

Brain Twisters – - and how they can be solved assisted by a CAS!

Josef Böhm, ACDCA & DERIVE User Group, nojo.boehm@pgv.at

Abstract: Most of brain teasers can be faced using Mathematical Logic procedures. Therefore, using a CAS, which handles with Logic expressions, may help solving this kind of problems. The German weekly newspaper *Die Zeit* offers every week another brain teaser. Just for fun I tried to solve one or the other problem assisted by CAS. We will apply equations, Boolean expressions and other tools in order to solve the problems. We will also try to produce own brain teasers.

As this is not an IT-workshop no programming skills are necessary. The tools will be provided. We will focus on the mathemazation process of the problems.

The software chosen for developing this workshop is our old and good friend DERIVE, the core of so many TIME's previous Conferences. If possible we will use the TI-NspireCAS, too. The procedures presented can be transferred to all other CAS, of course.

Twister 19 (Die Zeit, January 2014)

Family Wulffer spends the holidays on the farm of family Oxens. Mrs. Oxens shows the farm to the Wulffer children. She asks them: "Tell me, how old are you?"

Tania grins broadly: "Four years ago Hannah and I were together twice the age of Ralf and Paul together."

And her twin sister Hannah proceeds: „And when Paul will be as old as Ralf is now then Ralf will be as old as I am now.“

Mrs. Oxens looks despaired when Ralf says triumphantly: "When I will be one year older than Tanja is now then Paul will be three times as old than Hannah then will be. "

Good Mrs Oxens starts scratching her head – what she is always does when thinking hard. Paul laughs and says: "I just calculated that in twelve years our ages will sum up to 100."

Now the farmer's wife is completely confused. But then she says: "Ok, one of you four kids is not good at figures, but if at least the others gave correct answers, then I do know your ages now."

Who gave the wrong statement and how old are the Wulffer children?

Solution: The statements of the kids can be expressed as equations:

Tania says: $t - 4 + h - 4 = 2(r - 4 + p - 4)$

Hannah says (what will be in $r - p$ years): $r + r - p = h$

Ralf says (what will happen in $t - r + 1$ years): $p + t - r + 1 = 3(h + t - r + 1)$

Paul says: $r + p + h + t + 48 = 100$

Hannah and Tania are twins: $h = t$

```

tania:=2·r+2·p-t-h=8          2·r-t-h+2·p=8
hannah:=2·r-p-h=0           2·r-h-p=0
ralf:=p-2·t+2·r-3·h=2       2·r-2·t-3·h+p=2
paul:=r+p+h+t=52            r+t+h+p=52
twins:=h=t                    h=t
solve(tania and hannah and ralf and twins,{r,p,t,h})    r=2 and t=1 and h=1 and p=3
solve(tania and hannah and paul and twins,{r,t,h,p})    r=12 and t=16 and h=16 and p=8
solve(tania and paul and ralf and twins,{r,t,p,h})       r=62 and t=16 and h=16 and p=-42
solve(hannah and paul and ralf and twins,{r,t,p,h})
r=157/11 and t=101/11 and h=101/11 and p=213/11
© only one solution: Ralf=12 and Tania=16 and Hannah=16 and Paul=8
© Ralf did not tell the truth!

```

Twister 22 (Logiktraining, S. 10)

A safe deposit can be opened by a mechanism consisting of 8 toggle switches.

The Code to open is deposit is encoded as follows:

- (1) When switch 4 is below then switch 2 must be above.
- (2) When switch 8 is above, then switches 2 and 6 must be below.
- (3) When S2 is below, then at least one of S5 or S7 must be below.
- (4) When S3 is above, then S4 must be below or S7 must be above.
- (5) When S2 or S4 are above, then S5 and S6 must be above, too.
- (6) When S4 is above then either S1 or S2 must be above.
- (7) At least one of them, S2 or S6 must be below.

Can you now open the deposit?

Solution:

I use a small program `vars(v,k)` which generates a list of all order k permutations with repetitions (variations) of the elements given in vector v .

```
vars(v, k, b, k_, m_ := 0, n_, s_ := [], t_) :=
  Loop
    b := DIM(v)
    If m_ = b^k
      RETURN REVERSE(s_)
    k_ := k
    n_ := m_
    t_ := []
    Loop
      t_ := ADJOIN(v[(MOD(n_, b) + 1)], t_)
      n_ := FLOOR(n_, b)
      k_ := k_ - 1
      If k_ = 0 exit
    s_ := ADJOIN(t_, s_)
    m_ := m_ + 1
```

`vars([1, 2, 3], 2) =`

1	1
1	2
1	3
2	1
2	2
2	3
3	1
3	2
3	3

See one example:

We have to create all 8-element vectors k consisting of 0 and 1 (below and above) and then investigate which one meets all requirements specified by Boolean expressions (using *DERIVE*'s SELECT command): The seven conditions are given by:

```
[c1 := k_4 = 0 → k_2 = 1, c2 := k_8 = 1 → k_2 + k_6 = 0]
[c3 := k_2 = 0 → k_5 · k_7 = 0, c4 := k_3 = 1 → k_4 = 0 ∨ k_7 = 1]
[c5 := k_2 = 1 ∨ k_4 = 1 → k_5 + k_6 = 2, c6 := k_4 = 1 → k_1 = 1 ∨ k_2 = 1]
c7 := k_2 · k_6 = 0
SELECT(c1 ∧ c2 ∧ c3 ∧ c4 ∧ c5 ∧ c6 ∧ c7, k, vars([1, 0], 8))
[[1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0]]
```

The answer is clear:

0.17 sec: switches 1, 4, 5 and 6 above, rest below

I tried to solve the problem with TI-NspireCAS, too.

I was able to “translate” the var()-program for TI-Nspire but it turned out that the Memory was too small – even when run on the PC – for creating all $2^8 = 256$ permutations from $[0,0,0,0,0,0,0,0]$ to $[1,1,1,1,1,1,1,1]$.

I switched to a Lists & Spreadsheet page and wanted to generate all 256 permutations – without typing in all zeros and ones, of course.

	A sw1	B sw2	C sw3	D sw4	E sw5	F sw6	G sw7	H sw8	I co1	J co2	K co3	L co4	M co5	N co6	O
=	[0,255]	=seq(r	=seq(s												
1	0	0	0	0	0	0	0	0	false	true	true	true	true	true	true
2	0	0	0	0	0	0	0	1	false	true	true	true	true	true	true
3	0	0	0	0	0	0	1	0	false	true	true	true	true	true	true
4	0	0	0	0	0	0	1	1	false	true	true	true	true	true	true
5	0	0	0	0	0	1	0	0	false	true	true	true	true	true	true
6	0	0	0	0	0	1	0	1	false	false	true	true	true	true	true
7	0	0	0	0	0	1	1	0	false	true	true	true	true	true	true
8	0	0	0	0	0	1	1	1	false	false	true	true	true	true	true
9	0	0	0	0	1	0	0	0	false	true	true	true	true	true	true
10	0	0	0	0	1	0	0	1	false	true	true	true	true	true	true
11	0	0	0	0	1	0	1	0	false	true	false	true	true	true	true
12	0	0	0	0	1	0	1	1	false	true	false	true	true	true	true
13	0	0	0	0	1	1	0	0	false	true	true	true	true	true	true
14	0	0	0	0	1	1	0	1	false	false	true	true	true	true	true

A sw1:=seq(mod(floor($\frac{n}{2^7}$),2),n,0,255)

I found out a nice formula for creating the pattern of zeros and ones in columns A to H. I had to change the exponent in the denominator from 7 to 0 and received 8 sequences of 256 zeros and ones each. In columns I through N I entered the conditions and in the last column the conjunction of all conditions:

	r6	G sw7	H sw8	I co1	J co2	K co3	L co4	M co5	N co6	O co7	P	Q
=	q(r	=seq(r	=seq(r	=seq(s	=co1 and co2 and co3							
152	1	1	1	true	false	true	true	false	true	true	false	
153	0	0	0	true	true	true	true	false	true	true	false	
154	0	0	1	true	true	true	true	false	true	true	false	
155	0	1	0	true	true	false	true	false	true	true	false	
156	0	1	1	true	true	false	true	false	true	true	false	
157	1	0	0	true								
158	1	0	1	true	false	true	true	true	true	true	false	
159	1	1	0	true	true	false	true	true	true	true	false	
160	1	1	1	true	false	false	true	true	true	true	false	
161	0	0	0	false	true	true	true	true	true	true	false	
162	0	0	1	false	true	true	true	true	true	true	false	
163	0	1	0	false	true	true	true	true	true	true	false	
164	0	1	1	false	true	true	true	true	true	true	false	
165	1	0	0	false	true	true	true	true	true	true	false	
166	1	0	1	false	false	true	true	true	true	true	false	

M co6:=seq(sw4[i]=1 ⇒ sw1[i]=1 xor sw2[i]=1,i,1,256)

Only one row gave the value **true**. In cells A157 to H157 we can find the correct position of the switches to open the deposit.

