R&E-SOURCE http://journal.ph-noe.ac.at
Open Online Journal for Research and Education
Sonderausgabe Nr. 19, Juli 2020, ISSN: 2313-1640

Mathematische Weltreise

Ein offenes substanzielles Aufgabenfeld für die Sek I aus dem Enrichment-Projekt „Mathe für kleine Asse"

Lea Schreiber, Yannick Ohmann [1]

Zusammenfassung

Im Enrichment-Projekt „Mathe für kleine Asse" an der WWU Münster werden vielfältige mathematische Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter bis hin zum neunten Schuljahr gefördert. Ein wesentliches Mittel für das Entfalten der individuellen Potenziale der Kinder ist der Einsatz offener substanzieller Aufgabenfelder. Ein solches Aufgabenfeld stellt die „Mathematische Weltreise" dar, die als Stationenlauf konzipiert wurde und die Schüler/innen zum Mathematiktreiben anregt. In zwei Ländern und auf einem Kontinent können Sechst- bis Achtklässler/innen verschiedene mathematische Inhalte zu kulinarischen Besonderheiten dieser entdecken und erforschen.

1 Einleitung

Dem Wunsch nach mehr Offenheit im schulischen Mathematikunterricht entsprechend ist der Einsatz von Organisationsformen, die ein aktives und selbstbestimmtes Lernen ermöglichen, unerlässlich. Im Sinne einer natürlichen Differenzierung können offene, mathematisch substanzielle Aufgabenfelder das gemeinsame Lernen verschiedener Kinder im Mathematikunterricht begünstigen „und zwar derart, dass hierbei sowohl jedes Kind seine individuellen Stärken entfalten kann als auch die Schüler/innen sich untereinander wechselseitig bereichern" (Käpnick, 2016a, S. 155). Die Entwicklung geeigneter Aufgabenfelder bedarf neben didaktisch-methodischen und fachlichen Kompetenzen der Lehrkraft außerdem eine intensive Auseinandersetzung mit der mathematischen Substanz des Themengebiets, um den Anforderungen an die substanziellen Aufgabenfelder wie beispielsweise der Offenheit bezüglich der Wahl von Lösungswegen, von Hilfsmitteln und der Lösungsdarstellung gerecht zu werden (Benölken, Berlinger, Käpnick, 2016).

Solche offenen substanziellen Aufgabenfelder werden im Enrichment-Projekt „Mathe für kleine Asse" an der Universität Münster entwickelt und erprobt (Käpnick, 2016b). Nachfolgend wird das Aufgabenfeld „Mathematische Weltreise" vorgestellt. Aus der Erprobung resultieren differenzierte Beobachtungen sowie authentische Schülerlösungen, die die unterschiedlichen Vorgehensweisen bei der Problembearbeitung und Lösungswege dargestellt.

2 Das Aufgabenfeld „Mathematische Weltreise"

Das Aufgabenfeld „Mathematische Weltreise" lädt Schüler/innen ein, innerhalb eines gelenkten Stationenlaufs mathematische Problemaufgaben zu kulinarischen Besonderheiten zweier Länder und eines Kontinents zu lösen. Nach der Gruppeneinteilung, die anhand des Austeilens von Reisepässen mit drei verschiedenen Reiserouten erfolgt, durchlaufen die Schüler/innen zusammen mit ihrem „Reiseleiter" innerhalb eines jeweils 20-minütigen Rhythmus die drei Stationen. Dabei bearbeiten sie Problemaufgaben zu verschiedenen mathematischen Themenbereichen, was vielfältige mathematische Kompetenzen erfordert und somit zugleich fördert, wie beispielsweise das selbstständige Analysieren und Strukturieren mathematischer Sachverhalte, das Nutzen effektiver Heurismen, wie etwa das Wechseln von Repräsentationsebenen oder das selbstständige Entwickeln sinnvoller Lösungsansätze (Käpnick, 2014). Zum Abschluss werden innerhalb einer Präsentations- und Auswertungsphase die verschiedenen Lösungswege und Lösungen durch die Schüler/innen präsentiert.

