig erhöhenden Abstraktionsgrad und dem direkten Wirken von Fehlern (ein Denkfehler kann zu komplett falschen Ergebnissen führen).

> „Nicht selten streuen die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler in einer Klasse über zwei bis vier Jahre. Die individuellen Denkweisen und Darstellungsweisen erhöhen die Herausforderung für die Lehrpersonen, die Heterogenität im Mathematikunterricht konstruktiv aufzunehmen." (Hirt & Wälti, 2022, S.8)

Hier zeigt sich ein essenzieller Punkt: Diese Heterogenität kann zu einer Herausforderung für Lehrkräfte werden. Im Mathematikunterricht kommen noch unterschiedliche Denkweisen hinzu, also strukturelle Unterschiede. Des Weiteren fließen spätestens ab der Sekundarstufe 2 auch diverse positive wie negative Vorerfahrungen der Schüler*innen aus dem Mathematikunterricht ein.

Ein Blick auf die Nachhilfestatistik zeigt, dass für viele Schüler*innen Mathematik die größte Herausforderung in ihrer Schullaufbahn darstellt. Zwei von drei Nachhilfeschüler*innen erhalten Nachhilfe in Mathematik, was diese Disziplin zum Nachhilfefach Nummer eins macht (vgl. Arbeiterkammer Nachhilfebarometer 25, S. 4).

Es zeigt sich deutlich, dass es sowohl eine Lehrunterstützung für die Pädagog*innen braucht, als auch eine Lernunterstützung für Schüler*innen. Digitale Lern-Apps wie eSquirrel können eine Möglichkeit darstellen, die Situation für alle Beteiligten zu verbessern. Die Mathematik erfordert es, dass Personen sich mit ihr auseinandersetzen, um ein ernsthaftes Verständnis zu entwickeln. Diese Auseinandersetzung gilt es von Lehrkräften zu fördern, auch im digitalen Raum, damit Schüler*innen selbstbestimmte Lern- und Übungsstrategien entwickeln können.

2 Related Work

Diese Arbeit zeigt auf, dass es mittels Lern-Apps möglich ist, die Motivation der Schüler*innen zu steigern und dadurch ein tieferes Verständnis für Themengebiete zu fördern. Insbesondere der mögliche „Teaching-to-the-Test"-Effekt, der in einer Diplomarbeit (Pöll, 2017) an der Universität Wien näher beleuchtet wird, soll umgangen werden.

Im Rahmen einer Diplomarbeit (Frischauf, 2023) an der TU Wien wurde die Lern-App Studyly in Verbindung mit dem Informatikunterricht untersucht. Als Ergebnis wurden erhöhte Motivation und verbesserte Lernerfolge berichtet.

Bei einer Masterarbeit (Schmid, 2023) an der Universität Wien wurden digitale Technologien im Mathematikunterricht ebenfalls mit Fokus auf Studyly untersucht. Diese Arbeit kam zum Schluss, dass der Einsatz digitaler Technologien zu keinem verstärkten Wissenszuwachs gegenüber traditionellen Unterrichtsmethoden führte.

3 Digitale Lehrunterstützung: Learning Analytics, Aufgabenpool, Individualisierung

In manchen Klassen finden Lehrkräfte teils dreißig Schüler*innen vor, mit unterschiedlichen Herangehensweisen, Motivationen und Denkmustern. Individualisierung scheint in diesem Kontext eine nicht bewältigbare Aufgabe.

Doch speziell im Mathematikunterricht könnte es umso passender sein, wenn Lehrer*innen in eine Coach-Rolle schlüpfen könnten, um Kinder und Jugendliche an ihrem aktuellen Lernstand abzuholen und von diesem Stand aus begleitend zu unterstützen. Dieselben Themengebiete, zur selben Zeit, im selben Tempo scheint ein wenig förderliches Lernsetting für solch heterogenen Gebilde wie Schulklassen zu sein und fördert eine Atmosphäre des Auswendiglernens.

Insbesondere sollte es das Ziel sein, dass Schüler*innen nicht nur auf eine Schularbeit hin lernen, sondern Freude an Mathematik, Technik und Co. entwickeln (vgl. Arbeiterkammer Nachhilfebarometer 25, S. 4).

Hierfür ist es unabdingbar, dass Lehrkräfte individualisierte Lernwege anleiten und begleiten können, wofür aber erst ein Überblick über die aktuellen Lernstände wichtig ist. Hierbei können Learning Analytics wie bei eSquirrel eine Hilfestellung bieten. Die Learning Analytics bieten einen Überblick, wann und wie gut einzelne Themenbereiche von Schüler*innen erledigt wurden und ob sich die erworbenen Kompetenzen nach wiederholtem Üben verbessert oder verschlechtert haben. Zusätzlich bieten sie die Möglichkeit, pro Themengebiet die zehn Aufgaben zu finden, die für die Schüler*innen am schwersten bzw. am leichtesten zu lösen waren. Die Lehrkraft kann dabei auf zehntausende vorgefertigte Aufgaben zurückgreifen oder sie im Autor*innentool selbst erstellen.

Ein qualitativer, analoger Unterricht, bei dem neue Themen gemeinsam eröffnet werden und die Lehrkraft mit den Schüler*innen ein Fundament erarbeitet, ist essenziell. Danach werden die unterschiedlichen Lernstände der Schüler*innen schlagend. Während manchen Kindern noch das Fundament aus vorangegangen Themengebieten fehlt und es ratsam wäre, sich diese Themen nochmals anzusehen, sind andere Kinder mit einem starken Vorwissen ausgestattet und könnten gleich nach der Themeneröffnung im Unterricht kontinuierlich fortfahren. Hierbei kann eSquirrel eine Hilfestellung bieten, da die App einen breiten Aufgabenkatalog bietet, der stetig abrufbar ist (auch offline) und somit individualisierte Lern- und Übungsphasen ermöglicht. Gibt es maßgeschneiderte Unterschiede in den Lern- und Übungsphasen, bleibt das Eigeninteresse, die Motivation und Neugier hoch. Somit ist es den Schüler*innen möglich, in ihrem eigenen Tempo ein Verständnis für das jeweilige Thema zu gewinnen. Es wird hier ausdrücklich davon gesprochen, Verständnis zu gewinnen, denn der Begriff „Lernen“ kann schnell in ein, oftmals wenig erfolgreiches, „Auswendiglernen“ umschlagen.

Zu berücksichtigen ist, dass Lehrkräfte zur Verwendung einer Lern-App keine Technikexpert*innen sein müssen. Sie müssen lediglich den Prozess organisieren und strukturieren (vgl. de Sallas et al., 2016, S. 2). Die Lehrkompetenz allerdings geht hierbei über die Erklärung der Themen hinaus und verlagert sich zum Anleiten und Begleiten individualisierter Lernprozesse.

4 Digitale Lernunterstützung: Gamification, Erklärvideos, Motivation

Der Mathematikunterricht ist für viele Schüler*innen eine der größten Herausforderungen und es bedarf entsprechender Unterstützung. Digitale Lehr- und Lernunterstützung sollte sich jedoch nicht nur auf ein Fach beziehen.

Denn speziell in einer zunehmend digitalisierten Arbeitswelt ist Digitalisierung an der Schule als Berufsvorqualifikation zu sehen (vgl. Vohns, 2021, S. 51). Insbesondere in einem Fach wie der Mathematik, die sich oft in Verbindung mit logischem Denken sehen muss, losgelöst vom reinen Auswendiglernen, scheint es notwendig, diese Lernprozesse auch in den digitalen Raum zu holen.

Lernprozesse sind dabei so unterschiedlich wie die Schüler*innen. Schon Maria Montessori hat von den sensiblen Phasen (auch als Lernfenster bekannt) gesprochen, in denen Kinder müheloser und motivierter lernen. Diese sensiblen Phasen der einzelnen Schüler*innen im Unterricht aufzunehmen, ist unter Anbetracht von bis zu dreißig anderen Kindern nicht möglich. Was der Lehrkraft möglich ist, ist für diese Phasen entsprechend Beispiele und Aufgaben vorzubereiten – ohne eine Deadline, ohne es als Hausaufgabe zu stellen: einen Pool an Aufgaben, die der*die Schüler*in autonom erledigen kann, wenn das persönliche Lernfenster gerade offen ist. Während dieser Phase ist die Motivation höher, ein Verständnis für ein Thema zu entwickeln, als nur einzelne Lösungswege auswendig zu lernen. Natürlich benötigen manche Schüler*innen in ihrem Lernprozess mehrere Erklärungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Hierfür nutzt eSquirrel Erklärvideos, die einen Fehler nicht isoliert betrachten, sondern das Problem von Grund auf teils mit Visualisierungen erklären. Die Möglichkeit, sich Themen erklären zu lassen, wenn das Kind gerade bereit dafür ist, gibt die Möglichkeit ein tieferes Verständnis aufzubauen.

Die Lern-App eSquirrel kann in diesen Phasen eine Unterstützung bieten, um die Motivation, die während dem Lernfenster intrinsisch gegeben ist, hochzuhalten.

Damit Schüler*innen in den Momenten, in denen das Interesse groß ist, eigenständig lernen können, bedarf es eines großen Aufgabenpools, der ständig zu Verfügung steht. Die Lern-App eSquirrel bietet zehntausende Beispiele, die nach erstmaligem Herunterladen auch offline verfügbar sind. Der Kurs „AHS-Maturatraining Mathematik" bietet beispielsweise 550 Aufgaben zum eigenständigen Üben und wurde als einer von drei Mathematikkursen von eSquirrel mit dem Gütesiegel Lernapps ausgezeichnet (https://www.guetesiegel-lernapps.at/jfilterresults/category/apps/gegenstaende/angewandte-mathematik%7Cmathematik, Zugriff: 08.04.2026).

Bei allen eSquirrel-Kursen werden bei den wichtigen Wiederholungen die Fragen stets in unterschiedlicher Reihenfolge angezeigt, um so dem Auswendiglernen zuvorzukommen.

Darüber hinaus erlaubt eSquirrel den Schüler*innen falsch beantwortete Fragen am Ende einer Lektion nochmals zu beantworten. Beantworten die Kinder die Fragen auch im zweiten Versuch falsch, wird die korrekte Lösung eingeblendet und abschließend nochmals ans Ende der Lektion angehängt (vgl. Vohns, 2017, S. 68).