The nice thing for me was finding out the formula for creating the columns **sw1** to **sw8**.

This should have done it. But during the workshop which was well attended I was very much surprised that Geneviève Savard and Chantal Trottier from Canada demonstrated that they had found an easy way to solve this Twister on their Nspire handheld in the meanwhile:

$e1 := \text{not } s4 \Rightarrow s2 \triangleright s2 \text{ or } s4$
 $e2 := s8 \Rightarrow \text{not } s2 \text{ and not } s6 \triangleright \text{not } s2 \text{ and not } s6 \text{ or not } s8$
 $e3 := \text{not } s2 \Rightarrow \text{not } s5 \text{ or not } s7 \triangleright s2 \text{ or not } s5 \text{ or not } s7$
 $e4 := s3 \Rightarrow \text{not } s4 \text{ or } s7 \triangleright \text{not } s3 \text{ or not } s4 \text{ or } s7$
 $e5 := s2 \text{ or } s4 \Rightarrow s5 \text{ and } s6 \triangleright \text{not } s2 \text{ and not } s4 \text{ or } s5 \text{ and } s6$
 $e6 := s4 \Rightarrow s1 \text{ xor } s2 \triangleright \text{not } s1 \text{ and } s2 \text{ or } s1 \text{ and not } s2 \text{ or not } s4$
 $e7 := \text{not } s2 \text{ or not } s6 \triangleright \text{not } s2 \text{ or not } s6$

Solution:
e1 and e2 and e3 and e4 and e5 and e6 and e7
 $\triangleright s1 \text{ and not } s2 \text{ and not } s3 \text{ and } s4 \text{ and } s5 \text{ and } s6 \text{ and not } s7 \text{ and not } s8$

So, there is only one solution: switches S1, S4, S5 and S6 must be above, the others must be below.

After the conference I tried the same approach with *DERIVE*:

#14: $(e1 := \neg s4 \rightarrow s2) = e1 := s2 \vee s4$
 #15: $(e2 := s8 \rightarrow \neg s2 \wedge \neg s6) = e2 := (\neg s2 \wedge \neg s6) \vee \neg s8$
 #16: $(e3 := \neg s2 \rightarrow \neg s5 \vee \neg s7) = e3 := s2 \vee \neg s5 \vee \neg s7$
 #17: $(e4 := s3 \rightarrow \neg s4 \vee s7) = e4 := \neg s3 \vee \neg s4 \vee s7$
 #18: $(e5 := s2 \vee s4 \rightarrow s5 \wedge s6) = e5 := (\neg s2 \wedge \neg s4) \vee (s5 \wedge s6)$
 #19: $(e6 := s4 \rightarrow s1 \underline{\vee} s2) = e6 := (\neg s1 \wedge s2) \vee (s1 \wedge \neg s2) \vee \neg s4$
 #20: $(e7 := \neg s2 \vee \neg s6) = e7 := \neg s2 \vee \neg s6$
 #21: $e1 \wedge e2 \wedge e3 \wedge e4 \wedge e5 \wedge e6 \wedge e7$
 #22: $((s1 \wedge (\neg s3 \vee s7)) \vee \neg s4) \wedge \neg s2 \wedge s4 \wedge s5 \wedge s6 \wedge \neg s7 \wedge \neg s8$
 #23: $s1 \wedge \neg s2 \wedge \neg s3 \wedge s4 \wedge s5 \wedge s6 \wedge \neg s7 \wedge \neg s8$

The first result of simplifying #21 does not look satisfying but after expanding #22 we receive the expected answer.

Many thanks to Geneviève and Chantal for their input – really a “workshop”!

Twister 32 (Monoid)

Solve the mysterious equation of gabby Eve: $\frac{EVE}{DID} = 0.\overline{TALK}$

Same letters are same numbers. The fraction is reduced.

These kind of problems are called "Alphametiks" in German journals.

Solution:

I need another auxiliary program perm(v, n) which generates the list of all n-order permutations (without repetitions) of all elements given in vector (list) v.

```
perm(v, n, vv, n, k_, n_ := 2, s_ := [[1]], t_, ii) :=
  Prog
  vv := v
  Loop
  If n_ > n exit
  k_ := n_
  t_ := []
  Loop
  If k_ = 0 exit
  t_ := APPEND(t_, VECTOR(INSERT(n_, v_, k_), v_, s_))
  k_ :=- 1
  s_ := t_
  n_ :=+ 1
  If n = DIM(v)
  RETURN VECTOR(vv, ii, s_)
v := POWER_SET(MAP_LIST(v, j_, {1, ..., DIM(v)}), n)
v := VECTOR(SORT(v_), v_, v)
APPEND(VECTOR(VECTOR(v_↓u_, u_, s_), v_, v))
```

b	c	d
c	b	d
b	d	c
c	d	b
d	b	c
d	c	b
a	c	d
c	a	d
a	d	c
c	d	a
d	a	c
d	c	a
a	b	d

See one example

perm([a, b, c, d], 3) =

I define the three numbers z1, z2, and z3. In order to reduce calculation time I assume the D = 2 (maybe greater) and assign the remaining characters to elements of a certain vector (list) w. All possible ws are collected in a matrix all which is the collection of all 7-order permutations the characters.

$$[z1 := 100 \cdot e + 10 \cdot v + e, z2 := 100 \cdot d + 10 \cdot i + d, z3 := 1000 \cdot t + 100 \cdot a + 10 \cdot l + k]$$

$$\left[\begin{array}{ccccccc} d := 2, & e := w_1, & v := w_2, & i := w_3, & t := w_4, & a := w_5, & l := w_6, & k := w_7 \end{array} \right]$$

$$all := perm([0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9], 7)$$

A short secondary one calculation leads to express the condition in form of an equation:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{z1}{z2} = 0.\overline{z3} \quad \left| \cdot 10000 \right. \\ \frac{1000 z1}{z2} = z3.\overline{z3} \end{array} \right\} -$$

$$\frac{9999 z1}{z2} = z3 \rightarrow 9999 z1 = z2 \cdot z3$$

$$\text{cond} := 9999 \cdot z_1 = z_2 \cdot z_3$$

$$\text{cond} := 9999 \cdot (10 \cdot w_2 + 101 \cdot w_1) = 2 \cdot (5 \cdot w_3 + 101) \cdot (w_7 + 10 \cdot w_6 + 100 \cdot w_5 + 1000 \cdot w_4)$$

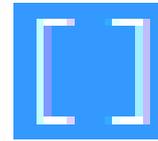
SELECT(cond, w, all)

The answer after some seconds calculation time:

Next try with D = 3:

$$d := 3$$

all := perm([0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9], 7)



$$\text{cond} := 9999 \cdot z_1 = z_2 \cdot z_3$$

$$\text{cond} := 9999 \cdot (10 \cdot w_2 + 101 \cdot w_1) = (10 \cdot w_3 + 303) \cdot (w_7 + 10 \cdot w_6 + 100 \cdot w_5 + 1000 \cdot w_4)$$

SELECT(cond, w, all)

[[2, 4, 0, 7, 9, 8, 6]]

w := [2, 4, 0, 7, 9, 8, 6]

Now we receive a solution for our twister.

$$\left[z_1, z_2, z_3, \frac{z_1}{z_2} \right] = \left[242, 303, 7986, \frac{242}{303} \right]$$

$$\left[z_1, z_2, z_3, \frac{z_1}{z_2} \right] = [242, 303, 7986, 0.7986798679]$$

$$\frac{242}{303} = 0.\overline{7986}$$

I was not able to „translate“ the *DERIVE* program for the TI-Nspire because – among other problems – I didn't know how to create the power set. Additionally I was convinced that I could not avoid the “Memory” problems, too. I asked the DUG-community for advice and, indeed, I received several answers. Benno Grabinger had the requested program, but again the memory resources were too few.

$kperm(3,3)$	{ 123,132,213,231,312,321 }
$kperm(3,2)$	{ 12,13,21,23,31,32 }
$kperm(4,2)$	{ 12,13,14,21,23,24,31,32,34,41,42,43 }
$kperm(6,3)$	{ 123,124,125,126,132,134,135,136,142,143,145,146,152,153,154,156,162,163,164,165,213,214,215,216,232,234,235,236,242,243,245,246,252,253,254,256,262,263,264,265,312,313,314,315,316,322,323,324,325,326,332,334,335,336,342,343,345,346,352,353,354,356,362,363,364,365,412,413,414,415,416,422,423,424,425,426,432,433,434,435,436,442,443,444,445,446,452,453,454,456,462,463,464,465,512,513,514,515,516,522,523,524,525,526,532,533,534,535,536,542,543,544,545,546,552,553,554,556,562,563,564,565,612,613,614,615,616,622,623,624,625,626,632,633,634,635,636,642,643,644,645,646,652,653,654,656,662,663,664,665 }
$all:=kperm(8,6)$	"Fehler: Ressourcenauslastung"

In the abstract I announced that we would create our own Twister in the workshop.

