

Mathematische Grundkompetenzen handlungsorientiert und spielerisch fördern

Sabine Apfler¹

Zusammenfassung

Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der Bedeutung der Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten und Grundkompetenzen im Vorschulalter und in der Schuleingangsphase für den weiteren Kompetenzerwerb in Mathematik. Anhand des Entwicklungsmodells der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (Schneider, Küspert & Krajewski, 2013) wird gezeigt, wie die Entwicklung mathematischer Kompetenzen verläuft. Anschließend wird kurz erläutert, was Pädagoginnen und Pädagogen tun können, um Kinder beim Kompetenzerwerb in Mathematik bestmöglich unterstützen zu können. Es wird dargestellt, wie wichtig Alltagserfahrungen, der Umgang mit Materialien und das Sprechen über Mathematik beim Kompetenzerwerb sind.

1 Einleitung

Bereits vor 30 Jahren wiesen Forschungsergebnisse darauf hin, dass „frühe mathematische Bildungsprozesse einen großen Einfluss auf spätere mathematische Kompetenzen und Schulleistungen haben.“ (Benz, Peter-Koop & Grüßing, 2015, S. 7). Eng damit hängt auch die Vorhersagekraft von Rechenschwierigkeiten im Vorschulalter zusammen. Dies macht eine Auseinandersetzung mit der Frage, was mathematische Kompetenz ist, wie sie sich entwickelt und was Kinder zur Unterstützung in dieser Entwicklung brauchen, notwendig.

2 Mathematische Grundkompetenzen

2.1 Mathematische Kompetenz

Das Verständnis für mathematische Zusammenhänge ist grundlegend im Alltagsleben von Menschen, egal in welcher Altersstufe. Man könnte auch sagen, dass menschliches Denken auch gleichsam mathematisches Denken ist, da es sich um Alltagsverständnis handelt. In der heutigen Zeit ist Mathematik allgegenwärtig, denn sie findet beim Einkaufen, im Umgang mit Fernbedienungen oder mobilen Endgeräten, beim Lesen und Verstehen von Fahrplänen oder beim Ablesen der Uhrzeit Anwendung. Mathematische Kompetenz ist also mehr als nur das Verständnis von Zahlen und Operationen. „Mathematische Kompetenz beinhaltet – in unterschiedlichem Maße – die Fähigkeit und Bereitschaft, mathematische Denkart (logisches und räumliches Denken) und Darstellungen (Formeln, Modelle, Konstruktionen, Kurven/Tabellen) zu benutzen.“ (Svecnik, 2015, S. 3) Mathematische Kompetenz beinhaltet somit ein fundiertes Zahl- und Operationsverständnis sowie die Kenntnis unterschiedlicher Darstellungsformen in Kombination mit der Bereitschaft und Fähigkeit, diese in Alltagssituationen anzuwenden. (Apfler, 2018, S. 134)

2.2 Entwicklung mathematischer Kompetenz

Bereits vor dem Schuleintritt verfügen Kinder über mathematisches Wissen und Denken und haben Erfahrungen im Umgang mit Zahlen und Mengen gemacht. Erste Erkenntnisse dazu gehen bereits auf Piaget (Wilhelm, 2013, S.179) zurück, der die Entwicklung des Zahlbegriffsverständnisses zu dem Zeitpunkt sieht, wenn das Kind versteht, dass eine Menge aus Teilmengen besteht und Mengen nach ihrer Größe geordnet werden können.

¹ Pädagogische Hochschule Niederösterreich, Mühlgasse 67, 2500 Baden.
s.apfler@ph-noe.ac.at

Krajewski (Schneider, Küspert & Krajewski, 2013, S. 25ff.) entwickelte aufgrund ihrer zahlreichen Forschungen das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung, welches die mathematische Entwicklung im Vorschulalter differenziert beschreibt. Dabei steht das Verständnis von Mengen, Zahlen und Operationen im Mittelpunkt. Demnach verläuft die Entwicklung in drei aufeinanderfolgenden Stufen, wie die folgende Abbildung zeigt:

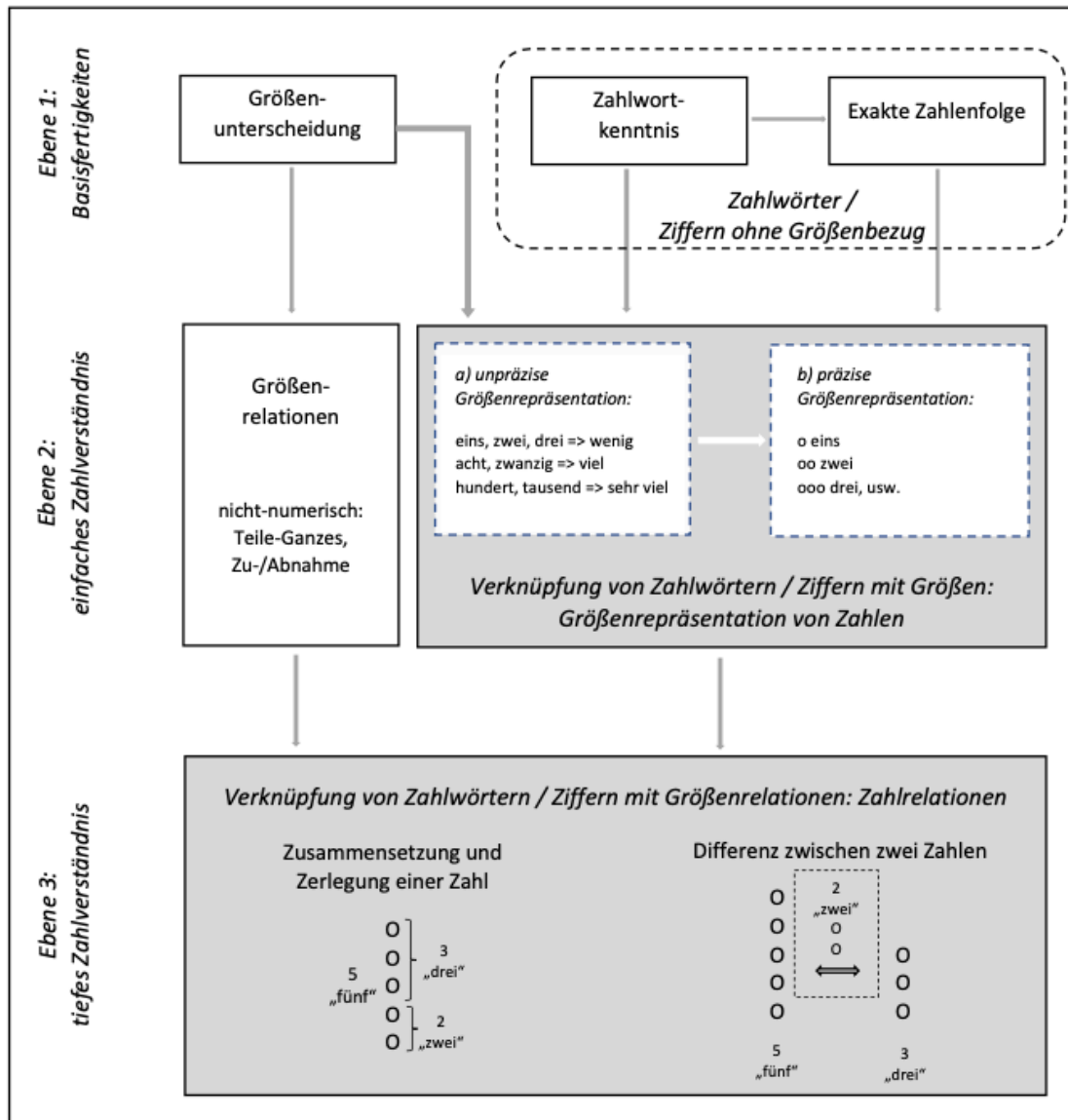


Abbildung 1: Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (Schneider, Küspert & Krajewski, 2013, S. 25)

Das Modell zeigt die drei Ebenen der Entwicklung:

Ebene 1:

Auf dieser Ebene nehmen Kinder Größen- und Mengenunterschiede wahr und erlernen die Abfolge von Zahlwörtern, die sie nachsprechen können. Ein Bezug zwischen Zahlwörtern und Mengen kann jedoch noch nicht hergestellt werden.