Dadurch ist es den Kindern möglich, sich intensiv und zeitnah mit den Fragen auseinander zu setzen, während bei analogen Hausübungen mehrere Tage vergehen können, bis die Schüler*innen ein Feedback erhalten. Dies bedeutet, eine falsche Aufgabe kann erst nach einigen Tagen erneut probiert werden, wenn die Kinder vielleicht schon bei einem neuen Thema sind oder auch die Lernmotivation nicht mehr so hoch ist. Um die Motivation der Schüler*innen hochzuhalten, setzt eSquirrel stark auf Gamification.

> „Gamification setzt auf die Motivation des Lernenden durch spielerische Anreize. Bei eSquirrel wird das mit dem Bestehen von Quests, dem Sammeln von Nüssen, Leveln und Energiebalken realisiert. Nüsse stellen dar, wie gut eine Quest bestanden wurde. Das Level einer Quest stellt dar, wie oft sie schon wiederholt wurde. Je öfters sie wiederholt wurde, desto länger hat man für die nächste Wiederholung Zeit (Zeitversetztes Wiederholen, ‚Spaced Repetitions'). Nüsse und Level kumulieren letztendlich in Punkten, über die man den Kursfortschritt beobachten und sich im Leaderboard mit MitschülerInnen vergleichen kann." (eBook in Action, 2016)

Die Spaced Repetitions, angelehnt an die Vergessenskurve von Ebbinghaus, sollen sicherstellen, dass es nicht zum bereits erwähnten zielgerichteten Lernen vor einer Schularbeit kommt, sondern das Wissen ins Langzeitgedächtnis transferiert wird.

Die zugrunde liegende Annahme der Vergessenskurve ist, dass neu gelernte Informationen zunächst sehr schnell vergessen werden und der Erinnerungsverlust nach einiger Zeit langsamer verläuft. Gezielte Wiederholungen in zunehmenden Abständen wirken diesem Verlauf entgegen und führen zu einer dauerhaften Speicherung im Langzeitgedächtnis. In Abbildung 1 ist die Erinnerung eines Lerninhaltes („Memory") über den Zeitverlauf abgebildet. Zum Zeitpunkt 0 wird davon ausgegangen, dass man sich an das soeben Gelernte zu 100% erinnert.

Nach einer Wiederholung („1st repetition“) wird die Erinnerung an den Lerninhalt wieder auf 100% aufgefrischt und das Vergessen ab diesem Zeitpunkt ist nun verlangsamt. Strichliert wird dargestellt, wie sich die Erinnerung an den Lerninhalt ohne Wiederholung darstellen würde.

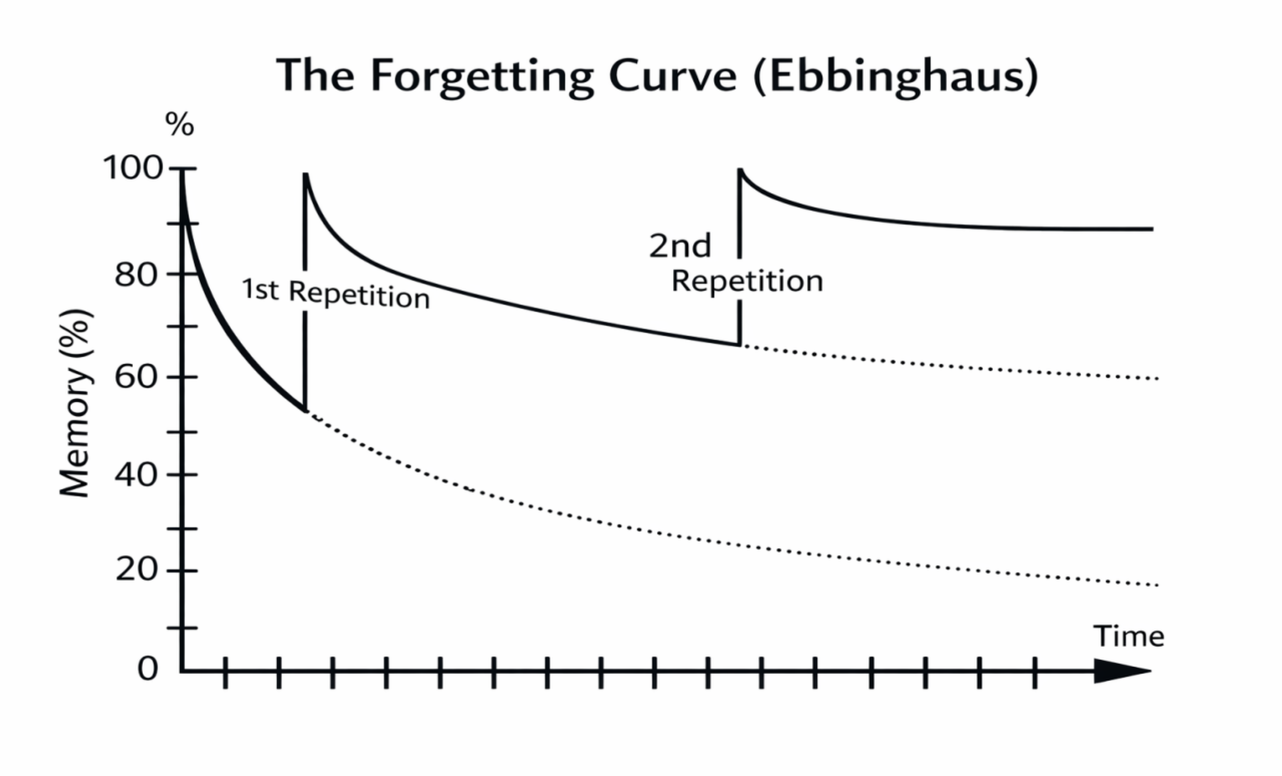


Abbildung 1 (eigene Abbildung): Vergessenskurve nach Ebbinghaus

5 Ausblick

Kommt es zu keiner Neuausrichtung des Mathematikunterrichts, so wird die Disziplin vermutlich noch lange ihren Status als Nachhilfefach Nummer eins behalten. Die Herausforderungen sind so vielfältig wie die Schüler*innen. eSquirrel bietet eine Unterstützung, um dieser Vielfalt mittels einem großen Aufgabenpool, Tools wie den Learning Analytics und Gamification-Elementen konstruktiv zu begegnen.

Andererseits können Lern-Apps natürlich immer nur eine Ergänzung zum Unterricht darstellen. Innerhalb dieser Grenzen scheinen die Möglichkeiten jedoch sehr groß. Zum einen werden Lern-Apps in den kommenden Jahren verstärkt in den Schulen Platz finden. Politischer Wille, digital ausgerichtete Hochschulen inklusive Lehrer*innenausbildung, eine Pensionierungswelle und die schlichte Notwendigkeit, die Schulen ins 21. Jahrhundert zu holen, werden diese Entwicklung ganz natürlich vorantreiben. Zum anderen werden durch den KI-Boom der letzten Jahre die Möglichkeiten für Lern-Apps stetig größer werden.

Viele Lern-Apps wie eSquirrel (2015), Studyly (2020) oder Anton (2017) sind nun seit einigen Jahren am Markt. Sie haben ein solides Fundament aufgebaut und wissen um ihre Stärken und Einsatzmöglichkeiten. Diese Einsatzmöglichkeiten sind als Unterstützung der Lehrkräfte zu sehen. Der nächste logische Schritt muss sein, die Lehrer*innen noch mehr dabei zu unterstützen, individuelle Lernszenarien aufgrund der unterschiedlichen Lernstände zu entwickeln und zu begleiten.

Diese Unterstützung sollte durch möglichst individualisierte Erklärungen weiter verbessert werden. Künstliche Intelligenz wird in den kommenden Jahren immer mehr Möglichkeiten bieten, passgenaue, auf die einzelnen Schüler*innen zugeschnittene Erklärungen zu liefern. In Verbindung mit dem starken Fundament von Lern-Apps wie eSquirrel könnte daraus eine noch stärkere Unterstützung für Lehrkräfte und Schüler*innen entstehen – weit über das hinausgehend, woran wir uns jetzt im Jahr 2026 allmählich gewöhnen.

Literatur

E-Book in Action (2016). *Mit Apps arbeiten: eSquirrel.* Pädagogische Hochschule Wien. https://ebookinaction.phwien.ac.at/mit-apps-arbeiten-esquirrel/

Erdost, I. & Larcher, E. (2025). *Nachhilfebarometer ‚25: Belastung steigt weiter.* Arbeiterkammer Österreich. https://wien.arbeiterkammer.at/interessenvertretung/bildung/pk20250829_Nachhilfebarometer.pdf

Hirt, U. & Wälti, B. (2022). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht.* Friedrich Verlag GmbH. https://books.google.at/books?hl=de&lr=lang_de&id=OpiVEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA6&dq=mathematik+unterricht&ots=tCYLhoRUfx&sig=rh9e1KMquaTLV_SvICeowlZgksM&redir_esc=y#v=onepage&q=mathematik%20unterricht&f=false

Dinse de Salas, S., Spannagel, C. & Rohls, C. (2016). *Manuskriptversion des Beitrags: Coaching zum Einsatz digitaler Medien im Unterricht – Lehrerinnen und Lehrer beim Aufbau neuer Kompetenzen unterstützen.* https://opus.ph-heidelberg.de/frontdoor/deliver/index/docId/316/file/Coaching_zum_Einsatz_digitaler_Medien_Dinse_de_Salas_Spannagel_Rohlfs.pdf

Frischauf, L. (2023) *Design process of the learning app Studyly for use in Austrian Informatics school classes,* Technische Universität Wien https://repositum.tuwien.at/bitstream/20.500.12708/177269/1/Frischauf%20Leon%20-%202023%20-%20Design%20process%20of%20the%20learning%20app%20Studyly%20for%20use%20in...pdf

Pöll, J. (2017). *Ängste, Schwierigkeiten und Herausforderungen von Lehrpersonen an allgemeinbildenden höheren Schulen in Bezug auf die standardisierte, schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Universität Wien.* https://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Lehre/Diplomarbeiten/DIPLOMARBEIT_Julia_Poell.pdf