Solve the following Names'-Alphametrik: $EVE + ABE + VEA = BABE$

The next one is from a book for younger students.

Twister 36 (Logic Number Problems)

- (1) It is a six-digit whole number.
- (2) One-third of its digits are 8's
- (3) Two-thirds of its digits are 6's
- (4) It is not divisible by 4.
- (5) It is a palindrome
- (6) Its thousands digit is different from its ones digit.
- (7) It is not divisible by 3.
- (8) It is less than 800 000.
- (9) Its tens digit is the same as its ones digit.
- (10) Its hundreds digit is 8.

There are statements which are redundant. Which ones?

Solve the problem without CAS support.

Solution:

Doing it with CAS needs a lot of work including extra functions:

```
a112 := VECTOR(600006 + k*2, k, 0, 100001)
DIM(a112) = 100002
c14 := MOD(n, 4) ≠ 0
app(x, numb) := DIM(SELECT(x + 48 = v, v, NAME_TO_CODES(numb)))
c12_c13 := app(6, n) = 4 ∧ app(8, n) = 2
dp1(x, val) := FIRST(REVERSE(FLOOR( $\frac{x}{val}$ )))
c16 := dp1(n, 1000) ≠ dp1(n, 1)
[c18 := dp1(n, 100) = 8, c19 := dp1(n, 10) = dp1(n, 1)]
SELECT(c14 ∧ c12_c13 ∧ c16 ∧ c18 ∧ c19, n, a112) = [668866]
```

The requested number is 668866

Twister 17 (Hirnverzwirner, p. 19)



Try without a CAS



Population Explosion on planet Venus

Venusians don't count to 10, they use another number system which is based on the number of tentacles on their heads.

Asked for the number of his children a Venusian man answers:

"Let me think a little while, ah, yes ; now I know: I have $4b + 3$ sons and $5b + 2$ daughters, which makes all together 125 children, isn't it?"

How many children are there in „Earthling's“ counting? How many tentacles are on his head?

Solution:

Take any number base b :

$$4b + 3 + 5b + 2 = b^2 + 2b + 5$$

$$b^2 - 7b = 0$$

$$b = \{0, 7\}$$

Twister 24 (Monoid)

Find all three digit natural numbers with

- The ten's place is one greater than the hundred's place.
- The unit's digit is double of the hundred's place.
- The number is twice a prime.

Solution:

See the solution with TI-NspireCAS:

<pre> numbs:=seq(k,k,100,999,2) { 100,102,104,106,108,110,112,114,116,118,120,122,124,126,128,130,132,134,136,138,140,142,144,146,148,150,152,154,156,158,160,162,164,166,168,170,172,174,176,178,180,182,184,186,188,190,192,194,196,198,200,202,204,206,208,210,212,214,216,218,220,222,224,226,228,230,232,234,236,238,240,242,244,246,248,250,252,254,256,258,260,262,264,266,268,270,272,274,276,278,280,282,284,286,288,290,292,294,296,298,300,302,304,306,308,310,312,314,316,318,320,322,324,326,328,330,332,334,336,338,340,342,344,346,348,350,352,354,356,358,360,362,364,366,368,370,372,374,376,378,380,382,384,386,388,390,392,394,396,398,400,402,404,406,408,410,412,414,416,418,420,422,424,426,428,430,432,434,436,438,440,442,444,446,448,450,452,454,456,458,460,462,464,466,468,470,472,474,476,478,480,482,484,486,488,490,492,494,496,498,500,502,504,506,508,510,512,514,516,518,520,522,524,526,528,530,532,534,536,538,540,542,544,546,548,550,552,554,556,558,560,562,564,566,568,570,572,574,576,578,580,582,584,586,588,590,592,594,596,598,600,602,604,606,608,610,612,614,616,618,620,622,624,626,628,630,632,634,636,638,640,642,644,646,648,650,652,654,656,658,660,662,664,666,668,670,672,674,676,678,680,682,684,686,688,690,692,694,696,698,700,702,704,706,708,710,712,714,716,718,720,722,724,726,728,730,732,734,736,738,740,742,744,746,748,750,752,754,756,758,760,762,764,766,768,770,772,774,776,778,780,782,784,786,788,790,792,794,796,798,800,802,804,806,808,810,812,814,816,818,820,822,824,826,828,830,832,834,836,838,840,842,844,846,848,850,852,854,856,858,860,862,864,866,868,870,872,874,876,878,880,882,884,886,888,890,892,894,896,898,900,902,904,906,908,910,912,914,916,918,920,922,924,926,928,930,932,934,936,938,940,942,944,946,948,950,952,954,956,958,960,962,964,966,968,970,972,974,976,978,980,982,984,986,988,990,992,994,996,998} numbs2:=select(isPrime(k/2),k,numbs) { 106,118,122,134,142,146,158,166,178,194,202,206,214,218,226,254,262,274,282,294,302,306,314,318,326,334,338,346,354,362,374,382,394,402,406,414,418,426,434,438,446,454,462,474,482,494,502,506,514,518,526,534,538,546,554,562,574,582,594,602,606,614,618,626,634,638,646,654,662,674,682,694,702,706,714,718,726,734,738,746,754,762,774,782,794,802,806,814,818,826,834,838,846,854,862,874,882,894,902,906,914,918,926,934,938,946,954,962,974,982,994} numbs3:=select(z-floor(z/10)*10=2*floor(z/100),z,numbs2) { 122,142,214,254,274,326,346,386,458,478 } © by inspection: 346 and 458. © by inspection: 346 and 458. © or: dp(x,pos):=floor(x/pos)-floor(x/(pos*10)) Fertig select(dp(x,10)-1=dp(x,100),x,numbs3) { 122,346,458 } </pre>	<pre> selectl 7/7 Define selectl(c_,v_,l_)= Func Local ll,i,lc ll:={} For i,1,dim(l_) lc:=c_[v_]=l_[i] If lc=true:ll:=augment(ll,{l_[i]}) EndFor ll EndFunc </pre>
---	--

As you can see that I had a mistake first by not considering 122 as a third solution number. I defined function $dp(x, \text{power_of_10})$ which showed that 122 is also a possible solution.

The numbers are 122, 346, 458

The **final Twister** seems to be “best suitable” for being treated with a CAS (Monoid):

Solve the system for x, y, z :

$$\sqrt{xy} - z = a$$

$$\sqrt{yz} - x = b$$

$$\sqrt{xz} - y = c$$

I tried with several Computer Algebra Systems (*DERIVE*, Nspire, WIRIS, WxMaxima, ...) – and I failed. My last hope was *MATHEMATICA*.

Just to give an impression about its output (only a small part of the complete result!!)::

```

In[1]:= Solve[{Sqrt[x*y] - z == a, Sqrt[y*z] - x == b, Sqrt[x*z] - y == c}, {x, y, z}]
Out[1]:= {{x -> Sqrt[(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) (-2ca^13 - 12c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^12 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 16bc^2 a^11 - 4b^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^11 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) - 26c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^11 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 - 2c^4 a^10 + 2b^3 c a^10 + 84bc^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^10 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) - 16b^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^10 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 - 24c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^10 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 - 2b^5 a^9 - 64b^3 c^3 a^9 - 8c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^9 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 28b^3 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^9 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 176b^2 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^9 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 - 20b^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^9 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 8c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^8 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 24bc^5 a^8 + 8b^4 c^2 a^8 - 15b^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^8 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) - 297b^2 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^8 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 18c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^8 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 98b^3 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^8 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 164bc^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^8 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 - 8b^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^8 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 - 4c^7 a^7 + 116b^3 c^4 a^7 + 102bc^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^7 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 28b^4 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^7 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 - 36b^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^7 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 588b^2 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^7 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 20c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^7 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 120b^3 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^7 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 + 56bc^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^7 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^7 + 2b^8 a^6 - 72b^2 c^6 a^6 - 26b^5 c^3 a^6 - 23c^7(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 421b^3 c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 26b^6 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 210bc^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 34b^4 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 - 40b^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 + 540b^2 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^7 + 8c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^8 + 48b^3 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^6 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^9 + 24bc^8 a^5 - 94b^4 c^5 a^5 - 248b^2 c^6(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) - 176b^3 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 42c^7(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 788b^3 c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 90b^6 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 192bc^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 - 108b^4 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 16b^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 184b^2 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^5 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 4c^10 a^4 + 72b^3 c^7 a^4 + 30b^6 c^4 a^4 - 2b^9 c a^4 + 82bc^8(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) - 151b^4 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 9b^7 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 12b^8(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 + 470b^2 c^6(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^7 + 334b^5 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^8 - 32c^7(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 764b^3 c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 128b^6 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 64bc^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 + 56b^4 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^4 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^7 - 28b^7 c^2 a^3 + 28b^5 c^6 a^3 - 8c^10(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 132b^3 c^7(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 128b^6 c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 160bc^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 42b^4 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 52b^7 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 + 20b^8(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^7 + 472b^2 c^6(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^8 + 312b^5 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^9 + 8c^7(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^10 - 280b^3 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 56b^6 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^3 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 6bc^11 a^2 - 24b^4 c^8 a^2 - 14b^7 c^5 a^2 - b^11(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 62b^2 c^9(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 - 36b^5 c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 25b^8 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 18c^10(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 36b^3 c^7(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 + 52b^6 c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^7 - 6b^9 c(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 156bc^8(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 28b^4 c^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 36b^7 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 8b^8(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^6 - 176b^2 c^6(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 112b^5 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a^2 / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 + 8b^3 c^10 a + 2b^9 c^4 a + 12bc^11(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 12b^4 c^8(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 8b^7 c^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) - 4b^10 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) + 22b^2 c^9(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 12b^5 c^6(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 10b^8 c^3(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 20c^10(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 - 20b^6 c^4(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^2 + 56bc^8(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^3 + 16b^4 c^5(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^4 + 8b^7 c^2(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) a / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3)^5 - 2b^8 c^12 + 2b^5 c^9 - c^13(-a^4 + 2bc a^2 - b^2 c^2) / (a^3 - 3bca + b^3 + c^3) -

