

Vorschläge für einen datenorientierten Stochastikunterricht in der Sekundarstufe

Stefan Götz¹, Victoria Döllner²

Zusammenfassung

Im Zuge eines datenorientierten Zugangs wird vor allem in der beschreibenden Statistik, aber auch in der beurteilenden Statistik versucht, mit realen Daten zu arbeiten. Diese können entweder selbst (in der Klasse) erhoben oder aus dem Internet gewonnen werden. Im Beitrag werden konkrete Beispiele zum Selbst-Ausprobieren präsentiert. Dabei wird auf Authentizität geachtet und gezeigt, dass der Aufwand für die Erhebung, Aufbereitung und Analyse der Daten nicht (allzu) groß ist. Auf diese Weise wird angeregt, Schüler*innen durch „echte“ statistische Auswertungen für dieses immer noch in der Schule vernachlässigte Gebiet zu motivieren. Der digitale Technologieeinsatz spielt hierbei eine wesentliche Rolle.

1 Vorbemerkung

Dieser Beitrag folgt dem Credo: Das Arbeiten mit *realen* Daten im Stochastikunterricht verstärkt die Bereitschaft, statistische Methoden zu erlernen, und bietet viele Möglichkeiten, dass sich Schüler*innen selbständig mit dem Stoff auseinandersetzen. In gewissem Sinne könnte man das Erheben, Aufbereiten, Darstellen und Auswerten von Daten als Vorübung zum Modellieren bezeichnen, da zumindest das Mathematisieren entweder ganz entfällt oder als Standardmethode realisiert wird. Als Quellen der realen Daten sind *selbst* erhobene Daten zu nennen und das *Internet*. Simulationen meinen wir hier nicht.

Zur Darstellung der Daten verwenden wir *Excel* oder *GeoGebra* aufgrund ihrer großen Verbreitung in der Schule, wobei nur Standardfunktionen verwendet werden, um den Einsatz auch von wenig erfahrenen (oder skeptischen) Lehrkräften bzw. Schüler*innen zu ermöglichen und den zeitlichen Aufwand gering zu halten.

Als Motiv für diesen Vorschlag sehen wir vor allem die *Authentizität* des Kontextes, aus dem die Daten stammen, nicht unbedingt Lebensnähe der Schüler*innen, die doch individuell sehr unterschiedlich ausgeprägt sein kann. Es kann durchaus passieren, dass erst das Befassen (i. e. das statistische Untersuchen) mit einem (eines) bestimmten Kontext(s) das Interesse mancher Schüler*innen dafür weckt.

Dabei kann es eventuell zu einer aufwändigen Recherche und Aufbereitung kommen, sodass keine ständige Indikation für den Einsatz im Unterricht gegeben ist. Das Befassen mit realen Daten ist quasi als Würze des Stochastikunterrichts gedacht. Sackgassen zu betreten und dann auch zu verfolgen kann bei der Recherche passieren, das soll nicht entmutigen, nach anderen Daten desselben Kontexts zu suchen!

2 Fünfte bis achte Schulstufe

Dem Arbeiten mit realen Daten von der Planung über die Erhebung und Darstellung bis zur Analyse unterliegt das didaktische Konzept *der Prozessbetrachtung* in diesem Beitrag (Krüger et al., 2015, S. 15). Zur heuristischen Orientierung dienen die folgenden Leitfragen (ebd.):

- Welcher Vorgang läuft mit welchen Objekten oder Personen ab?
- Welches Merkmal interessiert mich? Wie kann ich das Merkmal erfassen?
- Welche Ergebnisse sind möglich?
- Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?

¹ Universität Wien, Fakultät für Mathematik, Oskar Morgenstern-Platz 1, 1090 Wien.
Korrespondierender Autor. E-Mail: stefan.goetz@univie.ac.at

² Universität Wien, Fakultät für Informatik, Währinger Straße 29, 1090 Wien.