Ebene 2:

Mit etwa drei Jahren können Kinder Mengen und Zahlwörter miteinander verbinden. In einer ersten Phase fällt es ihnen noch schwer, nahe beieinanderliegende Zahlen und Mengen zu differenzieren. In einer zweiten Phase gelingt dies aber und sie können Mengen präzise miteinander vergleichen. Auf dieser Ebene erkennen Kinder auch die Invarianz von Mengen, also dass diese verkleinert oder vergrößert werden können.

Ebene 3:

Erst auf der dritten Ebene, mit etwa 6 Jahren, verstehen Kinder, dass Mengen aus Teilmengen bestehen, bzw. Teilmengen zu größeren Mengen zusammengefasst werden können. Diese Erkenntnis ist die Grundlage für das Verständnis von Rechenoperationen.

Die Entwicklungsverläufe sind höchst individuell und werden für verbale Zahlwörter und Zifferndarstellungen sowie für die verschiedenen Zahlenräume getrennt voneinander durchlaufen. Das bedeutet also z.B., dass sich ein Kind im Zahlenraum 10 bereits auf Ebene 3 befinden kann, im Zahlenraum 1000 aber erst auf Ebene 1. (Schneider, Küspert & Krajewski, 2013, S.31)

2.3 Vorläuferfertigkeiten

In der Literatur wird häufig der Begriff *Vorläuferfertigkeiten* verwendet. Schuler (2017) beschreibt diese als Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, die als Voraussetzung für den Kompetenzerwerb gelten. Sie werden meist im Kindergartenalter erworben und dienen als Grundlage für die Lerninhalte, die in der Schule vermittelt werden. „Im Bereich der Mathematik sind nicht nur arithmetische (Zahlwörter, Mengenbegriffe, Reihenfolgen, Ziffern, usw.), sondern auch geometrische Inhalte, der Umgang mit Mustern, Strukturen, Größen und Daten und logisches Denken gemeint.“ (Apfler, 2018, S. 147)

Werner (2009, S. 111f.) spricht von unspezifischen und spezifischen Vorläuferfertigkeiten. Zu unspezifischen Vorläuferfertigkeiten zählen Fertigkeiten, die Kinder generell zur Bearbeitung schulischer Aufgaben benötigen wie nonverbale Intelligenz, visuell-räumliche und sprachliche Kompetenzen sowie das Arbeitsgedächtnis. Spezifische Vorläuferfertigkeiten beziehen sich direkt auf den Bereich Mathematik. Zu ihnen zählen das zahlbezogene Vorwissen (Mengen und Längen vergleichen, Reihen bilden,...) oder das Zahlvorwissen (zählen, Zahlbilder erkennen, einfache Rechenoperationen lösen können,...).

2.4 Bedeutung mathematischer Grundkompetenzen

Besonders im Hinblick auf schulisches Lernen kommen der Entwicklung der Vorläuferfertigkeiten und Grundkompetenzen in Mathematik eine besondere Bedeutung zu. Hasemann & Gasteiger (2015) konnten zeigen, dass Entwicklungsrückstände im Vorschulalter höhere Auswirkungen auf die weitere Entwicklung mathematischen Denkens haben als die Intelligenz des Kindes. Krajewski (Schneider, Küspert & Krajewski, 2013, S. 68f.) konnte sogar einen kausalen Zusammenhang fehlender mathematischer Vorläuferfertigkeiten im Kindergartenalter mit späteren Schulleistungen im Fach Mathematik nachweisen. Dies verdeutlicht die Bedeutung der Förderung mathematischer Grundkompetenzen im Vorschulalter und zeigt außerdem, wie wichtig es ist, in der Schuleingangsphase eventuelle Lücken festzustellen und gezielt zu fördern, bevor Rechenoperationen eingeführt werden. Für Gaidoschik (2012, S. 307) hat die frühe Förderung mathematischer Grundkompetenzen besonders für rechenschwache Kinder einen hohen Stellenwert.