```

The „hand made“ solution (applying some substitutions and other manipulations) is:

$$x = \frac{(b^2 - ac)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad y = \frac{(c^2 - ab)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad z = \frac{(a^2 - bc)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}$$

My Conclusions

I don't intend to substitute logical reasoning by trial & error methods.

I believe that it can bring – not a better one – but an additional quality into the solving process when forming a mathematical model using mathematical language and expressions.

As we could experience in the few examples it is sometimes useful to combine both approaches.

I have a collection of more than 50 examples which will be included in the conference proceedings (in German and English as well). The collections are added as an appendix.

Logeleien - Hirnverzwirner

Logelei 01 (Die Zeit, 13. 1. 2014)

„Wie kannst Du nur an diesem kargen Arktisstrand bei dem Wetter so glücklich sein?“, wundert sich Theodor über seine Forschungsassistentin. Aber Anna antwortet nur: „Eis, Wind uns Sand sind eine Wonne!“ Erst sehr viel später versteht Theodor, dass sie damit die folgende Alphamerik meinte:

$$\begin{array}{r} \text{EIS} \\ + \text{WIND} \\ + \text{SAND} \\ \hline \text{WONNE} \end{array}$$

In einem Brief schreibt er an Anna, die inzwischen wieder zu Hause ist:

$$\begin{array}{r} \text{WIND} \times \text{SAND} \\ \hline \text{PGGUI} \\ \text{UUWGD} \\ \text{PWIWN} \\ \hline \text{PEINIGEN} \end{array}$$

So steht es in der Zeitung. Das ist aber sehr irreführend (Absicht??), besser ist es so:

$$\begin{array}{r} \text{SAND} \times \text{WIND} \\ \hline \text{PGGUI} \\ \text{UUWGD} \\ \text{PWIWN} \\ \hline \text{PEINIGEN} \end{array}$$

Lösung: $238 + 1357 + 8957 = 10552$; $3764 \cdot 5064 = 19\,060\,896$

Logelei 02 (Computer Knobeleyen, S. 172)

11 Da raucht der Kopf

Mathematik: -
Schwierigkeitsgrad: 6

Aufgabenstellung:

Schreiben Sie ein Programm, das folgendes Problem löst:

$$\begin{array}{r} \bigcirc \bullet \odot \ominus + \blacktriangle \triangle \bullet \oplus = \blacktriangle \triangle \oplus \ominus \\ \ominus \oplus \ominus \oplus + \blacktriangle \bullet \bigcirc = \blacktriangle \bullet \bullet \bullet \\ \hline \ominus \oplus \oplus \times \bigcirc \blacktriangle = \oplus \ominus \bullet \bigcirc \end{array}$$

Abb. 11.1: "Da raucht der Kopf"

Jede Figur bedeutet eine Ziffer. Selbstverständlich sind gleiche Figuren auch gleiche Ziffern. Welche Ziffern sind an welche Stelle einzusetzen?

Zusatzaufgabe: Wie können derartige Aufgaben selbst entworfen werden? Anstelle der Symbole ist es einfacher Buchstaben zu verwenden.

Lösung: 2075, 4608, 6683; 1717, 192, 1909; 358, 24, 8592

Logeilei 03 (Logische Knocheleien, S. 7)

Frau Balke hatte ihre Freundinnen Ingrid, Sonja und Ute zur Geburtstagsfeier eingeladen, aber noch keine Antwort erhalten. Ein paar Tage vor dem Fest, als sie zusammen mit ihrem Mann einkaufen war, traf sie zufällig alle drei nacheinander, aber jede nur flüchtig. Ute stieg gerade in ihren Bus ein und konnte soeben noch zurufen: „Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber entweder kommt Ingrid oder Sonja.“

Sonja hielt im dichten Verkehr mit ihrem PKW vor einer Ampel, die gerade auf grün gesprungen war. Beim Anfahren rief sie durchs offene Fenster: "Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber entweder kommt Ingrid oder Ute.“

Diese beiden Zurufe hatten beide Balkes eindeutig verstanden. Strittig unter den Eheleuten war, was die inmitten einer Radlergruppe vorbeihastende Ingrid von sich gegeben hatte. Frau Balke meinte vernommen zu haben: „Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber entweder kommt Sonja oder Ute.“ Herr Balke dagegen glaubte gehört zu haben: „Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber es kommen Sonja oder Ute.“

Bekannt ist, dass dann mindestens eine der genannten Damen zur Feier erschien und dass die Aussagen von Ute und Sonja zutreffend waren. Die Aussage von Ingrid aber hatte nur einer der Ehepartner richtig gehört - welche Aussage? Welche Dame(n) war(en) zur Feier gekommen?

Lösung: Sonja und Uta sind gekommen, Ingrid nicht.

Logeilei 04 (Logische Knocheleien, S. 16)

Das Geheimnis der Nationalmannschaft

Am Tage vor dem Fußball-Länderspiel war außerhalb des Trainingslagers noch niemandem bekannt, welche von neun Spielern endgültig aufgestellt werden. Kein Wunder, dass die Endspielgegner ihre Spitzel auf Trab brachten. Tatsächlich gelang es den Kundschaftern, ein paar Auskünfte zu ergattern:

- (1) Euler wird aufgestellt und Hanke nicht.
- (2) Iner und Frese werden auf dem Spielfeld stehen.
- (3) Hanke und Giedle werden spielen.
- (4) Iner und Barski werden beide in der Mannschaft sein oder beide nicht.
- (5) Entweder werden Euler und Frese aufgestellt oder beide nicht.
- (6) Barski wird aufgestellt, und es spielen Aurich oder Frese mit.
- (7) Barski wird nicht kicken, und Conrad und David sind ebenfalls nicht vorgesehen.
- (8) Giedle ist nicht aufgestellt, aber Conrad oder David werden spielen.

Die befragten Trainingsteilnehmer hatten die Absicht erkannt und deshalb genau das Gegenteilige ausgesagt. Nun waren sie mächtig stolz auf sich und gaben während des Abendessens, an dem nur "Insider" teilnahmen, ihre Auskünfte laut zum besten. Dabei lachten alle triumphierend - bis plötzlich der Mannschaftskapitän mit der Faust auf den Tisch schlug und brüllte: "Ihr habt wohl im Kühlschrank übernachtet?" Nachdem es schlagartig still geworden war und alle zu ihm blickten, fuhr er fort: "Wenn einer von denen auf die Idee kommt, dass ihr alle gelogen habt, dann wissen sie genau, wer bei uns aufgestellt ist."

Tatsächlich! Wer von den neun sollte mitspielen?

Lösung: Barski, Euler und Hanke werden aufgestellt.