Schmid, S. (2023) *Ein empirischer Vergleich zwischen Mathematikunterricht mit der Lern-App Studyly und traditionellem Unterricht in der Sekundarstufe I.* Universität Wien. https://phaidra.univie.ac.at/detail/o:2037634

Vohns, A. (2017). Rezension: Waltz und Deterding (Hrsg.): The Gameful World Maurer und Wittberger: eSquirrel: Maturatraining Mathematik – Algebra und Geometrie. *Mitteilung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 103, 64–65*.* https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/262/296

Vohns, A. (2021). Das Digitale als Bildungsherausforderung für den Mathematikunterricht? (Un-)Zeitgemäße Betrachtung; *Mitteilung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 110, 47–55. https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/994/1108

Mathematik als Denkhaltung in einer VUCA-BANI Welt

Von Formeln zur Zukunftskompetenz

Raffaela Hofmann[1]

DOI: https://doi.org/10.53349/re-source.2026.i2.a1521

Zusammenfassung

Mathematik wird im Bildungssystem häufig als Fach wahrgenommen, das vor allem mit Formeln, Verfahren und Beweisen verbunden ist. Gleichzeitig zeigt sich in gesellschaftlichen, wirtschaftlichen und technologischen Entwicklungen, dass mathematisches Denken weit über diese Perspektive hinausgeht. In einer von Unsicherheit, Komplexität und dynamischen Veränderungen geprägten Welt gewinnen Kompetenzen wie Modellbildung, probabilistisches Denken, kritische Analyse von Daten sowie strukturiertes Problemlösen zunehmend an Bedeutung. Der Beitrag argumentiert dafür, Mathematik stärker als Denkhaltung zu begreifen, die Menschen befähigt, Zusammenhänge zu verstehen, Risiken einzuschätzen und fundierte Entscheidungen zu treffen. Auf Basis dieser Perspektive wird diskutiert, welche Rolle mathematische Denkprozesse im Alltag, in Organisationen sowie im Kontext gesellschaftlicher Transformation spielen. Besonders in einer durch VUCA- und BANI-Dynamiken geprägten Welt gewinnt die Förderung von Selbstwirksamkeit, systemischem Denken und Metakompetenzen im Bildungskontext an Bedeutung. Abschließend werden didaktische Implikationen für Schule und Lehrer*innenbildung skizziert.

Stichwörter: Mathematikbildung, Selbstwirksamkeit, VUCA, BANI, Metakompetenzen, Bildung

1 Einleitung

Mathematik gilt als eine der zentralen wissenschaftlichen Disziplinen. Sie bildet die Grundlage für Naturwissenschaften, Technik, Wirtschaft und zahlreiche weitere Bereiche moderner Gesellschaften. Gleichzeitig wird Mathematik im schulischen Kontext häufig auf Verfahren, Aufgabenformate und formale Strukturen reduziert.

Für viele Lernende entsteht dadurch der Eindruck, Mathematik sei ein abstraktes Fach mit begrenztem Bezug zur Lebensrealität. Diese Wahrnehmung steht jedoch im Kontrast zu der

[1] POGEBIX, 1040 Wien, Möllwaldplatz 5/4.
E-Mail: office@hofmann-raffaela.com

Rolle, die mathematisches Denken tatsächlich in Alltag, Wirtschaft und gesellschaftlicher Entwicklung spielt.

Entscheidungen über finanzielle Risiken, Interpretationen statistischer Daten oder das Verständnis komplexer Systeme erfordern Kompetenzen, die wesentlich auf mathematischen Denkformen beruhen.

Der vorliegende Beitrag schlägt daher eine erweiterte Perspektive vor: Mathematik nicht ausschließlich als Fachdisziplin zu betrachten, sondern auch als Denkhaltung.

2 Mathematik als Denkhaltung

Mathematik wird häufig mit Rechnen, Formeln oder Beweisen verbunden. Betrachtet man sie jedoch als Denkhaltung, eröffnet sich eine deutlich breitere Perspektive. Mathematisches Denken umfasst unter anderem:

- Muster erkennen
- Zusammenhänge analysieren
- Hypothesen formulieren
- Wahrscheinlichkeiten abschätzen
- logische Schlussfolgerungen ziehen
- Daten kritisch hinterfragen

Diese Fähigkeiten sind nicht nur im Mathematikunterricht relevant. Sie spielen eine zentrale Rolle im Alltag, in wirtschaftlichen Entscheidungen sowie im gesellschaftlichen Diskurs. Mathematik kann daher als Werkzeug verstanden werden, das Menschen befähigt, komplexe Situationen zu analysieren und fundierte Entscheidungen zu treffen.

3 Mathematik im Alltag und in der Wirtschaft

Mathematische Denkprozesse sind im Alltag weit verbreitet, werden jedoch selten explizit als solche wahrgenommen. Beispiele hierfür sind:

- das Vergleichen von Preisnachlässen
- das Abschätzen von Wahrscheinlichkeiten
- das Planen von Budgets
- das Interpretieren statistischer Informationen
- das Einschätzen finanzieller Risiken

Mathematik ist somit auch eine Grundlage für wirtschaftliche Selbstbestimmung. Ein reflektierter Umgang mit Zahlen und wirtschaftlichen Zusammenhängen ermöglicht es Menschen, informierte Entscheidungen zu treffen und sich nicht ausschließlich auf externe Bewertungen verlassen zu müssen. Wie Hofmann (2024) in ihrem Buch „Positives Geld für eine regenerative Welt" zeigt, ist ein grundlegendes Verständnis von wirtschaftlichen Zusammenhängen entscheidend, um gesellschaftliche Systeme zu verstehen und aktiv mitzugestalten.

4 Bildung in einer VUCA-BANI Welt

Die heutige Welt wird häufig mit dem Begriff VUCA beschrieben. Dieser steht für Volatilität, Unsicherheit, Komplexität und Ambiguität.

VUCA beschreibt eine Realität, in der Entwicklungen schneller, unsicherer und schwerer vorhersehbar geworden sind. Traditionelle Ursache-Wirkungs-Modelle reichen häufig nicht mehr aus, um komplexe Zusammenhänge zu erklären.

Neuere Diskurse ergänzen diese Perspektive durch das Konzept BANI, das eine noch stärkere Dynamik moderner Systeme beschreibt. BANI steht für: Brittle (brüchig), Anxious (ängstlich), Non-linear (nicht-linear), Incomprehensible (unverständlich).

Dieses Modell verdeutlicht, dass moderne Systeme nicht nur komplex, sondern oft auch schwer vorhersehbar und emotional belastend sind. In solchen Kontexten gewinnen Kompetenzen wie kritisches Denken, Anpassungsfähigkeit und Selbstwirksamkeit an Bedeutung.

5 Selbstwirksamkeit als Schlüsselkompetenz

Selbstwirksamkeit beschreibt die Überzeugung eines Menschen, durch eigenes Handeln Einfluss auf Situationen nehmen zu können. Bandura (1997) beschreibt Selbstwirksamkeit als zentralen Faktor für Motivation, Lernprozesse und Leistungsfähigkeit. Gerade in einer von Unsicherheit geprägten Welt ist diese Fähigkeit entscheidend. Menschen, die an ihre eigene Handlungskompetenz glauben, zeigen häufig:

- höhere Ausdauer
- mehr Lösungsorientierung
- größere Lernbereitschaft
- höhere Resilienz

Die Förderung von Selbstwirksamkeit beginnt bereits im frühen Bildungsalter. Kinder sollten möglichst früh erleben, dass ihr Denken und ihr Handeln einen Unterschied machen können. Mathematik kann in diesem Kontext als Grundlage für verschiedene Metakompetenzen verstanden werden. Dazu zählen insbesondere:

- kritisches Denken
- systemisches Verständnis
- Problemlösefähigkeit
- Reflexionsfähigkeit
- Entscheidungsfähigkeit

Diese Kompetenzen ermöglichen es Lernenden, komplexe Situationen zu analysieren und eigenständig Lösungen zu entwickeln. Mathematik wird damit zu einer Schlüsselkompetenz für Orientierung in einer zunehmend komplexen Welt.

6 Konsequenzen für Schule und Unterricht

Wenn Mathematik als Denkhaltung verstanden wird, ergeben sich auch Konsequenzen für Unterricht und Lehrer*innenbildung. Zentrale Fragen sind:

- Wie können Lernprozesse gestaltet werden, die mathematisches Denken sichtbar machen?
- Wie kann Selbstwirksamkeit im Umgang mit mathematischen Herausforderungen gestärkt werden?
- Wie können lebensnahe Kontexte in mathematische Lernumgebungen integriert werden?

Mögliche Ansätze sind:

- offene Aufgabenstellungen
- projektorientiertes Lernen
- Diskussion verschiedener Lösungswege
- Verbindung mathematischer Inhalte mit realen Lebenssituationen

Erfahrungen prägen, wie Kinder Mathematik wahrnehmen und welche Haltung sie zu diesem Fach entwickeln. Bereits in der Grundschule entscheiden viele Lernende für sich, ob sie glauben, Mathematik verstehen zu können oder nicht. Diese Einschätzung entsteht weniger aus tatsächlichen Fähigkeiten als aus den Erfahrungen, die Kinder im Lernprozess machen. Wenn Mathematik vor allem als richtig oder falsch, schnell oder langsam erlebt wird, entsteht häufig Unsicherheit. Wird Mathematik hingegen als Raum für Fragen, Ausprobieren, Begründen und gemeinsames Denken erfahren, kann sie zu einer Quelle von Neugier und Selbstwirksamkeit werden.

7 Fazit

Mathematik ist weit mehr als ein Schulfach. Sie ist eine Denkhaltung, die Menschen befähigt, Zusammenhänge zu verstehen, Entscheidungen zu reflektieren und komplexe Systeme zu analysieren. In einer Welt, die zunehmend durch Unsicherheit, Dynamik und Komplexität geprägt ist, gewinnt diese Fähigkeit immer mehr an Bedeutung.

Wenn Mathematik als Grundlage für Selbstwirksamkeit, kritisches Denken und systemisches Verständnis verstanden wird, kann sie einen entscheidenden Beitrag dazu leisten, Menschen auf die Herausforderungen der Zukunft vorzubereiten.