[1] Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Fliednerstraße 21, 48149 Münster.
Korrespondierende Autorin. E-Mail: schreiber@uni-muenster.de

R&E-SOURCE http://journal.ph-noe.ac.at
Open Online Journal for Research and Education
Sonderausgabe Nr. 19, Juli 2020, ISSN: 2313-1640
PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE NIEDERÖSTERREICH

2.1 Kurze Beschreibung der Stationen

An der Station „Pizza dall'Italia" erforscht die „Reisegruppe" den Flächeninhalt eines Zwölfecks auf enaktiver Ebene. Neun bewegliche Teile der zwölfeckigen Pizza können in den Ecken des Pizzakartons neu angeordnet werden, sodass drei Viertel des Kartons bedeckt sind (siehe Abb. 1). Eine authentische Schülerlösung des Forscherauftrags zeigt die Abbildung 2.

Abbildung 1: Umlegen der Pizzateile im Karton

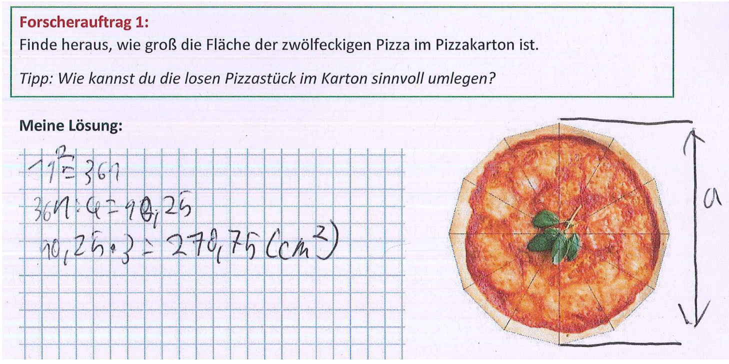

Abbildung 2: Authentische Schülerlösung zum ersten Forscherauftrag

Nachdem die Schüler/innen auf der konkreten Musterebene den Flächeninhalt des exemplarischen Zwölfecks berechnet haben, sollen sie im zweiten Forscherauftrag auf einer abstrakteren Ebene eine allgemeine Regel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Zwölfecks angeben.

Dem Forscherauftrag zur Station „Dumplings & Co." liegt das bekannte Einstein-Rätsel zugrunde, das in den Kontext der asiatischen Kulinarik eingebettet wurde. Dementsprechend sollen die Schüler/innen mithilfe von Hinweisen des Stadtführers (z.B. „Derjenige, der die Teesorte Sencha bevorzugt, trinkt auch gerne Sake.") herausfinden, welcher Asiate am liebsten Dumplings isst. Durch das Herausfinden relevanter Informationen aus den Aussagen, das hierauf basierende logische Kombinieren zusammenhängender Aussagen sowie deduktives Schlussfolgern können die Kinder sukzessive die dem Forscherauftrag beiliegende Tabelle ausfüllen und somit die Logikaufgabe lösen.

An einer dritten Station erforschen die Schüler/innen kombinatorische Knobeleien zu typischen Essgewohnheiten in den USA, indem sie aus einem Burgermenü (siehe Abb. 3) fünf beliebige verschiedene Zutaten auswählen und dafür im Anschluss die Möglichkeiten berechnen, wie diese zwischen dem Burgerbrötchen angeordnet werden können.