Logeilei 05 (Die Zeit, 19. 12. 2011)

DIE ZEIT N° 52/2011

19. Dezember 2011 16:16 Uhr | 

1. Als der Erzbischof gefragt wird, was für ihn den Advent ausmache, antwortet dieser mit einer Alphametrik:

```
      ERZE
+     KERZE
-----
    ADVENT
```

2. Und er fährt fort: »Im Advent sollen vier Kerzen dein Begleiter sein.«

```
  VIER * KERZE
-----
  ERILZV
  VZTZZI
    KERZE
    LLLLZR
-----
  BEGLEITER
```

br

Lösung: 1. $7867 + 97867 = 105734$ 2. $3518 \cdot 61801 = 217415918$

Logeilei 06 (Die Zeit)

Professor Knusi hat vier Gelotaner unterschiedlichen Alters zu ihrem Alter befragt. Er hat folgende Antworten erhalten:

Nertel: »Ich bin zwei Jahre jünger als Tarfel. Ich bin älter als Parfel. Parfel ist doppelt so alt wie Tarfel.«

Oertel: »Ich bin so alt wie der Altersunterschied von Parfel und Nertel. Nertel ist drei Jahre älter als Tarfel. Parfel ist doppelt so alt wie Nertel.«

Parfel: »Ich bin älter als Tarfel. Ich bin so alt wie Tarfel und Oertel zusammen. Tarfel ist jünger als Nertel und Oertel zusammen.«

Tarfel: »Ich bin 18. Nertel ist älter als ich. Ich bin doppelt so alt wie Oertel.«

Zu Hause im Labor brütet Knusi über den Aussagen. Ihm ist bekannt, dass es in Gelotan zum guten Ton gehört, ab und an eine falsche Aussage zu machen, aber nach welchem Schema?

Zum Glück weiß sein Assistent Flusi Bescheid: »Der Älteste einer Gruppe sagt immer die Wahrheit, der Zweitälteste lügt genau ein Mal, der Drittälteste zwei Mal und so weiter ...«

»Ah, dann ist mir nun alles klar!«, ruft Knusi erfreut.

Wie alt sind die vier?

Lösung: Parfel ist 27, Tarfel 18, Nertel 16, und Oertel ist 9

Logeilei 07 (Die Zeit)

A	B	C	D	E	F
G		H			
I			J	K	
L		M	N		O
P	Q			R	
S		T		U	

Waagerecht: A Primzahl C E waagerecht minus A waagerecht E Teiler von K
 senkrecht G Quadratzahl H E senkrecht mal E waagerecht I Quadratzahl J
 Quadratzahl L Quadratzahl N Vielfaches von A waagerecht P Q senkrecht mal S
 waagerecht R 2 weniger als U waagerecht S Primzahl T Vielfaches vom Rückwert
 von E waagerecht U Vielfaches von C waagerecht

Senkrecht: A Quadratzahl B A waagerecht mal G waagerecht C Der Rückwert
 ist Vielfaches von O senkrecht D Quadratzahl E Primzahl F Quadratzahl K R
 waagerecht mal U waagerecht L Quadratzahl M Quadratzahl N Quadratzahl O
 Quadratzahl Q J waagerecht minus E waagerecht

Ist wohl schwierig mit einem CAS zu bearbeiten!?

Logelei 08 (Die Zeit)

DIE ZEIT N° 50/2011

5. Dezember 2011 14:57 Uhr | 

Da Professor Schlackenhof morgens nie weiß, was er an diesem Tag benötigen wird, hat er vor langer Zeit einen Apparat gebaut, der voraussagt, was er mitnehmen sollte. Inzwischen funktionieren nur noch drei der Zukunftsröhren, und bei zwei von ihnen hat sich auch noch die Polarität umgekehrt. Das bedeutet, dass der Automat auf Knopfdruck jetzt nur noch drei Voraussagen macht, von denen eine wahr ist und zwei falsch sind. Das stört den Professor jedoch nicht; er drückt einfach den Knopf häufiger. Heute hat er folgende Antworten erhalten.

1. Das Fernglas, Kreide und die Schutzbrille. 2. Den Sextanten, den Zirkel und den Mantel. 3. Den Abakus, das Taschentuch und den Zirkel. 4. Die Lupe, eine Pipette und Kreide. 5. Den Zirkel, die Lupe und den Zollstock. 6. Das Taschentuch, das Fernglas und den Mantel. 7. Die Schutzbrille, eine Pipette und Kreide. 8. Den Abakus, den Mantel und einen Bleistift. 9. Den Zollstock, einen Bleistift und den Sextanten.

Da er etwas in Eile ist und noch die Kobralilie füttern muss, bittet er sein Hausmädchen Annabel, ihm die Sachen bereitzulegen. Können Sie ihr dabei helfen?

Lösung:

Professor Schlackenhof benötigt den Zirkel, das Fernglas, einen Bleistift und eine Pipette.

Logeilei 09 (Die Zeit, Juni 2014)

Omi Frieda ist gerührt: Ihre erste Ururenkelin ist auf die Welt gekommen. Aus diesem Anlass haben sich alle Nachfahren mit ihr versammelt, um ein Fünf-Generationen-Foto zu schießen. Der Fotograf, der recht neugierig ist, fragt, wer denn nun Nachfahre von wem sei. Da reden sie alle durcheinander:

»Entweder Tina ist Nachfahre von Evelyn, oder Elisabeth ist Nachfahre von Gundula, aber nicht beides.« – »Evelyn ist Nachfahre von Vanessa oder von Tina, aber nicht von beiden.« – »Katrin ist Nachfahre von Gundula.«

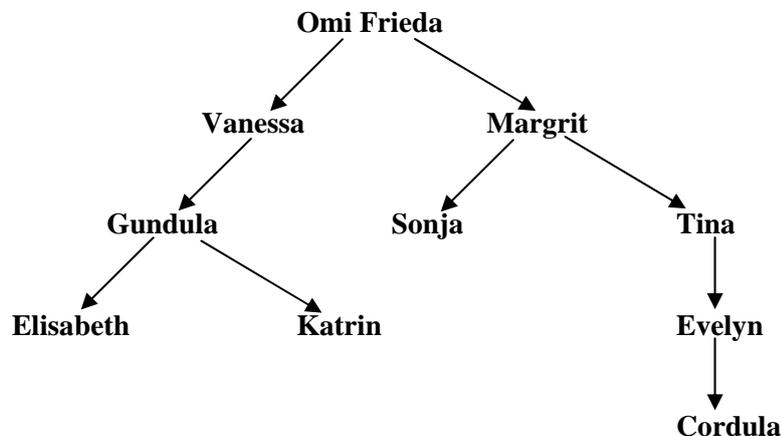
»Evelyn ist kein Nachfahre von Gundula.« – »Entweder Margrit ist Nachfahre von Sonja, oder Cordula ist Nachfahre von Evelyn, aber nicht beides.« – »Sonja ist kein Nachfahre von Tina.«

»Entweder Vanessa ist Nachfahre von Elisabeth, oder Tina ist Nachfahre von Margrit, aber nicht beides.« – »Gundula ist Nachfahre von Vanessa.«

»Entweder Sonja ist Nachfahre von Margrit, oder Elisabeth ist Nachfahre von Evelyn, aber nicht beides.« – »Cordula ist kein Nachfahre von Vanessa.«

Können Sie den Stammbaum der Nachfahren von Omi rekonstruieren?

Lösung:



Wie lässt sich diese Lösung mit CAS-Unterstützung finden?

Logeile 10 (Die Zeit)

Herr Hutschke soll am kommenden Freitag Frau Blume, die Mathematiklehrerin der 3c, vertreten. Damit er die Klasse schon vorab etwas besser kennenlernen kann, hat Frau Blume ihm verraten, dass alle Jungen unterschiedlich groß sind, und ihm folgende Aussagen, die allesamt natürlich korrekt sind, auf einen Zettel geschrieben:

Wenn Ivan größer als Emil ist, ist Max größer als Conrad.

Wenn Gustav größer als Ole ist, ist Ulf größer als Kevin.

Wenn Conrad größer als Gustav ist, ist Ralf größer als Ole.

Wenn Ivan größer als Ole ist, ist Ivan größer als Emil.

Wenn Emil größer als Ivan ist, ist Ivan größer als Ole.

Wenn Max größer als Kevin ist, ist Emil größer als Ivan.

Wenn Ivan größer als Ralf ist, ist Conrad größer als Ole.

Wenn Anton größer als Conrad ist, ist Emil größer als Kevin.

Wenn Ivan größer als Emil ist, ist Ulf größer als Ralf.

Wenn Ivan größer als Kevin ist, ist Conrad größer als Ulf.

Wenn Emil größer als Conrad ist, ist Anton größer als Ivan.

Wenn Kevin größer als Max ist, ist Anton größer als Conrad.

Wer ist der Größte in der 3c? Und welche Schüler kommen dann der Reihe nach?

Lösung:

Am größten ist Anton, gefolgt von Ivan, Emil, Kevin, Max, Conrad, Ulf, Ralf, Ole und Gustav

Logeile 11 (Computer Knobeileien, S. 13)

In einer Kneipe unterhalten sich drei EDV-Fachleute. Da sagt der Software-Entwickler Franz zur Datentypistin Inge: „Wenn Du Dein Gehalt verdoppelst und noch das Gehalt von Heinz dazulegst, dann habt ihr gerade so viel verdient wie ich“.