Literatur

Bandura, A. (1997). *Self-Efficacy: The Exercise of Control.* New York: Freeman.
Hofmann, R. (2024). *Positives Geld für eine regenerative Welt.* Haufe Verlag.
Hofmann, R. (2024). *Die Bedeutung der Selbstwirksamkeit in der VUCA-BANI Welt – Von New Work zu New School.* Bachelorarbeit, Pädagogische Hochschule Niederösterreich.

 | ISSN 2313-1640

R&E SOURCE

13. Jg. (2026), Nr. 2 – More of Mathematics
Konferenzband zum Tag der Mathematik

„Eine*r wird gewinnen?!“

Zufallsexperimente mit Würfeln im Mathematikunterricht der 4. Schulstufe versprachlichen

David Stadler-Bier[1], Linda Wöhrer[2], Robert Hobl[3]

DOI: https://doi.org/10.53349/re-source.2026.i2.a1592

Zusammenfassung

Seit dem Wintersemester 2022/23 wird an der Pädagogischen Hochschule Wien ein Seminar realisiert, das sprachliche Bildung gezielt mit Mathematik und Naturwissenschaften in der Ausbildung von Primarstufenlehrpersonen verknüpft. Ausgangspunkt ist die Annahme, dass fachliches Lernen in diesen Unterrichtsgegenständen eng mit spezifischen sprachlichen Anforderungen verbunden ist. Ziel der Lehrveranstaltung ist es daher, Studierende für die Bedeutung bildungssprachlicher Kompetenzen im Fachunterricht zu sensibilisieren und ihnen Ansätze für eine sprachbewusste Gestaltung von Mathematik- und Sachunterricht zu vermitteln.

Das von zwei Hochschullehrenden aus unterschiedlichen Fachbereichen entwickelte Konzept orientiert sich am Ansatz der *Durchgängigen Sprachbildung* (Gogolin et al., 2020). In verschiedenen Lernphasen setzen sich die Studierenden mit fachlichen, sprachlichen und fachdidaktischen Perspektiven auseinander. Aufbauend darauf entwickeln sie eigene Lernszenarien für den Volksschulunterricht, in denen fachliche Inhalte der Mathematik und sprachliche Lernziele systematisch miteinander verbunden werden. Durch eine gezielte Auswahl und Implementierung von digitalen Tools im Fachunterricht können darüber hinaus vielfältig sinnstiftende, differenzsensible Lernanlässe für alle Schüler*innen der Volksschule geschaffen werden. Durch eine Didaktisierung dieses Konzepts sollen zukünftige Lehrpersonen darauf vorbereitet werden, bildungssprachliche Kompetenzen von Schüler*innen gezielt zu fördern, um damit eine aktive Teilhabe am Mathematikunterricht zu ermöglichen.

Stichwörter: *Hochschuldidaktik, Bildungssprache „Mathematik”, sprachbewusster Fachunterricht, Lernszenario*

[1]Pädagogische Hochschule Wien, Grenzackerstraße 18, 1100 Wien.
E-Mail: david.stadler@phwien.ac.at
[2] Pädagogische Hochschule Wien, Grenzackerstraße 18, 1100 Wien.
E-Mail: linda.woehrer@phwien.ac.at
[3] Pädagogische Hochschule Wien, Grenzackerstraße 18, 1100 Wien.
E-Mail: robert.hobl@stud.phwien.ac.at

1 Einleitung

Für das Verständnis mathematischer Konzepte im Volksschulunterricht ist nicht nur der sukzessive Aufbau mathematischer Kenntnisse und Verfahren erforderlich, sondern auch der Erwerb und Ausbau spezifischer sprachlicher Kompetenzen. Insbesondere mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht ist daher untrennbar mit sprachlichen Anforderungen verbunden (z. B. Bednorz, 2021). Darüber hinaus verfügt jedes Unterrichtsfach über ein spezifisches sprachliches Register, das als Bildungssprache bezeichnet wird (z. B. Lange & Gogolin 2010, S. 9; Jostes, 2017, S. 118). Bildungssprache umfasst jene sprachlichen Formen und Strukturen, die in schulischen Kontexten sowie in Lehr- und Lernmaterialien verwendet werden und sich in wesentlichen Merkmalen von der Alltagssprache unterscheiden. Empirische Studien weisen der Sprache in der Mathematik und in naturwissenschaftlichen Fächern eine besondere Rolle zu, in der der zyklische Aufbau von Bildungssprache zentral ist. Gürsoy et al. (2013, S. 19–22) identifizieren etwa sprachliche Hürden auf Wort-, Satz- und Textebene in Mathematikaufgaben. Zudem zeigen Prediger et al. (2015, S. 80), dass Schüler*innen Aufgabenstellungen zwar häufig verstehen, jedoch Schwierigkeiten haben, sprachliche Anforderungen mit den notwendigen kognitiven Prozessen zu verknüpfen.

Eine zentrale Aufgabe von Sprachbildung in der Volksschule besteht daher darin, Schüler*innen systematisch von alltagssprachlichen Ausdrucksformen zu bildungssprachlichen Kompetenzen zu führen, diese aufzubauen und kontinuierlich zu vertiefen. Auf diese Weise wird ermöglicht, dass Schüler*innen – trotz unterschiedlicher Lernvoraussetzungen und Potenziale – aktiv an Bildungsprozessen teilnehmen, dem Unterricht folgen und sprachliche Anforderungen zunehmend selbstständig bewältigen können.

Ausgehend von diesen Überlegungen, stellt sich die Frage, wie die Verschränkung von mathematischem Wissen und sprachlichen Fähigkeiten auch in der hochschuldidaktischen Lehre hergestellt werden kann, die üblicherweise durch facheinschlägige Lehrveranstaltungsformate geprägt ist. Unserem Verständnis nach gelingt eine entsprechende Unterrichtsplanung und -durchführung besonders dann, wenn diese verbindenden Elemente bereits in der Ausbildung sichtbar und erfahrbar werden. Um diesem Erfordernis zu begegnen, wurde ein innovatives Lehrveranstaltungskonzept entwickelt und umgesetzt. Dessen Potenzial wird exemplarisch anhand eines besonders gelungenen Lernszenarios der beiden Studierenden Robert Hobl und Anja Robbe (s. Kapitel 3) aufgezeigt und wurde für den Tag der Mathematik 2026 in Baden um die digitale Dimension erweitert. Dadurch hat das Lernszenario zusätzlichen didaktischen Wert gewonnen, weil somit auch mathematische Sachverhalte (wie beispielsweise das *Gesetz der großen Zahlen*) demonstriert werden können, die erst bei sehr häufiger Wiederholung eines Zufallsexperiments verdeutlicht werden.

2 Hochschuldidaktisches Konzept

Zunächst erarbeiteten zwei Hochschullehrpersonen der PH Wien ein hochschuldidaktisches Konzept für ein im Bachelorstudium verortetes Seminar mit dem Titel „Sprache und forschend-entdeckendes Lernen“, das darauf abzielte, beide Disziplinen miteinander zu verbinden. Während David Stadler-Bier (Mathematik/Digitale Grundbildung) den mathematischen/naturwissenschaftlichen Schwerpunkt setzte, verantwortete Linda Wöhrer (Sprachliche Bildung/Deutsch bzw. Deutsch als Zweitsprache) die sprachdidaktische Perspektive. Bei positiver Absolvierung erhielten die Studierenden zwei ECTS-Punkte.

Die fünf Lehrveranstaltungstermine zu jeweils drei Unterrichtseinheiten wurden annähernd gleichmäßig zwischen den beiden Lehrenden aufgeteilt. Zur Vorbereitung auf die einzelnen Lehrveranstaltungstermine waren Arbeitsaufträge zu erledigen, wie zum Beispiel das Lesen und Interpretieren von Fachtexten, die Entwicklung von Operatorenlisten für bestimmte Sprachhandlungen oder das Erstellen von sprachbewussten Schulbuchanalysen. In der Lehrveranstaltung wurden die Studierenden schrittweise an das Thema herangeführt, wobei gezielte Inputphasen zentrale Aspekte aufgriffen, etwa Bildungssprache und andere sprachliche Register, Sprache in Schulbüchern sowie spezifische Merkmale der Bildungssprache im Fach Mathematik.

Darüber hinaus lernten die Studierenden zwei didaktische Planungsinstrumente kennen: (1) Den *sprachlichen Planungsrahmen* (s. Kapitel 2.1), der von fachlichen Inhalten ausgeht, sprachliche Fertigkeiten und Teilkompetenzen systematisch einbezieht und deren kontinuierliche sprachliche Weiterentwicklung unterstützt, sowie (2) das *WEGE-Konzept* (s. Kapitel 2.2), das mathematisch-didaktische Anliegen in den Mittelpunkt stellt und sprachliche Anforderungen ergänzend berücksichtigt.

Neben der Bearbeitung verschiedener Teilleistungen, die u. a. auch den Sachunterricht berücksichtigten, bestand das zentrale Ziel der Lehrveranstaltung darin, einen selbstgewählten mathematischen Lehrstoff der Volksschule mithilfe dieser beiden Planungsinstrumente in Form eines sprachbewusst gestalteten Lernszenarios in Kleingruppen auszuarbeiten. Den Ausgangspunkt bildete der *sprachliche Planungsrahmen*, der von einer antizipierten Sprachhandlung der Schüler*innen im Sinne eines sprachlichen Erwartungshorizonts ausgeht. Darauf aufbauend entwickelten die Studierenden für jede sprachliche Fertigkeit in Anlehnung an das *WEGE-Konzept* eine Einschleifübung, eine ganzheitliche Übung und eine Übung zur Eigenproduktion zum jeweiligen Lehrstoff (s. Kapitel 2.2). In einem weiteren Schritt wurden sprachliche Mittel mit Fokus auf einen für den jeweiligen Lehrstoff relevanten grammatikalischen Bereich (z. B. Wechselpräpositionen, Passiv, Pronomen) festgelegt, der im Lernszenario besonders berücksichtigt werden sollte. Dieser wurde anschließend durch geeignete Aufgaben schrittweise aufgebaut und vertieft. Begleitend wurden Wortspeicher erstellt sowie ein grammatikalisches Unterstützungsangebot entwickelt. Die Präsentation der entwickelten Lernszenarien in der abschließenden Unterrichtseinheit diente sowohl dem Ausprobieren einzelner Aufgabenformate als auch der gemeinsamen Reflexion darüber, wie Fachlernen und sprachliche Unterstützung im Mathematikunterricht wirkungsvoll kombiniert werden können.