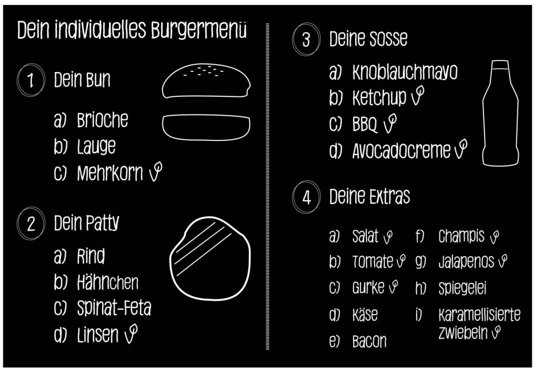

Abbildung 3: Wahlmöglichkeiten im Burgermenü

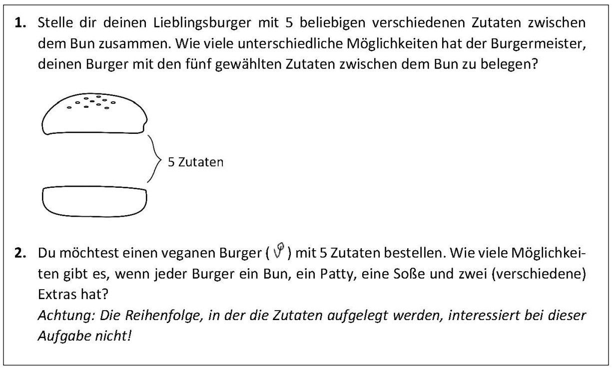

Abbildung 4: Forscheraufträge Station „It's Burgertime!"

Der zweite Forscherauftrag an dieser Station besteht darin, die Möglichkeiten für einen veganen Burger mit fünf Zutaten unter der Bedingung zu bestimmen, dass jeder Burger aus einem Bun, einem Patty, einer Soße und zwei weiteren Extras zusammengesetzt ist. Die besondere Schwierigkeit dieser Aufgabe besteht darin zu erkennen, dass – anders als in der ersten Aufgabe – die Reihenfolge der Platzierung der Zutaten keine Rolle mehr spielt. Die beiden Aufgaben lassen verschiedene Lösungswege zu, die je nach Wissensstand der Schüler/Innen beschritten werden, etwa durch das systematische Abzählen der Möglichkeiten oder mithilfe der „Permutationsformel" (n!).

R&E-SOURCE http://journal.ph-noe.ac.at
Open Online Journal for Research and Education
Sonderausgabe Nr. 19, Juli 2020, ISSN: 2313-1640

2.2 Beobachtungen beim Einsatz der Aufgaben

Die Sechst- bis Achtklässler/innen bearbeiteten die Stationsaufgaben hoch motiviert und hatten eine große Freude am Problemlösen, sodass sie vielfältige kreative Lösungswege und Lösungen entwickelten und diese in der abschließenden Auswertungsphase präsentieren konnten. Dies soll im Folgenden beispielhaft belegt werden.

An der Station „Pizza dall'Italia" probierten viele Schüler/innen zunächst mit den neun herausnehmbaren Pizzastücken aus, innerhalb der frei gewordenen Fläche ein Muster zu legen. Da sie auf diesem Weg allerdings kein zielführendes Lösungsmuster erkannten, das die Berechnung des Flächeninhalts vereinfachen könnte, suchten sie nach neuen Lösungsansätzen und überprüften diese mithilfe des Pizzakartons. Auffällig war, dass bei der Mehrheit der Kinder, die nach einer gewissen Zeit das richtige Prinzip des Umlegens entdeckten, ein „Aha-Erlebnis" sowie ein Flow-Erleben zu beobachten war, das sich in einer lautstark verkündeten Freude äußerte. Die Schüler/innen, die dieses Prinzip bis zu dem Zeitpunkt nicht herausgefunden hatten, ließen sich von den erfolgreichen Problemlösern allerdings nicht den Lösungsweg zeigen, sondern beharrten darauf, selbstständig eine Lösung finden zu wollen. Der zweite Forscherauftrag fiel den meisten Kindern anschließend vergleichsweise leicht, da sie die allgemeine Regel bereits bei der Berechnung des Flächeninhalts des Zwölfecks aus dem ersten Forscherauftrag erkannten.