Da meinte der Wirt zu Franz: „Gib gar nicht so an, wenn Du Dein Gehalt um 50% erhöhen könntest und die anderen beiden ihr Gehalt verdoppeln, dann könnt ihr alle zusammen meine Kneipe um 441 000 \$ kaufen.“

Da tröstet sich Inge: „Ich erhalte im nächsten Jahr eine Gehaltssteigerung um 10% und mit meiner Nebentätigkeit als Autorin verdiene ich nochmals 8000 \$ dazu. Dann werde ich genau so viel haben wie Heinz, denn bei Deiner Steuerprogression musst Du doch leicht 11 800 \$ abziehen!“

Wie viel verdienen die EDV-Leute?

Lösung: Inge: 42 000, Heinz: 66 000, Franz: 150 000

Logeile 12 (Unterhaltsame Logik, S. 39)

In der Pause waren 15 Schüler geblieben. Eine Fensterscheibe wurde von genau einem der Schüler oder Schülerinnen zerbrochen. Der Klassenlehrer sammelt die Aussagen der Schüler:

Angelika: "Ich war es nicht. Bernd hat das getan"

Bernd: "Ja, ich habe die Scheibe zerbrochen."

Wolfgang: "Er lügt, Frank hat das gemacht."

Dagmar: "Nein, das stimmt nicht, aber ich war es auch nicht."

Eva: "Das war entweder Karin oder Angelika, aber ich nicht."

Frank: "Eins von den Mädchen hat die Scheibe zerbrochen."

Christa : "Keineswegs, die Jungen haben die Scheibe zerbrochen."

Sonja: "Angelika und ich waren es."

Irene: "Ich habe gesehen, wie einer von den Jungen die Scheibe zerbrochen hat, aber ich weiß nicht mehr wer."

Jürgen: "Bernd sagt nicht die Wahrheit, ich habe die Scheibe zerbrochen."

Karin : "Ich habe nicht mitgemacht, Angelika war es allein."

Lutz: "Jürgen hat die Wahrheit gesagt."

Manuela: "Lutz lügt, das Fenster ist von allein durch den Luftzug zerbrochen."

Helga: "Ich habe ein Buch gelesen und weiß von nichts."

Renate: "Angelika hat es getan."

Außerdem ist bekannt, dass ein und nur ein Schüler die Wahrheit gesagt hat. Wer hat das Fenster zerbrochen?

Lösung: Dagmar war es.

Logeilei 13 (Unterhaltsame Logik, S. 60)

Die folgenden Behauptungen sind gegeben:

- (1) Säuglinge sind unlogisch.
- (2) Wir verachten niemanden, der mit einem Krokodil fertig werden kann.
- (3) Wir verachten die, die unlogisch sind.

Weise nach, dass aus diesen Behauptungen folgt: „Säuglinge können nicht mit einem Krokodil fertig werden!“

Logeilei 14 (Unterhaltsame Logik, S. 60)

- (1) Kein einziger Haifisch zweifelt daran, dass er gut bewaffnet ist.
- (2) Ein Fisch, der nicht Walzer tanzen kann, verdient Mitleid.
- (3) Kein einziger Fisch fühlt sich sicher bewaffnet, wenn er nicht zumindest drei Reihen von Zähnen hat.
- (4) Alle Fische mit Ausnahme von Haifischen sind freundlich zu Kindern.
- (5) Schwere Fische können nicht Walzer tanzen.
- (6) Fische mit mindestens drei Reihen von Zähnen verdienen kein Mitleid.

Beurteile die Richtigkeit der Aussage: „Alle schweren Fische sind freundlich zu Kindern!“

Logeilei 15 (Test Your Logic, S. 16)

Decapitation of a Factor (left) and a Product (right)

$$\begin{array}{r} \text{A B C D E F} \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad \text{M} \\ \hline \text{B C D E F A} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{B C D E F A} \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad \text{M} \\ \hline \text{A B C D E F} \end{array}$$

Each letter represents a different digit. Which one of the 10 digits does M represent?

Lösung: Es gibt jeweils zwei Lösungen,

$$142857 \cdot 3 = 428571$$

$$230769 \cdot 4 = 923076$$

$$285714 \cdot 3 = 857142$$

$$76923 \cdot 4 = 307692$$

Logeile 16 (Mathematische Rätsel und Spiele, S. 64)

Können Sie die fehlenden Ziffern einsetzen?

$$\begin{array}{r} 6 \ x \ 8 \ x \ x \ x : x \ x \ 9 = x \ 5 \ 3 \\ \underline{x \ x \ x \ 2} \\ \ x \ 9 \ x \ x \\ \underline{x \ x \ 4 \ x} \\ \ \ x \ x \ 4 \ x \\ \ \ \ x \ x \ x \ x \end{array}$$

Lösung: 638897 : 749 = 853

Logeile 17 (Hirnverzwirner, S. 19)

Bevölkerungsexplosion auf der Venus.

Venusianer zählen nicht bis 10, sondern haben anstelle des dekadischen Systems ein anderes, das sich nach der Anzahl der Fühler auf ihren Köpfen richtet.

Auf die Frage nach seinen Kindern antwortet ein Venusmann:

„Nun, lassen Sie mich einmal nachdenken. Ich habe 43 Söhne und - hm - 52 Töchter. Das macht zusammen 125 Kinder, nicht wahr?“.

Wie viele Kinder hat er nach irdischer Zählweise und wie viele Fühler hat er am Kopf?

Lösung: 31 Söhne und 37 Töchter, er hat 7 Tentakel (= Basis des Zahlensystems).

Logeile 18 (Hirnverzwirner, S. 24)

Noch eine Alphametrik:

$$\begin{array}{r} W \ G \ V \ K \ W : W \ J \ D = K \ S \\ \underline{W \ S \ N \ S} \\ \ \ K \ Y \ W \\ \underline{\ \ D \ D \ N} \\ \ \ \ N \ K \ N \quad (\text{Rest}) \end{array}$$

Lösung: 24092 : 257 = 93 (Rest 191)

Logeile 19 (Die Zeit, Jänner 2014)

Familie Wulffer macht Ferien auf dem Land bei der Bauernfamilie Ochsenmann. Als Frau Ochsenmann den vier Kindern den Bauernhof zeigt, fragt sie: „Sagt mal, wie alt seid ihr eigentlich?“ Tanja grinst und erwidert: „Vor vier Jahren waren Hannah und ich zusammen doppelt so alt wie Ralf und Paul zusammen.“

Daraufhin fährt ihre Zwillingsschwester Hannah fort: „Und wenn Paul so alt sein wird, wie Ralf jetzt ist, ist Ralf so alt, wie ich jetzt bin.“

Die gute Frau Ochsenmann ist schon ganz verwirrt, aber nun trumpft Ralf auf: "Wenn ich ein Jahr älter bin, als Tanja jetzt ist, dann ist Paul dreimal so alt, wie Hannah dann sein wird."

Frau Ochsenmann will sich gerade am Kopf kratzen, was sie immer tut, wenn sie scharf nachdenken muss, da lacht Paul: „Ich habe gerade ausgerechnet, dass wir in zwölf Jahren zusammen 100 Jahre alt sein werden.“

Nun ist Frau Ochsenmann völlig irritiert. Dann meint sie aber: „Also, einer von Euch vieren kann nicht rechnen. Aber wenn wenigstens die anderen drei korrekte Aussagen gemacht haben, dann weiß ich jetzt, wie alt ihr seid.“

Wer hat nicht richtig gerechnet, und wie alt sind die vier Kinder?

Lösung: Tanja und Hannah sind 16, Ralf ist 12 und Paul ist 8; Paul kann nicht rechnen,

Logeile 20 (Logikrätsel, S. 156)

Die neue Flamme liebt Lilien, Nelken und Margeriten, hat aber ganz spezielle Wünsche:

- Wenn im Strauß Lilien und Nelken sind, dann dürfen keine Margeriten drin sein.
- Wenn im Strauß Margeriten sind und keine Lilien, dann sollen auch keine Nelken drin sein.
- Wenn keine Lilien drin sind, dann müssen Nelken im Strauß sein.

Welche Blumen dürfen nicht alleine und welche nicht zusammen geschenkt werden?

Lösung: Margeriten alleine oder Nelken mit Margeriten bzw. Nelken mit Lilien.

Logeile 21 (Logikrätsel, S. 40)

Sechs junge Damen besprechen die gegenseitigen Chancen beim aktuellen Casting-Wettbewerb.