Anhand des vorgestellten hochschuldidaktischen Konzepts lernten Lehramtsstudierende mathematische (bzw. naturwissenschaftliche) Inhalte aus unterschiedlichen Perspektiven zu erschließen und diese zugleich um die sprachliche Dimension zu erweitern. Dadurch sollten sie für die sprachliche Diversität ihrer künftigen Schüler*innen sensibilisiert werden und sich mit sprachbewussten Unterrichtsplanungen auseinandersetzen.

2.1 Der sprachliche Planungsrahmen

Ausgehend von der Auffassung, dass Sprache und Sprachförderung integrale Bestandteile des Sachfachunterrichts sind und daher bereits in der Unterrichtsplanung berücksichtigt werden müssen (Tajmel & Hägi-Mead, 2017, S. 74), entwickelten Tajmel und Hägi-Mead (2017, S. 75) den Planungsrahmen von Quel & Trapp (2020, S. 37) weiter. Dieser umfasst die Bereiche Thema, Aktivitäten und Sprachhandlungen, Sprachstrukturen und Vokabular. Um Primarstufenlehramtsstudierende bereits in der Ausbildung mit diesem Instrument vertraut zu machen, zeigte sich, dass einzelne Begriffe des Planungsrahmens weiter präzisiert bzw. an diese Zielgruppe angepasst werden mussten. Entsprechend wurden Adaptierungen vorgenommen, die kursiv hervorgehoben sind (s. Abb. 1).

Schul-stufe/ Thema	Aktivitäten und Sprachhandlungen	*Sprachliche Mittel/* Sprachstrukturen	Vokabular
	*Explizite (erwünschte) Sprachhandlung der Schüler*innen:*		
	Hörverstehen		
	Sprechen		
	Leseverstehen		
	Schreiben		

Abbildung 1: Sprachlicher Planungsrahmen in Anlehnung an Tajmel & Hägi-Mead (2017, S. 75)

Die einzelnen Schritte der Unterrichtsplanung orientieren sich grundsätzlich an der Vorgehensweise des Planungsrahmens von Tajmel und Hägi-Mead (2017, S. 75). Zunächst werden Thema und Schulstufe festgelegt. Im Unterschied zum ursprünglichen Planungsrahmen wird in der vorliegenden Adaption ein sprachlicher Erwartungshorizont formuliert, der zugleich die zu erwerbenden fachlichen Inhalte umfasst und in der Spalte „Explizite (erwünschte) Sprachhandlung der Schüler*innen“ festgehalten. Ausgehend davon lassen sich sowohl fachliche als auch sprachliche Anforderungen ableiten, die durch Aufgabenstellungen aufgegriffen werden, welche die verschiedenen Fertigkeitsbereiche (Hörverstehen, Leseverstehen, Sprechen und Schreiben) einbeziehen. Anschließend werden die Aktivitäten und Sprachhandlungen im Hinblick auf ihre spezifischen sprachlichen Mittel bzw. Sprachstrukturen analysiert (z. B. Passivstrukturen, Perfekt, Steigerungsformen) und notiert. Abschließend werden in der rechten Spalte lexikalische Begriffe vermerkt, die für das Unterrichtsthema relevant sind bzw. voraussichtlich noch nicht zum Wortschatz der Schüler*innen gehören.

Eine Unterrichtsvorbereitung auf Basis des sprachlichen Planungsrahmens stellt neben dem Erwerb von Fachwissen auch den Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen in den Mittelpunkt und zielt auf eine systematische Berücksichtigung sprachlicher Aspekte im Fach ab. Entsprechend verstehen Tajmel & Hägi-Mead (2017, S. 74) die Arbeit mit dem Planungsrahmen daher nicht nur als Instrument der Unterrichtsplanung, sondern auch als Grundlage für Unterrichtsreflexionen, die eine gezielte Integration sprachlicher Lernprozesse im Fachunterricht unterstützen.

2.2 Das WEGE-Konzept

Zur Versachlichung des zuvor beschriebenen Planungsrahmens im mathematischen Kontext, wurde dieser entlang des WEGE-Konzepts (Verboom, 2013) weitergedacht und für den Einsatz im Mathematikunterricht adaptiert. WEGE beschreibt ein Akronym, bestehend aus <u>W</u>ortspeicher, <u>E</u>inschleifübungen, <u>G</u>anzheitlichen Übungen und Übungen zur <u>E</u>igenproduktion und bahnt die strukturierte Entwicklung von mündlicher und schriftlicher mathematischer Ausdrucksfähigkeit der Schüler*innen an. Zentrales Ziel einer Ausgestaltung und Umsetzung dieses Konzepts ist, dass das mathematische Lernen mit entsprechender Sprachhandlungsfähigkeit verknüpft wird, sodass mathematische Konzepte und Aufgaben nicht nur verstanden werden, sondern auch mit zunehmender sprachlicher Präzision mündlich und schriftlich produziert werden können.

Wesentliches Element einer Ausgestaltung im Sinne dieses Konzepts ist der *Wortspeicher*, bei dem wichtige Fachbegriffe, fachspezifische Ausdrücke und Satzstrukturen etc. eingeführt, visualisiert und der Klasse (ggf. kontinuierlich) zugänglich gemacht werden. Der Wortspeicher umfasst nicht nur isoliert einzelne Wörter, sondern auch sprachliche Muster und Satzstrukturen. Dabei bietet sich an, dass relevante sprachliche Mittel von der Lehrperson sukzessive eingeführt und anschließend gemeinsam mit den Schüler*innen im Wortspeicher abgebildet werden (Verboom, 2017, S. 26). Aktivitäten, die das Verstehen, Behalten und Anwenden von Sprachmitteln des Wortspeichers einüben, können zum Beispiel das regelmäßige Vorlesen oder Definieren der Begriffe bzw. das Einbinden von Begriffen in Sätzen sein. Auch das Eintragen von Begriffen in „Glossar“-Heften kann einen lernfördernden Effekt mit Wortspeichern darstellen (Selter, 2017, S. 43).

Einschleifübungen sind Übungen, durch die neu eingeführte Fachbegriffe und Satzstrukturen zunächst in klar definierten kontextuellen und sprachlichen Rahmenbedingungen geübt werden (Verboom, 2017, S. 27). Den Schüler*innen werden dabei sprachliche Unterstützungen angeboten. Durch die Arbeit mit einem begrenzten Wortschatz und wiederkehrenden Satzmustern in strukturierten Sprachumgebungen können die Schüler*innen mündlich und schriftlich Sicherheit im Umgang mit diesen Begriffen gewinnen.

Mit dieser Grundlage wird durch *ganzheitliche Übungen* ein umfassenderer und flexiblerer Umgang mit den neu erworbenen mathematischen Sprachmitteln entwickelt, die in erweiterten mathematischen Kontexten angesiedelt sind und vielfältigere Satzstrukturen beinhalten. Sprachliche Unterstützungen werden hier ebenso angeboten, wenngleich in deutlich geringerem Ausmaß. Außerdem sollen (im holistischen Sinne) auch mehrere Sinneskanäle bei der Bearbeitung der Übungen angesprochen und somit Sprachbewusstheit gefördert werden (ebd., S. 28).

Das bei den vorigen Übungen angebotene Sprachgerüst wird mit den *Übungen zur Eigenproduktion* gänzlich abgebaut. Die Schüler*innen sollen bei diesen Übungen mit einem hohen Maß an Selbstständigkeit eigene Fragen, Beschreibungen, Begründungen oder kurze mathematische Texte formulieren. Durch diese Übungen können die Schüler*innen ihre neu erlernten Kompetenzen in ihrer Gesamtheit demonstrieren (ebd.). In dieser Phase zeigt sich, ob Schüler*innen einerseits mathematische Konzepte verstanden, entsprechende Aufgaben selbstständig lösen und die Operationen und Ergebnisse sprachlich angemessen kommunizieren können.

3 Lernszenario „Eine*r wird gewinnen?!“

Die Planung eines Lernszenarios im Sinne des erläuterten Konzepts beginnt mit der Definition sowohl fachlicher als auch sprachlicher Lernziele sowie einer Analyse der sprachlichen Anforderungen des jeweiligen Lernkontextes. Das Vorwissen der Schüler*innen, ihr anfänglicher Kompetenzstand in Mathematik, verfügbare sprachliche Kompetenzen und sprachorientierte Ziele werden dabei ebenso berücksichtigt. Auf diese Weise orientiert sich die Ausgestaltung des Lernszenarios nicht nur an mathematischen Inhalten, sondern auch an den sprachlichen Ressourcen, die die Schüler*innen zur Verfügung haben bzw. benötigen, um mathematische Entdeckungen zu beschreiben, Vermutungen zu formulieren, mathematische Argumentationen angemessen zu begründen usw.

Die Zweckmäßigkeit eines solchen Lernszenarios entfaltet seine volle Wirksamkeit erst dann, wenn es an einen konkreten fachlichen Kontext gebunden ist, der sowohl mathematisch gehaltvolle als auch sprachlich ergiebige Lernanlässe bietet. Im Bereich der Stochastik und Datenerhebung lassen sich diese Bedingungen in besonderem Maße erfüllen, da das Beschreiben, Vergleichen und Interpretieren von Daten eine präzise Versprachlichung notwendig machen.

3.1 Ausgangspunkt

Der Begriff „Daten" findet sich im neuen Lehrplan der Volksschule an prominenter Stelle im Titel eines der vier Kompetenzbereiche wieder: „Zahlen und Daten" (RIS, 2026, S. 71–73).

In den ersten beiden Schulstufen ist damit die Erhebung, Darstellung und Interpretation von Daten der unmittelbaren Lebenswelt in Form von Strichlisten, Tabellen, Säulen- und Balkendiagrammen gemeint. In der dritten Schulstufe kommen die Darstellung einfacher kombinatorischer Abzählaufgaben sowie die Beschreibung und das Vergleichen der Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen der kindlichen Lebenswelt in qualitativer Form hinzu. Diese grundlegende Heranführung an die „Data-Sciences" kumuliert in der vierten Schulstufe in der Durchführung und Wiederholung von Zufallsexperimenten, sowie der Darstellung absoluter Häufigkeiten und des qualitativen Vergleichs von Wahrscheinlichkeiten (ebd.).