Das Werfen eines Würfels ist zum Beispiel der Vorgang, das Merkmal die geworfene Augenzahl, die möglichen Ergebnisse die natürlichen Zahlen von eins bis sechs und die Bedingungen umfassen zum Beispiel die Wurftechnik, die Unterlage oder den Würfel selbst.

Welche Vorteile bietet nun ein datenorientierter Zugang? Nach Engel (1999, S. 79) kann durch die Bezugnahme auf einen realen Kontext interdisziplinärer Unterricht motiviert werden. Das Hervorheben realer Situationen, das In-den-Blick-Nehmen realer Daten gibt eine mögliche Antwort auf die Sinnfrage im Mathematikunterricht. Damit verbunden ist aktives, entdeckendes Lernen, denn die statistische Methode, die zum Einsatz kommt, ist ja in der Regel bei authentischen Datensätzen nicht vorgegeben. Auch für die Lehrenden können sich überraschende Ergebnisse oder Aussagen ergeben. Schließlich wird eine als Entstehungsprozess aufgefasste Visualisierung von Konzepten und Begriffen ermöglicht, die eine andere, unmittelbare Betroffenheit vermittelt als bei der Verwendung von fingierten Daten (ebd.).

Die Bevölkerung Wiens¹, genauer ihre zeitliche Entwicklung und räumliche Verteilung, kann zur Vorstellung verschiedener Diagrammtypen dienen: Abbildung 1.