Das mehr oder weniger systematische „Durchspielen" aller Möglichkeiten des Logikrätsels an der Station „Dumplings & Co." erforderte eine hohe Anstrengungsbereitschaft, Konzentrationsfähigkeit und Beharrlichkeit von den Schüler/innen. Während einige die Tabelle schrittweise durch Abhaken oder Durchstreichen bereits verwendeter Aussagen ausfüllten, machten sich andere das „Sudoku-Prinzip" zunutze und trugen die verschiedenen Möglichkeiten für ein Tabellenkästchen in diesem ein (siehe Abb. 5).

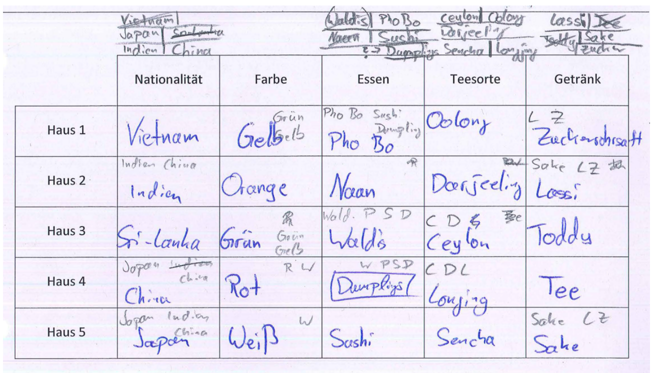

Abbildung 5: Lösungsfindung mittels „Sudoku-Prinzips"

Nach Ablauf der 20-minütigen Bearbeitungszeit konnten nicht alle Schüler/innen die Tabelle vollständig ausfüllen und dementsprechend die Forscherfrage nicht beantworten. Allerdings konnten sie mithilfe des deduktiven logischen Schließens Teillösungen bestimmen und in der Präsentationsphase erläutern.

An der Burger-Station stellten sich die meisten Kinder zu Beginn begeistert mit den ausliegenden Zutatenkärtchen einen Burger mit fünf Zutaten zusammen und überlegten anschließend die Anzahl der Platzierungsmöglichkeiten für diese Zutaten. Nur wenige Schüler/innen nutzten dafür tatsächlich die zuvor gewählten Kärtchen, sondern überlegten entweder im Kopf oder schrieben Ideen auf. Ein möglicher Lösungsweg bestand z.B. darin, schrittweise das Zählprinzip zu erarbeiten und anzuwenden, wobei eine Schülerin nicht nur auf formal-symbolischer Ebene, sondern auch auf ikonischer Ebene ihren Lösungsweg darstellte (siehe Abb. 6).

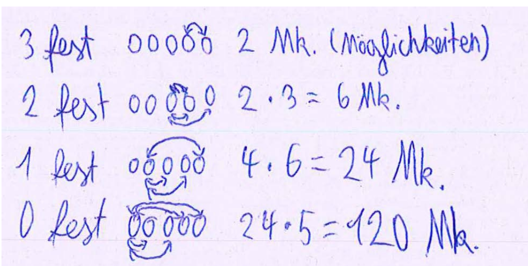

Abbildung 6: Lösung zur ersten Burger-Aufgabe

R&E-SOURCE http://journal.ph-noe.ac.at
Open Online Journal for Research and Education
Sonderausgabe Nr. 19, Juli 2020, ISSN: 2313-1640
PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE NIEDERÖSTERREICH

Manche Schüler/innen lösten die Aufgabe, indem sie sich in einem Baumdiagramm die Möglichkeiten zuerst veranschaulichten und anschließend zählten, wobei in allen Fällen die Anzahl für eine feste Zutat ermittelt und diese dann mit fünf multipliziert wurde. Schüler/innen, denen die Produktregel der Kombinatorik bereits bekannt war, hatten wenig Schwierigkeiten mit der Lösung der ersten Aufgabe und multiplizierten die Zahlen von eins bis fünf miteinander. Bei der zweiten Aufgabe hingegen konnte diese Regel zur Berechnung der Kombinationen der veganen Extras nur unter Berücksichtigung der Nichtbeachtung der Reihenfolge angewandt werden. Dementsprechend mussten die 5 x 6 = 30 Möglichkeiten für die Extras halbiert werden. Manche Schüler/innen überlegten sich andere kreative Lösungswege, um die Anzahl der Extras zu ermitteln (siehe z.B. Abb. 7).