3.2 Das Lernszenario im Überblick

Als Inspirationsquelle diente den Studierenden das Unterrichtsmaterial mit Würfeln des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik (PIKAS, o.J.).

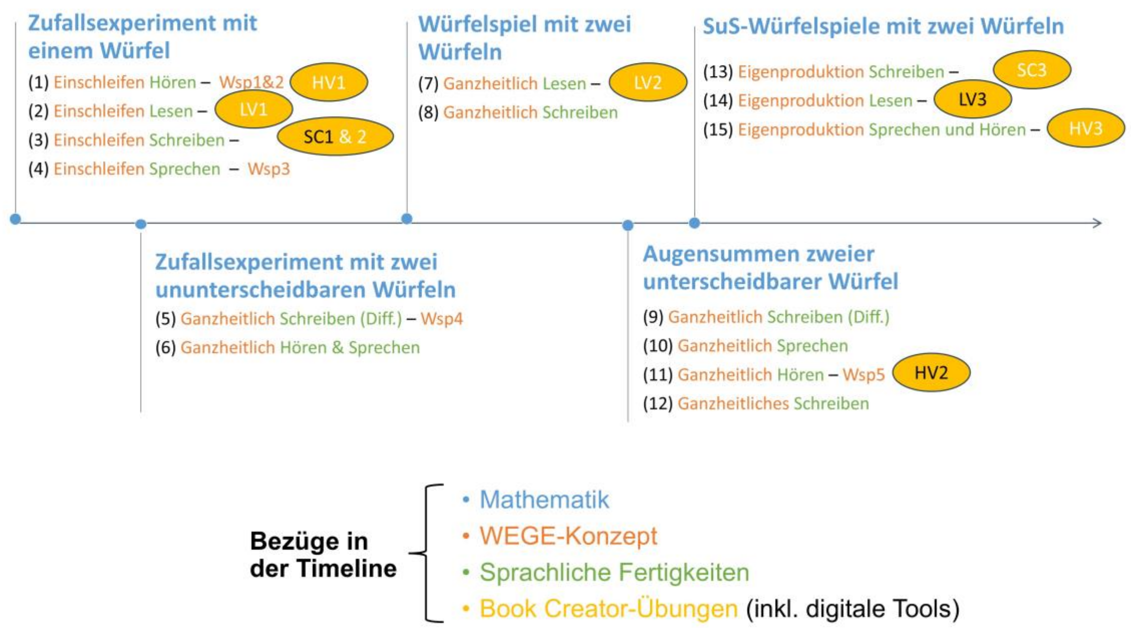


Abbildung 2: Lernszenario – Timeline (eigene Darstellung)

Grundsätzlich umfasst das Lernszenario fünf aufeinander aufbauende Unterrichtsphasen (s. Abb. 2), die auf einen sukzessiven Erwerb fachlicher sowie sprachlicher Kompetenzen der Schüler*innen abzielen. In der ersten Phase werden einfache Zufallsexperimente mit einem Würfel durchgeführt. Darauf aufbauend folgen Zufallsexperimente mit zwei ununterscheidbaren Würfeln, wodurch die Komplexität mathematischer Überlegungen erhöht wird. Anschließend werden Würfelspiele mit zwei Würfeln eingeführt und angeleitet, bevor Übungen zu den Augensummen zweier unterscheidbarer Würfel vertiefend bearbeitet werden. In der abschließenden Phase entwickeln die Schüler*innen eigenständig Würfelspiele. Für alle Unterrichtsphasen wurden differenzierte analoge und digitale Übungsformate konzipiert, die zunächst auf das Einüben grundlegender Fertigkeiten abzielen, anschließend in ganzheitliche Übungsformen übergehen und schließlich in eigenständige Produktionsprozesse münden. Parallel dazu werden die sprachlichen Fertigkeiten – Hörverstehen, Leseverstehen, Sprechen und Schreiben – systematisch gefördert.

3.3 Digitale Tools im Lernszenario

3.3.1 Book Creator

Die Arbeitsaufträge des Lernszenarios wurden (teilweise) mit *Book Creator* (https://bookcreator.com/) realisiert. Mit dieser browserbasierten Bildungsplattform wird es Schüler*innen und Lehrpersonen ermöglicht, multimodale digitale Bücher oder auch Aufgabenhefte zu erstellen und zu bearbeiten (s. Kapitel 3.4). Für differenzsensible Zugänge gibt es somit umfangreiche Möglichkeit, Inhalte mit Texten, Bildern, Audio- und Video-Dateien aufzubereiten, wodurch unterschiedliche Lernvoraussetzungen und Wahrnehmungskanäle gezielt angesprochen werden können. So lassen sich etwa Aufgabenstellungen mit gesprochenen Texten erklären, visuelle Hilfestellungen einbetten oder Lösungswege schrittweise aufbereiten, wodurch sich Book Creator besonders gut für inklusive, individualisierte Bildungskontexte eignet.

3.3.2 GeoGebra

Beim Lernszenario wurden darüber hinaus *GeoGebra*-Apps[1] entwickelt und eingesetzt (s. Kapitel 3.4.4). Durch diese dynamische Mathematiksoftware können mathematische Inhalte interaktiv analysiert, erschlossen und visualisiert werden. Besonders im Hinblick auf differenzsensible Lernzugänge eröffnet GeoGebra zahlreiche Möglichkeiten, mathematische Sachverhalte mithilfe von Konstruktionen, Diagrammen, Tabellen, Simulationen und algebraischen Darstellungen aufzubereiten.

3.3.3 Diagramm Generator

Auch der *Diagramm Generator* der Plattform *Meine Forscherwelt* (https://www.meine-forscherwelt.de/diagramm-generator) wurde beim Lernszenario eingesetzt. Dieses browserbasierte Tool ermöglicht es, Daten aus Beobachtungen, Befragungen oder Experimenten strukturiert zu erfassen und in anschaulichen Diagrammen darzustellen. Gerade im Hinblick auf differenzsensible Lernzugänge eröffnet der Diagramm Generator die Möglichkeit, statistische Darstellungen niedrigschwellig und visuell unterstützt aufzubereiten. Dadurch können bereits Schüler*innen der Volksschule Daten schrittweise ordnen, vergleichen und interpretieren, wobei unterschiedliche Lernvoraussetzungen sowie verschiedene Zugangsweisen zur Auseinandersetzung mit Daten und Häufigkeiten berücksichtigt werden können.

3.4 Ausgewählte Ausschnitte aus dem Lernszenario[2]

Nachfolgend werden Wortspeicher und exemplarische Übungen zu verschiedenen Sprachfertigkeiten gezeigt, die auch beim Tag der Mathematik 2026 im Rahmen eines Workshops durchgeführt wurden.

3.4.1 Wortspeicher

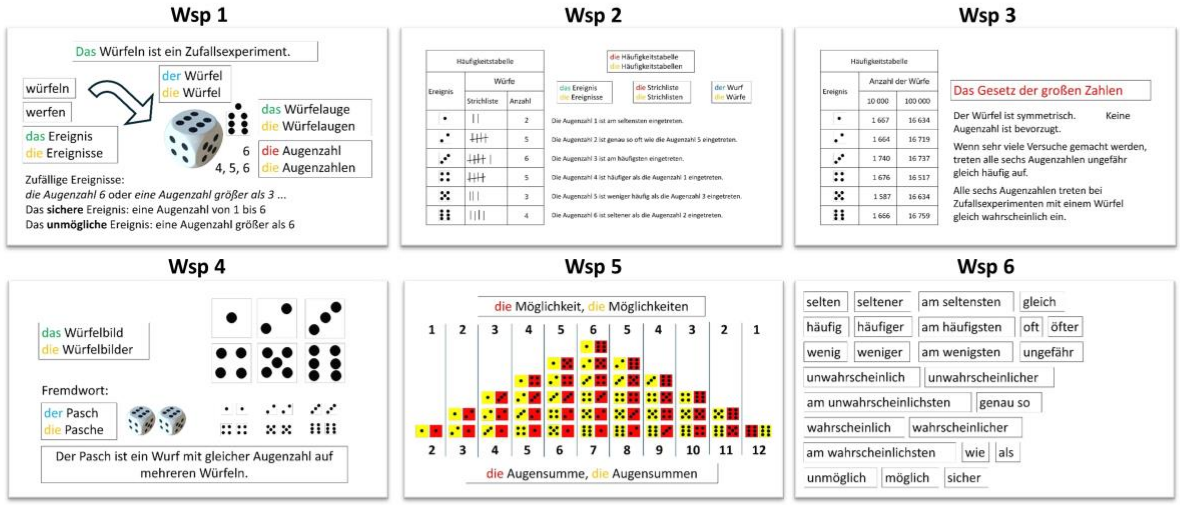


Abbildung 3: Wortspeicher (eigene Darstellung)

Abbildung 3 zeigt die Wortspeicher, die für das Lernszenario entwickelt wurden. Fachsprachlich relevante Begriffe, Satzstrukturen und Formulierungen, die zur Bearbeitung und Verbalisierung der Aufgaben(-lösung) hilfreich sein können, werden darin visuell zweckmäßig aufbereitet, dargelegt und gebündelt. Außerdem können die Wortspeicher bei bestimmten Aufgaben bei der Aufgabenlösung eine fachliche Unterstützung (vgl. bspw. Wsp 5) bieten. Wortspeicher können bei allen Aufgaben zur Sprachrezeption und -produktion eingesetzt werden, wobei der vordergründige Einsatz bei den Einschleifübungen vorgesehen ist.