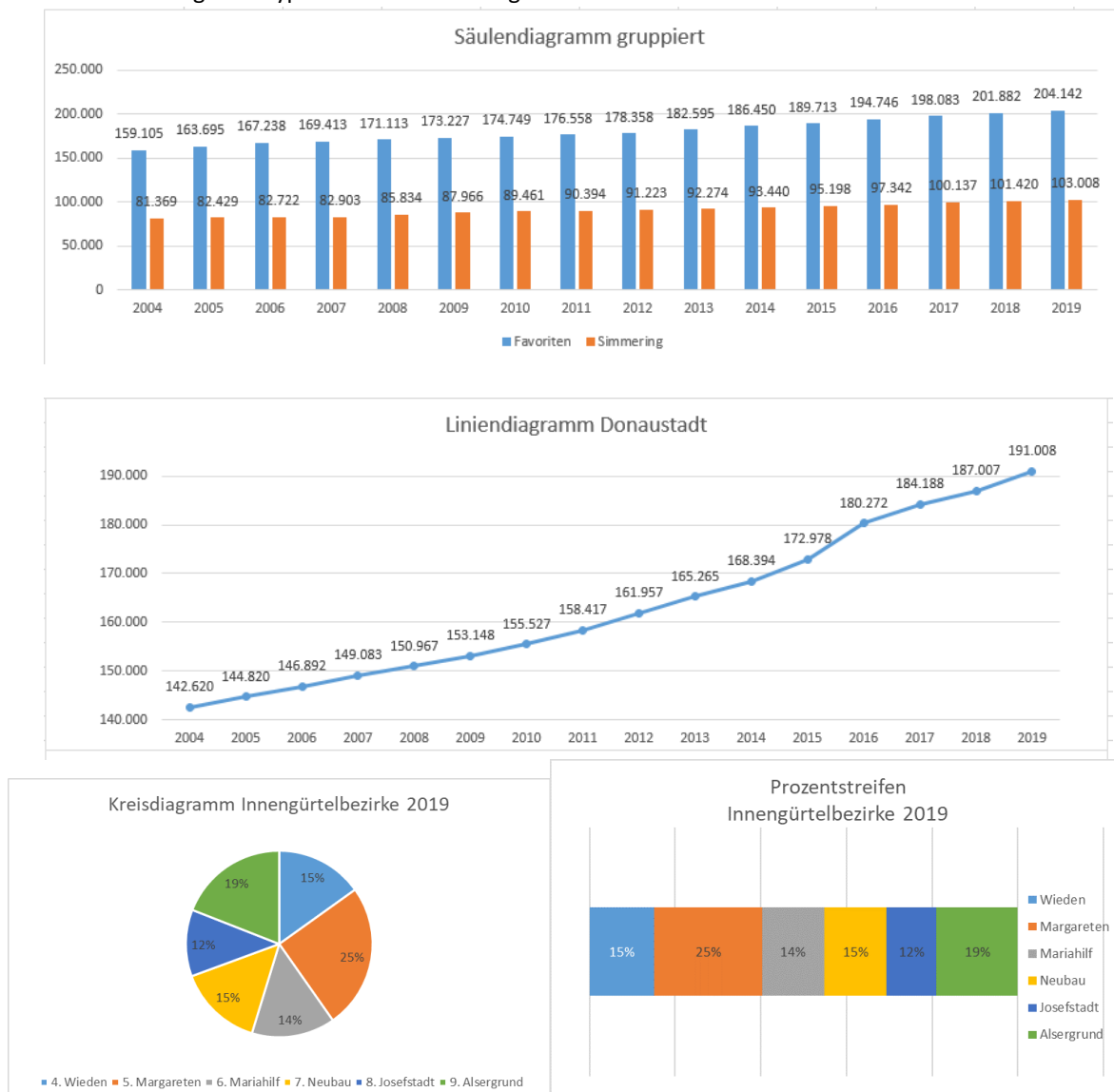
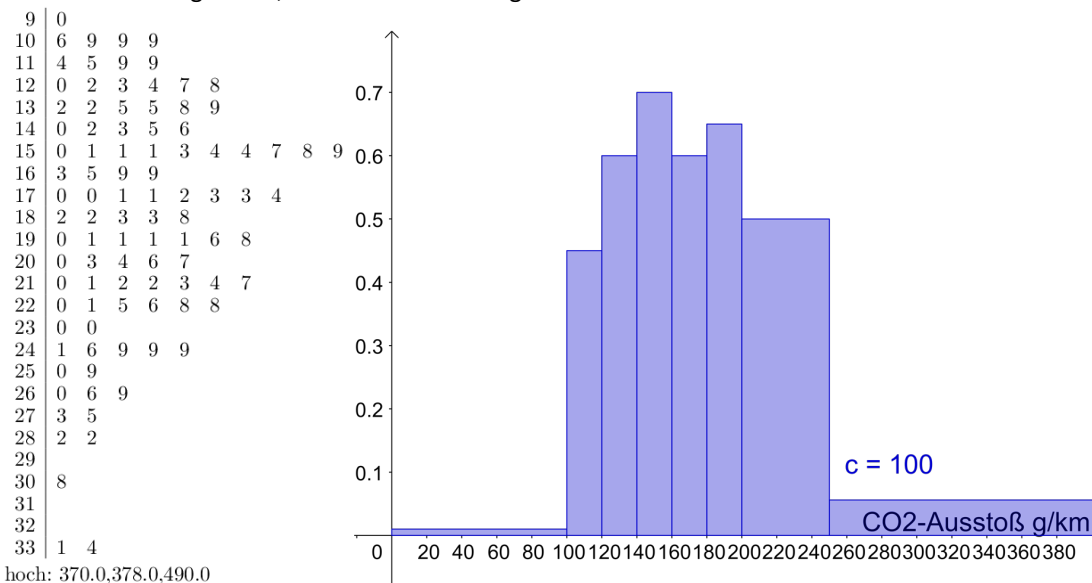


Abbildung 1: Verschiedene Diagrammtypen mit Excel erzeugt.