3 Förderung mathematischer Grundkompetenzen

Um Kinder bei der Entwicklung ihrer mathematischen Vorläuferfertigkeiten, Grundkompetenzen und Kompetenzen zu unterstützen, ist eine gezielte Förderung besonders wichtig. Kinder verfügen bei Schuleintritt bereits über mathematische Kompetenzen, die Unterschiede zwischen den einzelnen Kindern sind aber gravierend (Grassmann, 2005). Um den jeweiligen Kompetenzstand zu ermitteln eignen sich standardisierte Testverfahren und eine fundierte Beobachtung. Sowohl im Vorschulalter als auch in der Schuleingangsphase brauchen die Kinder zur Kompetenzentwicklung viele reale Mengenerfahrungen, genügend Anlässe, um über mathematische Sachverhalte zu kommunizieren und die Möglichkeit zu hantieren, um durch Greifen zu begreifen. Im Folgenden werden nun einige Ideen vorgestellt, wie dies gelingen kann.

3.1 Mathematik erfahren

Kindliches Spiel hat eine große Bedeutung für das Lernen, auch für die Mathematik. Besonders Bau-, Konstruktions- und Legespiele fördern den Aufbau mathematischer Kompetenzen wie die Vorstellung von

Relationen, Problemlösekompetenzen oder die Raumorientierung. Aber auch in Rollenspielen oder Regelspielen zeigen sich vielfältige mathematische Entwicklungsmöglichkeiten. (Benz, Peter-Koop & Grüßing, S. 51ff.)

Für die Förderung des Zahl-Mengen-Begriffs gibt es verschiedene Übungsprogramme und Konzepte, wie etwa das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“ (Krajewski, Schneider & Nieding, 2007), welches sich am Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski orientiert. Diesem und allen anderen Programmen ist im Prinzip gemein, dass sie eine handelnde Auseinandersetzung mit Zahlen und Mengen fördern. Doch egal, ob die Kinder mit vorgefertigten Programmen, Rechenstäbchen, Alltagsmaterialien oder Montessorimaterialien arbeiten, durch viele praktische Übungen, in denen sie Mengen trennen und wieder zusammenfügen, die Zehnerbündelung üben, Ableitungsstrategien erarbeiten und erproben entwickeln sie eine grundlegende Einsicht in Rechenoperationen und kommen so zu einer Loslösung von zählenden Rechenprozessen. (Gaidoschik, 2018) „Der Einsatz von Anschauungsmaterialien ist während der gesamten Grundschulzeit, ganz besonders aber in der Phase des Erwerbs basaler mathematischer Kompetenzen und Vorläuferfertigkeiten zu empfehlen.“ (Apfler, 2018, S. 152)

Der handlungsorientierte Umgang mit Mengen und Zahlen kann von 1:1-Zuordnungen beim Tischdecken über den Einsatz der Finger bis hin zur Arbeit mit Materialien, die speziell für den Mathematikunterricht entwickelt wurden, reichen. Auch Materialien für die Teilbereiche Geometrie (wie Tangram, Spiegel für Symmetrie, ...) oder für die Erarbeitung von Größenvorstellungen (Krüge und Gläser für Schüttübungen, Uhren, Waagen, Lineale und Maßbänder, ...) fördern die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der handelnden Auseinandersetzung. Wichtig dabei ist, dass Kinder die Möglichkeit haben, ihre Tätigkeiten zu verbalisieren.