Dolores: Gerlinde wird den zweiten Platz belegen.
Elvira: Florence wird Siegerin.
Florence: Dolores wird nicht Siegerin.
Gerlinde: Ich werde zwei Plätze vor Heidrun liegen.
Heidrun: Ilona wird nicht oder allenfalls weniger als drei Plätze vor Florence liegen.
Ilona: Elvira kommt auf Platz zwei.

Nach der Wahl stellten die Bewerberinnen fest, dass nur eine von ihnen die richtige Prognose gestellt hatte, nämlich die Siegerin. Wer hat gewonnen? In welcher Reihenfolge wurden die anderen Plätze belegt?

Lösung: Dolores, Gerlinde, Ilona, Elvira, Heidrun and Florence

Logeile 22 (Logiktraining, S. 10)

Ein Schließfach wird über eine elektrische Verriegelung, die aus 8 Kippschaltern besteht, gesichert.

Die Öffnungsvorschrift wurde verschlüsselt, wie folgt:

- (1) Wenn Schalter 4 unten ist, dann muss Schalter 2 oben stehen.
- (2) Wenn Schalter 8 oben ist, dann müssen Schalter 2 und Schalter 6 unten stehen.
- (3) Wenn S2 unten ist, dann muss mindestens einer der Schalter 5 oder 7 auch unten stehen.
- (4) Wenn S3 oben ist, dann muss S4 unten oder S7 oben stehen.
- (5) Wenn S2 oder S4 oben sind, dann müssen auch S5 und S6 oben stehen.
- (6) Wenn S4 oben ist, dann muss entweder S1 oder S2 oben stehen.
- (7) Mindestens einer der Schalter 2 oder 6 muss unten stehen.

Sind wir in der Lage das Schließfach zu öffnen?

Lösung: Die Schalter 1, 4, 5 und 6 müssen oben, die restlichen unten stehen.

Logeile 23 (Hirnverzwirner, S. 45)

Lösung:

A	B	C	D	E	F	G
H		I				
J			K			L
M					N	
	O		P			Q
	R			S		
T					U	

6	7	2	2	2	8	2
2	6	3	1	9	5	5
5	8	1	6	8	5	9
7	5	8	3	6	9	8
7	1	9	9	5	6	7
1	9	0	1	1	0	9
1	6	0	2	1	4	9

Es bestehen die folgenden Zusammenhänge:

As:	Potenz einer Zahl	Iw:	$5 \cdot Ks$
Gs:	Quersumme von Qs	Ls:	$2 \cdot Uw$
Fs:	Summe zweier aufeinander folgender Kubikzahlen	Ks:	$Jw \cdot Ss$
Ms:	$Hw + Bs$	Kw:	Ow^3
Es:	$Cw + Mw$	Pw:	Vielfaches von Is
Ns:	Nw^2	Tw:	$As + Bs + Ms$
Os:	Vielfaches von Uw	Rw:	symmetrische Zahl
Ds und Uw haben einen gemeinsamen Faktor			

Mit einem CAS wohl schwierig zu behandeln!

Logelei 24 (Monoid)

Ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen für die gilt:

- (a) Die Zehnerziffer ist um eins größer als die Hunderterziffer.
- (b) Die Einerziffer ist doppelt so groß wie die Hunderterziffer.
- (c) Die Zahl ist das Doppelte einer Primzahl.

Lösung: 122, 346, 458

Logelei 25 (Monoid)

Setze für jedes **x** eine 0, 1, 2, 3 oder 4 und für jede **o** eine 5, 6, 7, 8 oder 9.

$$\begin{array}{r} \underline{\text{X O X} \times \text{X X O}} \\ \text{O X X} \\ \text{X X O O} \\ \underline{\text{X X X X}} \\ \text{O X O X X} \end{array}$$

Wie lautet die Multiplikation?

Lösung: $372 \cdot 246 = 91512$

Logelei 26 (Monoid)

Ersetze die Buchstaben durch Ziffern, so dass gleiche Buchstaben gleiche Ziffern angeben

$$A B C D + E F G H = I A A A I$$

und dann noch:

$$I C H + B I N + B E I = O M A$$

Lösungen: es gibt viele Lösungen für beide Probleme, wie z. B.:

2345	9876	12221	137	218	241	596
2346	9875	12221	138	217	241	596
2354	9867	12221	140	216	231	587
...				...		
...				...		

Logelei 27 (Monoid)

An einer Kreuzung stehen in einer Reihe hintereinander 7 Fahrzeuge, entweder ein LKW oder ein PKW. Über ihre Reihenfolge ist bekannt:

- (1) Kein LKW steht direkt vor oder hinter einem anderen LKW.
- (2) Genau ein PKW befindet sich unmittelbar zwischen zwei LKWs.
- (3) Genau ein LKW befindet sich unmittelbar zwischen zwei PKWs.
- (4) Genau drei PKWs stehen unmittelbar hintereinander.

In welcher Reihenfolge können die 7 Fahrzeuge angeordnet sein?

Lösung: ohne CAS! LPLPPPL and LPPPLPL

Logelei 28 (Monoid)

Nimmt man eine dreistellige Zahl und zieht davon die Quersumme ab, dann wird das Ergebnis immer durch 9 teilbar sein. Kannst Du das beweisen?

Lösung:

Logelei 29 (Monoid)

Löse das System:

$$\begin{aligned}\sqrt{xy} - z &= a \\ \sqrt{yz} - x &= b \\ \sqrt{xz} - y &= c\end{aligned}$$

Lösung: Diese typische CAS-Aufgabe lässt sich mit DERIVE nicht lösen. Auch MATHEMATICA muss passen. Die Lösung lässt sich mit trickreichen Substitutionen erreichen:

$$x = \frac{(b^2 - ac)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad y = \frac{(c^2 - ab)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad z = \frac{(a^2 - bc)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}$$

Logeilei 30 (Monoid)

Der zerstreute Lehrer Vergisswas muss ins Lehrerzimmer zurück, weil er seinen Schülerkatalog vergessen hat. Rasch kann er noch eine Multiplikationsübung auf die Tafel schreiben.

Als er in die Klasse zurückkommt, haben die Schüler die Tafel voll geschmiert und von der Multiplikation sind nur noch Reste zu erkennen:

$$\begin{array}{r} \underline{6 \quad - \quad - \quad \times \quad - \quad - \quad -} \\ - \quad - \quad - \\ - \quad - \quad - \quad - \\ \underline{- \quad 5 \quad - \quad 5} \\ - \quad - \quad 5 \quad - \quad 4 \quad - \end{array}$$

Vergisswas macht seinem Namen alle Ehre, ist aber ein guter Rechner. Er hat zwar die ursprüngliche Aufgabe vergessen, kann sie aber aus den Resten rekonstruieren.

Die Schüler erhalten nun als zusätzliche „Übung“, die Aufgabe zuerst zu rekonstruieren und dann zu erfüllen.

Lösung:

$$\begin{array}{r} 645 \times 721 \\ \underline{645} \\ 1290 \\ 4515 \\ \underline{465045} \end{array}$$

Logeilei 31 (Monoid)

Für welche x gilt: $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{97}{128}$?

Lösung: $x = k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12}$ (macht wenig Sinn mit einem CAS, interpretiere die CAS-Lösung!)

Logeilei 32 (Monoid)

Löse die geheimnisvolle Gleichung der geschwätzigen Eva: $\frac{EVE}{DID} = 0,\overline{TALK}$

Gleiche Buchstaben stehen für gleiche Ziffern. Der Bruch ist gekürzt.

Lösung: $\frac{242}{303} = 0.\overline{7986}$

Logeilei 33 (Die Zeit)

Bei Pflanz & More gibt es gerade eine Rabatt-Aktion: Alle Preise sind runde Euro-Beträge, und wer mindestens drei Produkte kauft, muss das billigste nicht bezahlen.

Fritz: „Ich habe für einen Pressluftrechen, eine Gieß-Liesel und einen Elektropflücker nur 17 Euro bezahlt.“. Dorothee: „Und ich habe zwei Automatikkübel und ein Setzling-Set für 11 Euro bekommen.“ Erwin: „Ein Elektropflücker, ein Sack Pflanzenstreu und eine Gieß-Liesel haben zusammen nur 24 Euro gekostet.“

Kurt: „Ich habe einen Pressluftrechen, ein Setzling-Set und zwei Säcke Pflanzenstreu gekauft und 31 Euro bezahlt, aber das war dumm von mir: Wenn ich zwei separate Einkäufe gemacht hätte, hätte ich noch 5 Euro mehr sparen können.“ Jasmin: „Stimmt, wenn man sich geschickt anstellt, kann man noch mehr Geld sparen. Ich wollte einen Automatikkübel und zwei Setzling-Sets kaufen. An der Kasse habe ich dann Jonas getroffen, der einen Sack Pflanzenstreu und zwei Gieß-Liesel kaufen wollte. Vor dem Bezahlen haben wir ein Produkt getauscht.; so haben wir zusammen 6 Euro weniger bezahlt, als wenn jeder seine eigenen Sachen bezahlt hätte.“

Welcher Artikel kostet was?