Der Big Mac-Index gibt in Minuten an, wie lange ein Arbeitnehmer mit Mindestlohnverdienst arbeiten muss, um einen Big Mac bezahlen zu können. Der internationale Vergleich wird als Balkendiagramm dargestellt². Die zeitliche Entwicklung des Index und die geographischen Unterschiede geben Anlass, fächerübergreifend über Preisentwicklung, Lohnniveaus u. Ä. nachzudenken (Big Mac ist ein Produkt, das in sehr vielen Ländern verkauft wird). Der CO₂-Ausstoß (in g/km) verschiedener Fahrzeugtypen³ (n = 100) kann in

einem *Stamm-Blatt-Diagramm* visualisiert werden, um einen ersten Eindruck einer empirischen Verteilung zu bekommen: Abbildung 2 links, mit GeoGebra erzeugt.



hoch: 370.0,378.0,490.0

Abbildung 2: Stamm-Blatt-Diagramm und Histogramm der CO₂-Ausstöße von ausgewählten Kleinwagen, Stadtautos, Kompaktwagen, Mittelklasse, Vans, Oberklasse, Geländewagen, Luxusklasse, Sportwagen und Cabrios.

Das *Histogramm* in Abbildung 2 rechts (mit GeoGebra erzeugt) zeigt ungleich breite Emissionsklassen, die nach dem *Statusbericht zu den CO₂-Emissionen neu zugelassener Pkw in Österreich im Jahr 2018* des Bundesministeriums für Nachhaltigkeit und Tourismus⁴ (Wien 2019) definiert worden sind.

Für das Konzept des (*gewichteten*) *arithmetischen Mittels* bieten sich zum Beispiel die Anzahlen der geschossenen Tore von FK Austria Wien in der Bundesliga an: Aus den Urlisten können Tabellen erstellt werden, die die Anzahl der geschossenen Tore und die zugehörigen absoluten Häufigkeiten zeigen. Ein Vergleich zum Vorjahr kann interessante Einsichten bringen⁵. Der *Mittelwertabakus* bietet einen handlungsorientierten, anschaulichen Zugang zur Schwerpunktseigenschaft des gewichteten arithmetischen Mittels (Spiegel, 1985).

3 Didaktisches Resümee

In Eichler & Vogel (2009, S. XII f.) werden *vier Aspekte statistischen Denkens* angeführt. Erstens das Erkennen der Notwendigkeit von Daten: aus Überzeugungen werden empirische Daten (``recognition of the need for data``). Zweitens die flexible Repräsentation von Daten (``transnumeration``): Jede neue Problemstellung wirft die Frage nach einer sinnvollen Analyseverfahren der Daten auf. Drittens die Einsicht in die Variabilität statistischer Daten (``consideration of variation``): eine neue Umfrage oder Stichprobenerhebung bzw. neue Daten ergeben in der Regel andere Ergebnisse, obwohl sich die Rahmenbedingungen nicht ändern. Viertens das Verbinden von Kontext und Statistik (``integrating the statistical and contextual``). Um diesen Forderungen gerecht zu werden, kann das didaktische Leitbild des/der *Datendetektivs(in)* (Götz & Süss-Stepancik, 2012; Leavy & Hourigan, 2016) in zwei Ausprägungen herangezogen werden:

„Während die ‚Wanderer‘ ihren (Analyse-)Weg kennen, einen Analyseplan vor Augen haben und zielorientiert auf die Daten zusteuern, gehen die ‚Wunderer‘ eher unvoreingenommen an die Daten heran und lassen sich von den Auffälligkeiten und Mustern in den Daten inspirieren und lenken und bauen darauf ihre Theorien auf. Idealerweise mischen sich die beiden Vorgehensweisen.“ (Biehler & Frischemeier, 2015, S. 8)

4 Auf dem Weg zur Oberstufe

Der schwierige Begriff der *bedingten Wahrscheinlichkeit* kann durch das Bestimmen von *bedingten Häufigkeiten* vorbereitet werden. In der Klasse kann zum Beispiel Tabelle 1 erhoben werden ($n = 32$).

	spielt Instrument (i)	spielt kein Instrument ($-i$)	Summe
Junge (j)	0.125	0.25	0.375
Mädchen (m)	0.46875	0.15625	0.625
Summe	0.59375	0.40625	1

Tabelle 1: Vierfeldertafel mit relativen Häufigkeiten (fingierte Daten).