3.2 Aufbau einer mathematischen Fachsprache

Das Sprechen über mathematische Zusammenhänge und mathematische Probleme erfordert den schrittweisen Aufbau einer mathematischen Fachsprache. Während der Arbeit mit den Materialien erfolgt die Erarbeitung neuer Begriffe und Wörter. So werden etwa die Begriffe für geometrische Flächen und Körper oder für Maßeinheiten während der Tätigkeiten eingeführt. In dieser sozialen Interaktion wird der Entwicklungsstand, aber auch Schwächen und Probleme einzelner Kinder deutlich. Für Grassmann (2011) ist „Mathematiklernen [...] nicht nur ein individueller, sondern auch ein sozialer Prozess, es muss ein Austausch über Mathematik erfolgen, nur so können wir uns den Lernwegen der Kinder nähern, können ihre Ideen erkennen und würdigen.“

Als Anlässe, um über Mathematik zu sprechen eignen sich Kinderbücher in besonderer Weise. Dazu zählen einerseits Bücher, die einen mathematischen Sachverhalt kindgerecht aufbereiten, aber auch Bilderbücher, in denen mathematische Zusammenhänge auf Bildern entdeckt werden können. Wimmelbilder, die Alltagssituationen darstellen, können wunderbare Sprech- und Argumentationsanlässe mit mathematischem Inhalt sein.

4 Fazit

Die Bedeutung der Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter und in der Schuleingangsphase wird oft unterschätzt. Dabei sind es aber diese Grundlagen, die essenziell für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen sind. Es ist also wichtig, Kindern viele Lern- und Entwicklungsmöglichkeiten, unterschiedliche Anschauungsmaterialien, Übungsgelegenheit anhand konkreter Materialien, die zum Handeln und Tun anregen und Anlässe zum Sprechen über mathematische Sachverhalte und zum Aufbau einer mathematischen Fachsprache zu bieten. Je mehr Zeit Kinder für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen haben, umso mehr profitieren sie von diesem verinnerlichten Wissen.

Literatur

- Apfler, S. (2018). Erwerb mathematischer Kompetenzen in der Regelvolksschule. Eine empirische Vergleichsstudie zu den Ergebnissen der „Informellen Kompetenzmessung“ zwischen österreichischen Schülerinnen und Schülern mit und ohne Unterstützung der Montessori-Pädagogik. Abgerufen am 18.4.2020 unter https://opus4.kobv.de/opus4-uni-passau/files/559/apfler_sabine_Kompetenzen.pdf
- Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2015). Frühe mathematische Bildung. Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen. Berlin-Heidelberg. Springer.
- Gaidoschik, M. (2012). Wie Kinder rechnen lernen. *Erziehung und Unterricht*, 3-4/2012, S. 306 - 316.

- Gaidoschik, M. (2018): Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis (1. bis 4. Klasse). Hamburg: Persen.
- Grassmann, M. (2005). Im Kindergarten Mathematik unterrichten? *Grundschule*(1 / 2005), S. 20 - 23.
- Grassmann, M. (2011). Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen. *Praxis Grundschule*(6 / 2011), S. 4 - 6.
- Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2015). Mathematiklernen im Übergang Kindergarten - Grundschule. In K. Hasemann, & H. Gasteiger, *Anfangsunterricht Mathematik* (S. 43 - 61). Heidelberg: Springer.
- Krajewski, K., Schneider, W., & Nieding, G. (2007). *Mengen, zählen, Zahlen: Die Welt der Mathematik entdecken (MZZ)*. Berlin: Cornelsen.
- Schneider, W., Küspert, P., & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*. Paderborn: Schöningh.
- Schuler, S. (2017). Was können Mathematikmaterialien im Kindergarten leisten? – Kriterien für eine gezielte Bewertung. Abgerufen am 19.4.2020 von http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008_SCHULER_Stephanie_CD.pdf
- Svecnik, E. (2015). Schlüsselkompetenzen für lebenslanges Lernen – Ein europäischer Referenzrahmen. Abgerufen am 18.4.2020 unter <http://www.wenth.biz/temp/schluessel.pdf>
- Wilhelm, M. (2013). Kompetenz Lernen® im Kindergarten. In ARGE KoKids (Hrsg.), *Kompetente Kids. Theorie- und Praxismappe* (S. 165 - 181). Wien: Bildungsverlag Lemberger.
- Werner, B. (2009). *Dyskalkulie - Rechenschwäche. Diagnose und Förderung rechenschwacher Kinder an Grund- und Sonderschulen*. Stuttgart: Kohlhammer.