3.4.2 Einschleifübung (Hörverstehen, HV1)

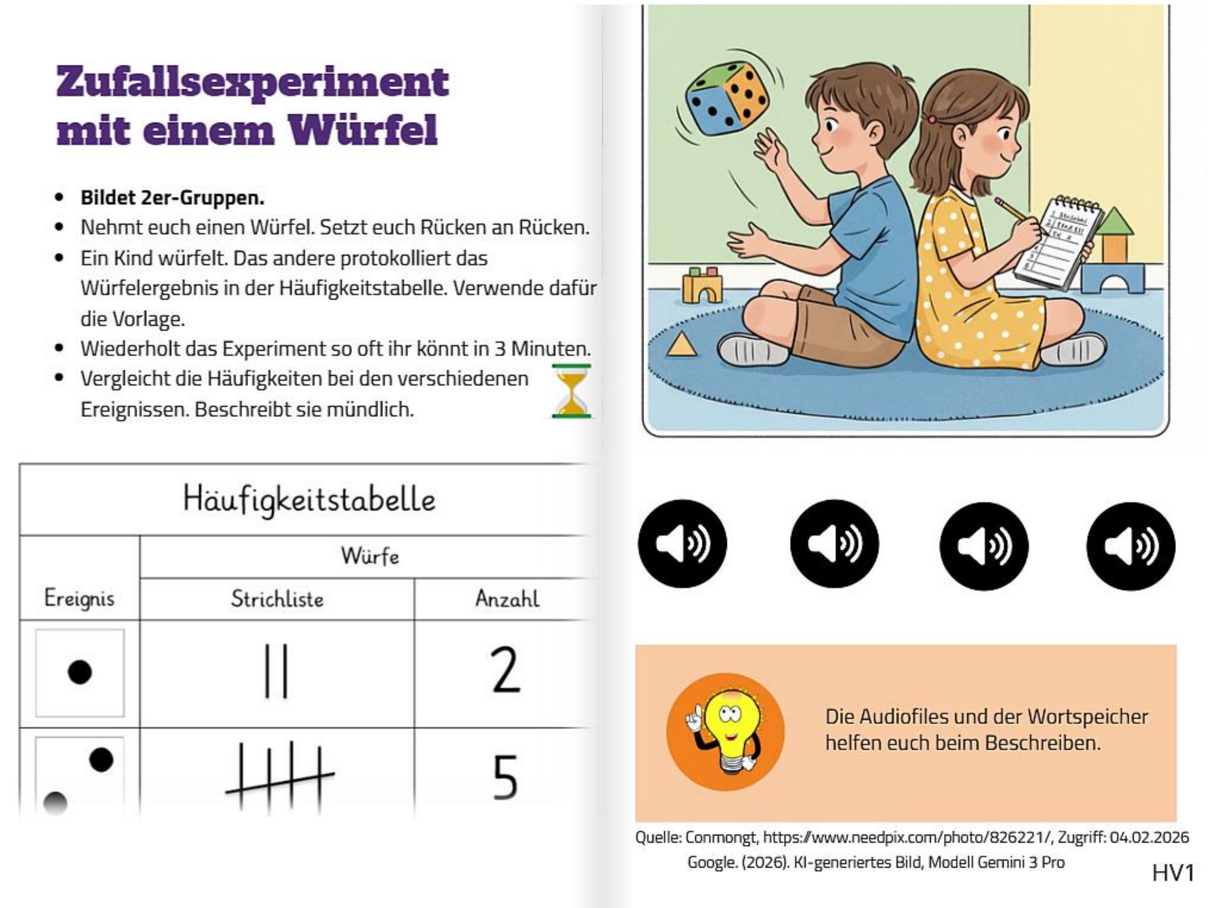
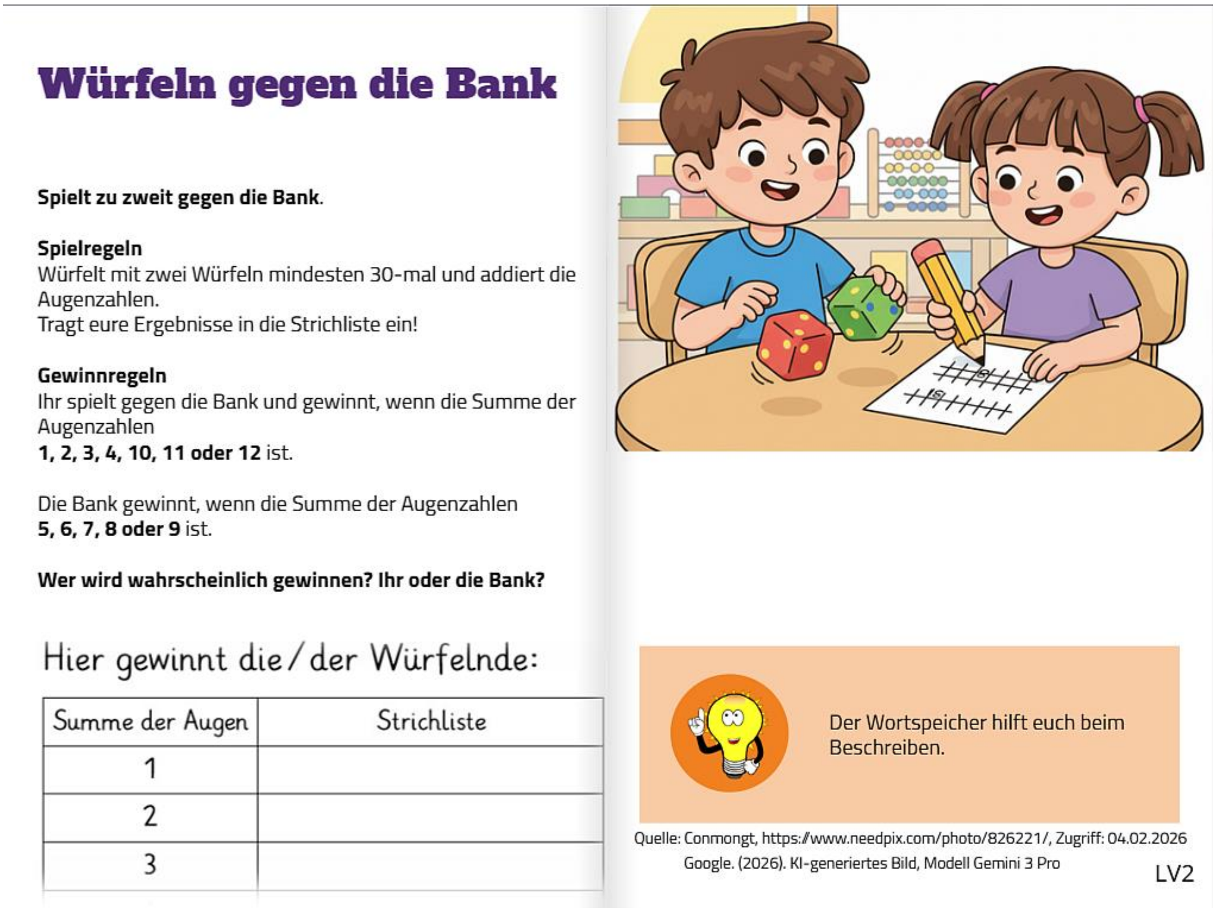


Abbildung 4: Einschleifübung (eigene Darstellung)[3]

Abbildung 4 veranschaulicht eine Einschleifübung zum „Hörverstehen“, bei der neu eingeführte Fachbegriffe und Satzmuster in einem eng geführten sprachlichen und inhaltlichen Rahmen in 2er-Gruppen spielerisch geübt werden sollen. Durch Wiederholung, Reduktion von Komplexität und klare sprachliche Vorgaben sollen die Schüler*innen bei der Bearbeitung dieser Aufgaben Sicherheit im Umgang mit mathematischen Ausdrucksweisen aufbauen.

Didaktisch bedeutsam ist hierbei die gezielte Verschränkung von sprachlicher Strukturierung und fachlichem Handeln. Die Übung unterstützt Schüler*innen darin, erste fachsprachliche Formulierungen nicht nur rezeptiv zu verstehen, sondern auch produktiv anzuwenden. Schüler*innen erhalten durch Wortspeicher und Audiofiles () ein sprachliches Unterstützungsangebot in Form von exemplarischen Satzmustern etc., die sie für die Aufgabenlösung benötigen. Sie müssen dabei korrekte Satzmuster nachvollziehen und diese schrittweise in eigenen Äußerungen anwenden. Auf diese Weise wird sowohl der Aufbau fachsprachlicher Sicherheit als auch die Verknüpfung von Hörverstehen und mathematischem Denken gezielt gefördert.

3.4.3 Ganzheitliche Übung (Leseverstehen, LV2)



Würfeln gegen die Bank

Spielt zu zweit gegen die Bank.

Spielregeln
Würfelt mit zwei Würfeln mindestens 30-mal und addiert die Augenzahlen.
Tragt eure Ergebnisse in die Strichliste ein!

Gewinnregeln
Ihr spielt gegen die Bank und gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen
1, 2, 3, 4, 10, 11 oder 12 ist.

Die Bank gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen
5, 6, 7, 8 oder 9 ist.

Wer wird wahrscheinlich gewinnen? Ihr oder die Bank?

Hier gewinnt die/der Würfelnde:

Summe der Augen	Strichliste
1	
2	
3	

Der Wortspeicher hilft euch beim Beschreiben.

Quelle: Conmongt, https://www.needpix.com/photo/826221/, Zugriff: 04.02.2026
Google. (2026). KI-generiertes Bild, Modell Gemini 3 Pro

LV2

Abbildung 5: Ganzheitliche Übung (eigene Darstellung)[4]

Abbildung 5 zeigt eine ganzheitliche Übung zum „Leseverstehen", in der die zuvor eingeführten sprachlichen Mittel in einen erweiterten mathematischen Zusammenhang eingebettet werden. Entsprechend einer Konzeption entlang des WEGE-Konzepts wird der Grad der sprachlichen Offenheit hier erhöht (es werden weniger sprachliche Unterstützungen eingesetzt), während die Schüler*innen die erworbenen Begriffe und Satzstrukturen flexibel und kontextbezogen verwenden sollen. Sie sollen somit dazu angeregt werden, nicht nur ein präzises Verständnis mathematischer Konzepte zu entwickeln, sondern diese Konzepte auch zunehmend selbstständig in eigenen Worten zu formulieren, zu strukturieren und zu begründen. In dieser Hinsicht fördert eine ganzheitliche Übung den Übergang von einem stark gestützten Sprachgebrauch hin zu einem reflektierten, eigenständigen und kontextgerechten Umgang mit mathematischer Terminologie. Im Unterschied zur Einschleifübung steht also nicht mehr allein die Reproduktion vorgegebener sprachlicher Muster im Vordergrund, sondern deren funktionale Nutzung in einer sprachlich komplexeren Anforderungssituation.