Aus diesen Daten kann eine *graphische Vierfeldertafel* bzw. das *Einheitsquadrat* in Abbildung 3 gewonnen werden (Eichler & Vogel, 2009, Abschnitt 3.1, zur Konstruktion: ProVis⁶). Das *Assoziationsmaß* $d = r(i|m) - r(i|j) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} > 0$ kann als Grad für die Abhängigkeit der Merkmale „Geschlecht“ und „Instrumentenaffinität“ interpretiert werden: Mädchen spielen häufiger ein Instrument. Für $d = 0$ wäre $r(i|j) = r(i|m)$, die Merkmale wären *unabhängig* voneinander.

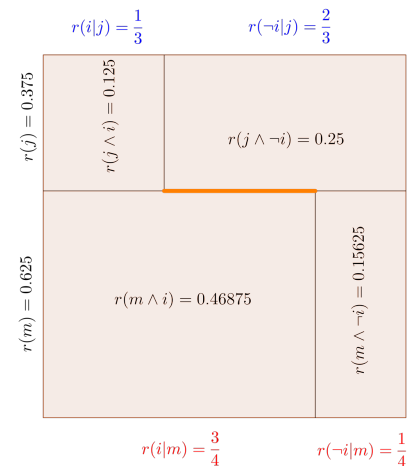


Abbildung 3: Einheitsquadrat.

Literatur

- Biehler, R. & Frischmeier, D. (2015). „Verdienen Männer mehr als Frauen?“ — Reale Daten im Stochastikunterricht mit der Software TinkerPlots erforschen. *Stochastik in der Schule*, 35 (Heft 1), S. 7–17. https://www.stochastik-in-der-schule.de/isonline/struktur/Jahrgang35-2015/Heft1/Stochastik_1_2015_7_17.pdf
- Eichler, A. & Vogel, M. (2009). *Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik*. Vieweg+Teubner Wiesbaden.
- Engel, J. (1999). Computer und Erziehung zur Datenkompetenz. In G. Kadunz, G. Ossimitz, W. Peschek, E. Schneider & B. Winkelmann (Hrsg.), *Mathematische Bildung und neue Technologien. Vorträge beim 8. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik*. Universität Klagenfurt, 28.9.–2.10.1998. B.G. Teubner Stuttgart Leipzig (S. 77–84).
- Götz, S. & Süß-Stepancik, E. (2012). Daten, Daten, Daten --- was sie uns verraten. Die Leitidee „Daten und Zufall“ in der AHS Unter- und Oberstufe. *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der ÖMG*, Heft 45, S. 29–42. https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2012_Band_45/VortragGoetzSuessStepancik.pdf
- Krüger, K. & Sill, H.-D. & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Springer Spektrum Berlin Heidelberg.
- Leavy, A. & Hourigan, M. (2016). Tatort und geheimnisvolle Spieler! Mit Leitfragen die Entwicklung von Statistical Literacy unterstützen. *Stochastik in der Schule*, 36 (Heft 3), S. 2–9. https://www.stochastik-in-der-schule.de/isonline/Jahrgang36-2016/Heft%203/Stochastik_3_2016_2_9.pdf
- Spiegel, H. (1985). Der Mittelwertabakus. *mathematiklehren*, 8, S. 16–18. http://www3.math.uni-paderborn.de/~hartmut/Eigene_Texte/mittelwertabakus.pdf

¹ <https://www.wien.gv.at/statistik/bevoelkerung/tabellen/bevoelkerung-bez-zr.html>

² <https://www.derstandard.at/story/2000059698458/wie-lange-man-weltweit-fuer-einen-big-mac-arbeiten-muss>

³ <https://www.poel-tec.com/umwelt/co2-tabelle-fahrzeugmodelle.php>

⁴ <https://www.bmnt.gv.at/umwelt/luft-laerm-verkehr/co2-monitoringPKW1.html>

⁵ <http://www.fk-austria.at/de/saison/bundesliga/saison-2019-20/violette-spiele/> bzw. [./saison-2018-19/violette-spiele/](http://www.fk-austria.at/de/saison-2018-19/violette-spiele/)

⁶ <https://austria.omilab.org/psm/content/provis>