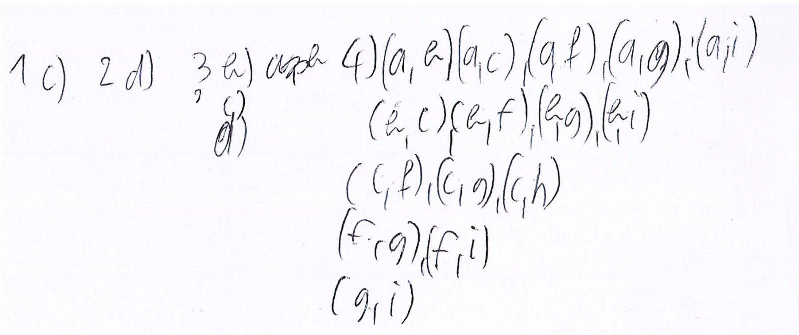

Abbildung 7: Darstellung der Möglichkeiten der Kombination der veganen Extras

3 Fazit

Die Erprobung der mathematischen Weltreise bestätigte exemplarisch, dass der Einsatz offener substanzieller Aufgabenfelder im oder außerhalb des schulischen Mathematikunterrichts allen Schüler/innen die Möglichkeit bietet, im Sinne einer vom Kind ausgehenden natürlichen Differenzierung selbstständig vielfältige Themenbereiche der Mathematik zu erforschen und dabei individuelle Potenziale weiterzuentwickeln. Hierbei besteht eine wichtige Aufgabe der Lehrperson darin, eine beratende Rolle einzunehmen und die „Kunst der pädagogischen Zurückhaltung“ zu beherzigen (Käpnick, 2014, S. 124). Um offene substanzielle Aufgabenfelder für das Entfalten der individuellen Potenziale der Schüler/innen effektiv nutzen zu können, bedarf es jedoch eines kontinuierlichen längerfristigen Lernprozesses seitens der Schüler/innen und ebenso der Lehrperson. Als ein zusätzlicher Vorzug dieses Aufgabenformats lässt sich hervorheben, dass neben der Förderung mathematischer Kompetenzen Persönlichkeitseigenschaften wie Konzentrationsfähigkeit, Anstrengungsbereitschaft oder Beharrlichkeit der Schüler/innen gestärkt werden. Somit kann eine ganzheitliche Persönlichkeitsförderung der Schüler/innen erzielt werden.
Bei Interesse an den konkreten Aufgabenmaterialien zu den Stationen oder an Angaben zur Organisation der Stationenarbeit u.Ä. wenden Sie sich gerne an die korrespondierende Autorin des Artikels.

Literatur

Benölken, R., Berlinger, N., & Käpnick, F. (2016). Offene substanzielle Aufgaben und Aufgabenfelder. In F. Käpnick (Hrsg.), *Verschieden verschiedene Kinder – Inklusives Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 155-172). Seelze: Klett Kallmeyer.

Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).* Berlin: Springer Spektrum.

Käpnick, F. (2016a). *Verschieden verschiedene Kinder – Inklusives Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule.* Seelze: Klett Kallmeyer.

Käpnick, F. (2016b). Zehn Jahre "Mathe für kleine Asse" – Eine Zwischenbilanz. In R. Benölken & F. Käpnick (Hrsg.), *Individuelles Fördern im Kontext von Inklusion* (S. 11-29). Münster: WTM.