3.4.4 Übung zur Eigenproduktion (Leseverstehen, LV3)

Abbildung 6: Übung zur Eigenproduktion (eigene Darstellung)[5]

Eine Übung zur Eigenproduktion zum „Leseverstehen“ wird in Abbildung 6 dargelegt, die den letzten Schritt der sprachdidaktischen Progression entlang des WEGE-Konzepts markiert. In dieser Phase wird das bei den zuvor gezeigten Übungen bereitgestellte Sprachgerüst weitestgehend zurückgenommen, sodass die Schüler*innen mathematische Beobachtungen, Vermutungen oder Begründungen eigenständig formulieren und versprachlichen sollen. Diese Aufgaben besitzen damit diagnostischen und fördernden Charakter zugleich. Sie machen sichtbar, inwieweit die aufgebauten sprachlichen Mittel bereits internalisiert wurden und ob die Schüler*innen mathematische Inhalte nicht nur bearbeiten, sondern auch fachlich angemessen kommunizieren können. Zugleich eröffnet sie den Schüler*innen einen erweiterten Handlungsspielraum, in dem mathematisches Denken und fachsprachlicher Ausdruck eng miteinander verknüpft werden.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Hochschuldidaktische Lehrveranstaltungen zielen nicht nur auf die Vermittlung fachwissenschaftlicher Inhalte ab, sondern insbesondere auf den Aufbau fachdidaktischer Kompetenzen.

Für den Mathematikunterricht in der Volksschule bedeutet dies, dass angehende Lehrpersonen nicht nur über ein fundiertes Verständnis mathematischer Konzepte verfügen müssen, sondern zugleich in der Lage sein sollen, diese adressat*innengerecht aufzubereiten und für Volksschüler*innen lernwirksam zu vermitteln.

Einhergehend damit gewinnt die sprachliche Dimension sowohl bei der Vermittlung von Wissen als auch bei der Produktion eigener mathematischer Überlegungen eine zentrale Bedeutung. Bildungssprachliche Fähigkeiten sind dabei eng mit mathematischen Konzepten zu verknüpfen und sukzessive aufzubauen. Das impliziert, dass eine kleinschrittige Steigerung der Komplexität sowohl auf inhaltlich-mathematischer als auch auf sprachlicher Ebene erfolgen muss. Genau diese enge Verzahnung und der schrittweise Kompetenzaufbau beider Dimensionen werden exemplarisch im Lernszenario „Eine*r wird gewinnen?!“ von Robert Hobl und Anja Robbe deutlich. Darüber hinaus kann der gezielte Einsatz von digitalen Tools Lernwege sinnstiftend begleiten, indem sie unterschiedliche Repräsentationsformen miteinander verknüpfen, sprachliche wie fachliche Unterstützungsangebote bereitstellen und so individuelle, differenzsensible Zugänge, Reflexionsprozesse sowie den schrittweisen, nachhaltigen Kompetenzaufbau fördern.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Verknüpfung mathematischen und sprachlichen Denkens nicht nur lernförderlich für Schüler*innen ist, sondern auch für Studierende einen erheblichen Mehrwert bietet. Insbesondere ermöglicht die Gestaltung entsprechender Lehrveranstaltungen, dass die für den Volksschulunterricht notwendige Verschränkung von Fach- und Sprachlernen unmittelbar erfahrbar wird. Dieses Konzept beschränkt sich somit nicht auf die Verbindung von Mathematik und Sprache, sondern ist grundsätzlich auf andere Unterrichtsfächer übertragbar und eröffnet somit weiterführende Perspektiven für einen sprachbewussten Fachunterricht.

Literatur- und Quellenverzeichnis

Book Creator (2026). *Book Creator – love learning – Book Creator app.* https://bookcreator.com/

Bednorz, D. (2021). Zusammenhang zwischen Sprache und Mathematik. *Sprachliche Variationen von mathematischen Textaufgaben. Bielefelder Schriften zur Didaktik der Mathematik* (5) *(S. 11—30)*. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-33003-3_2

GeoGebra (2026). *GeoGebra – the world’s favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers.* https://www.geogebra.org/

Gogolin, I., Lengyel, D., Bainski, C., Lange, I., Michel, U., Rutten, S., & Scheinhardt-Stettner, H. (2020). *Durchgängige Sprachbildung: Qualitätsmerkmale für den Unterricht* (2., überarb. u. erw. Aufl.). Waxmann.

Google (2026). *KI-generierte Bilder* (Modell Gemini 3 Pro).

Gürsoy, E., Benholz, C., Renk, N., Prediger, S. & Büchter, A. (2013). Erlös = Erlösung? – Sprachliche und konzeptuelle Hürden in Prüfungsaufgaben zur Mathematik. *Deutsch als Zweitsprache 1*, S. 14–24.

Jostes, B. (2017). „Mehrsprachigkeit“, „Deutsch als Zweitsprache“, „Sprachbildung“ und „Sprachförderung“: Begriffliche Klärungen. B. Jostes, D. Caspari & B. Lütke (Hrsg.), *Sprachen – Bilden – Chancen. Sprachbildung in Didaktik und Lehrkräftebildung*. Waxmann (S. 103—126).

Lange, I., & Gogolin, I. (2010). *Durchgängige Sprachbildung: Eine Handreichung* (FörMig Material). Waxmann.

PIKAS (o.J.). *Zufallsexperimente.* https://pikas.dzlm.de/unterricht/daten-häufigkeiten-und-wahrscheinlichkeiten/wahrscheinlichkeiten/zufallsexperimente

Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(1), 77–104.

Quel, T. & Trapp, U. (2020). *Sprachbildung im Sachunterricht der Grundschule. Mit dem Scaffolding-Konzept unterwegs zur Bildungssprache* (2. Aufl.). Waxmann.

RIS (2026). *Bundesrecht konsolidiert: Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrplan der Volksschule, Fassung vom 27.03.2026.* https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009275

Selter, C. (2017). *Sprachfördernder Mathematikunterricht: Planung eines gezielt sprachfördernden Mathematikunterrichts mit Hilfe des WEGE-Konzeptes*. Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik. Verfügbar unter https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_4_-_Sprachfoerderung_im_Mathematikunterricht/FM/4.4_wege_konzept-5_2.pdf

Stiftung Kinder forschen (2026). Diagramm Generator. Meine Forscherwelt. https://www.meine-forscherwelt.de/diagramm-generator

Tajmel, T., & Hägi-Mead, S. (2017). *Sprachbewusste Unterrichtsplanung: Prinzipien, Methoden und Beispiele für die Umsetzung* (Reihe FörMig Material, Bd. 9). Waxmann.

Verboom, L. (2013). Sprachförderung im Fach mit Plan. *Grundschule Mathematik*, (39), 16–19.

Verboom, L. (2017). Fachbezogene Sprachförderung im Mathematikunterricht: Das WEGE-Konzept – ein übersichtlicher Weg durch den Sprachförder-Dschungel. *Grundschule aktuell*, 137, 25–28.

Anmerkungen

[1] Konkret für das Lernszenario wurde eine App weiterentwickelt, mit der per Knopfdruck lange Würfelserien mit zwei Würfeln durchgeführt werden können: https://www.geogebra.org/m/a4rsx2x9 (basierend auf https://www.geogebra.org/m/wu6gwyhd). So wird innerhalb weniger Sekunden die Verteilung der Augensummen bei bspw. 100 000-maliger Wiederholung durch Balkendiagramme volksschulgerecht dargestellt.

[2] Die vollständigen digitalen Übungshefte zu den Sprachfertigkeiten Hörverstehen, Leseverstehen und Schreiben (erstellt in Book Creator) mit jeweils einer Einschleifübung, einer ganzheitlichen Übung und einer Übung zur Eigenproduktion sind hier zu finden:
Hörverstehen: https://read.bookcreator.com/aWZ28Yf4PwydnwbH7p-Af-HK8F-MGE6a2cBWtedl5BA/9BY7M7BRQgygRLGwD-uDWg/IDTMOzUERl-hR-1ww3GVuw
Leseverstehen: https://read.bookcreator.com/aWZ28Yf4PwydnwbH7p-Af-HK8F-MGE6a2cBWtedl5BA/XkshIH0VSJCH-ITnA_1-nw/IDTMOzUERl-hR-1ww3GVuw
Schreiben: https://read.bookcreator.com/aWZ28Yf4PwydnwbH7p-Af-HK8F-MGE6a2cBWtedl5BA/4RpUkgJ7QTKXWyq5Z3u9Yw/IDTMOzUERl-hR-1ww3GVuw

[3] https://read.bookcreator.com/aWZ28Yf4PwydnwbH7p-Af-HK8F-MGE6a2cBWtedl5BA/9BY7M7BRQgygRLGwD-uDWg/DxX4rO1lR_2hR_XTyYv4aQ-right

[4] https://read.bookcreator.com/aWZ28Yf4PwydnwbH7p-Af-HK8F-MGE6a2cBWtedl5BA/XkshIH0VSJCH-ITnA_1-nw/kR7xhrc3RX2Ifka2SMDf9Q-right

[5] https://read.bookcreator.com/aWZ28Yf4PwydnwbH7p-Af-HK8F-MGE6a2cBWtedl5BA/XkshIH0VSJCH-ITnA_1-nw/AVYAaOraTqS29vrlWRrorg-right

 | ISSN 2313-1640

R&E-SOURCE
Eigentümerin und Medieninhaberin:
Pädagogische Hochschule Niederösterreich
Mühlgasse 67, 2500 Baden
www.ph-noe.ac.at | journal.ph-noe.ac.at

ISSN 2313-1640

Die vierte Ausgabe von R&E-SOURCE im 13. Jahrgang des Journals widmet sich dem Thema

demokratie.lernen

Einreichungen sind bis 31. Juli 2026 herzlich willkommen unter
https://journal.ph-noe.ac.at/index.php/resource/about/submissions
Erscheinungsdatum: 15. Oktober 2026