Lösung: ein Automatikkübel kostet 2 Euro, ein Setzling-Set 9 Euro, ein Pressluftrechen 4 Euro, ein Sack Pflanzenstreu 11 Euro, ein Elektropflücker 13 Euro und eine Gieß-Liesel 3 Euro.

Logeilei 34 (Monoid)

Die gerade Zahlen von 2 bis 2^5 sollen so in die Kästchen eingesetzt werden, dass die Summe waagrecht, senkrecht und diagonal immer 68 ergeben..

Lösung:

2	30	28	8
24	12	14	18
16	20	22	10
26	6	4	32

Logeilei 35 (Die Zeit)

1. Tom: »Ich hab mir eine sechsstellige Zahl gedacht. Wenn ich die letzten beiden Ziffern wegnehme und stattdessen vorn dranschreibe – also alle Ziffern in der gleichen Reihenfolge –, dann habe ich wieder eine sechsstellige Zahl. Wenn man die mit 9 multipliziert, dann hat man wieder meine ursprüngliche Zahl!«
2. Martin: »Ich hab mir auch eine sechsstellige Zahl ausgedacht: Wie bei dir packe ich die hintersten beiden Ziffern nach vorne. Aber ich erhalte dann eine Zahl, die viermal so groß ist wie meine ursprüngliche Zahl.« Tom: »Das ist aber noch nicht eindeutig!« Martin: »Hmm. Na gut, meine Zahl beginnt nicht mit einer 1!« Tom: »Dann ist alles klar.«
3. Tanja: »Ich hab mir auch eine sechsstellige Zahl ausgedacht: Wenn ich bei meiner Zahl die vorderen drei Ziffern mit den hinteren drei vertausche, kommt eine fünfstellige Zahl raus, und wenn ich diese mit 25 multipliziere, bin ich wieder bei meiner ursprünglichen Zahl!«
4. Sandra: »Ich habe auch so eine lustige sechsstellige Zahl: Bei mir muss man die vorderste Ziffer hintendran stellen, und wenn man die fünfstellige Zahl, die dabei rauskommt, mit 54 multipliziert, hat man wieder die alte Zahl!«

Wie lauten die vier Zahlen?

Lösung: 1. 989010, 2. 238095, 3. 641025, 4. 701298

Logeilei 36 (Logic Number Problems)

- (1) It is a six-digit whole number.
- (2) One-third of its digits are 8's
- (3) Two-thirds of its digits are 6's
- (4) It is not divisible by 4.
- (5) It is a palindrome
- (6) Its thousands digit is different from its ones digit.
- (7) It is not divisible by 3.
- (8) It is less than 800 000.
- (9) Its tens digit is the same as its ones digit.
- (10) Its hundreds digit is 8.

Da gibt es redundante Aussagen. Welche sind dies?
Löse die Aufgabe auch ohne CAS. Wie geht es rascher?

Lösung: 668866

Die kleine Nora hat zum Geburtstag neun Klötze bekommen, auf denen die Ziffern von 1 bis 9 stehen. Ihre große Schwester Lea hat gerade in der Schule gelernt, was eine Primzahl ist, und Nora möchte es jetzt auch lernen.

Sie nimmt fünf ihrer Klötze, legt daraus eine Zahl und fragt: »Ist das eine Primzahl?« Lea: »Nein, die ist durch 7 teilbar.« Daraufhin vertauscht Nora zwei benachbarte Klötze und fragt noch mal: »Ist das jetzt eine Primzahl?« – »Nein, die ist immer noch durch 7 teilbar.« Nora stellt jedoch ihre eigenen Regeln auf: »Dieses Argument hast du schon für die vorige Zahl aufgebraucht.« – »Na gut; diese Zahl ist außerdem durch 5 teilbar.« Da vertauscht Nora wieder zwei benachbarte Klötze. »Ist die Zahl jetzt prim?« – »Nein, die ist durch 8 teilbar.« Nach einer weiteren Vertauschung von benachbarten Klötzen: »Und jetzt?« – »Jetzt ist sie durch 11 teilbar.«

Noch eine Vertauschung später: »Und diese Zahl?« Darauf Lea: »Ja, ich glaube, die ist prim.« Doch Nora ist nicht so leichtgläubig: »Vorhin hast du gesagt, es dauert sehr lange, nachzurechnen, dass eine Zahl prim ist.« – »Okay«, gibt Lea zu, »ich habe nur geprüft, dass die Zahl nicht durch 2, 3, 5, 7 oder 11 teilbar ist.«

Welche Zahlen hat Nora gelegt?

Logeilei 38 (Die Zeit, März 2014)

1. „Nehmen wir einmal Sonne und Mond als Beispiel“, doziert der Dozent, „diese sorgen auf unserer Erde für die Fluten!“

$$\begin{array}{r} \text{SONNE} \\ + \quad \text{MOND} \\ \hline \text{FLUTEN} \end{array}$$

2. „Kennen Sie schon den neuen Megatrend?“, moderiert der Moderator und wartet die Antwort gar nicht erst ab, sondern fährt fort: „Das sind Sonne und Mond!“

$$\begin{array}{r} \text{SONNE} \times \text{MOND} \\ \hline \text{MDAND} \\ \text{MANND} \\ \text{RGSND} \\ \text{RGSND} \\ \hline \text{TTND} \\ \hline \text{MEGATREND} \end{array}$$

Lösungen: $95\,886 + 7\,582 = 103\,468$, $79\,553 \times 2\,950 = 234\,681\,350$

Logeilei 39 (Die Zeit, Nr. 15, April 2014)

1. Yorick, Melisa und Chantal essen zusammen ein Eis. Da ruft Yorick erstaunt in die Runde: »Hey, zusammen sind wir drei genau fünfmal so alt, wie ich jetzt bin.«

Melisa grinst Yorick an, rechnet kurz und sagt dann: »Da kannst du mal sehen. Und dabei war ich vor sieben Jahren noch genau doppelt so alt wie du!«

»Lustig«, lacht da Chantal, »das wollte ich zu dir, Melisa, auch gerade sagen.«

Wie alt sind die drei?

2. Kürzlich ist Professor Zobauski und seinem Team eine Sensation gelungen: Sie haben die Sprache der Regenwürmer vollständig entschlüsselt.

Hier die Übersetzung eines Gesprächs zwischen vier Regenwürmern: Einer: »Zwei von uns sind zusammen genauso lang wie die anderen beiden zusammen.« Ein anderer: »Zwei von uns sind zusammen doppelt so lang wie die anderen beiden.« Ein dritter: »Drei von uns sind zusammen dreimal so lang wie der vierte.« Und der letzte: »Und ich armer Tropf bin mit nur vier Zentimetern der Kürzeste von uns allen!«

Wie lang sind die vier Würmer?

Lösungen: 1: 14, 21, 35; 2. 4, 12, 12, 20

Logeilei 40 (Die Zeit, Nr. 19, Mai 2014)

Sehr interessant, amüsiert sich Cornelius, wie die Leute im Reisebüro ihren Bauernhof am Stausee bewerben. Am Jahresbeginn hieß es:

$$\begin{array}{r} \text{JANUAR} \\ + \text{FEBRUAR} \\ \hline \text{STAUSEE} \end{array}$$

None

Dann haben sie im März ihre Reklame geändert. Da stand dort:

$$\begin{array}{r} \text{MAERZ} \\ + \text{APRIL} \\ \hline \text{MELKEN} \end{array}$$

None

Und jetzt haben sie den Text wieder geändert:

$$\begin{array}{r} \text{MAI} \\ + \text{JUNI} \\ + \text{JULI} \\ \hline \text{ALPIN} \end{array}$$

Lösungen:

$$975\ 872 + 6\ 402\ 872 = 7\ 378\ 744;$$

$$18\ 035 + 89\ 367 = 107\ 402;$$

$$912 + 7\ 462 + 74\ 52 = 15\ 826$$

Logeilei 41 (Die Zeit)

Bei den Namen der 12 Flüsse in Pelungien waren die Einwohner nicht sehr geistreich: Es sind einfach die Buchstaben von A bis L. Alle 12 Flüsse sind unterschiedlich lang.

Bekannt ist: Wenn J kürzer als H ist, ist K länger als C.

Wenn G länger als E ist, ist I länger als A.

Wenn D kürzer als C ist, ist F länger als K.

Wenn A kürzer als F ist, ist H länger als J.

Wenn C kürzer als A ist, ist F kürzer als K.

Wenn A kürzer als K ist, ist B kürzer als D.

Wenn F länger als J ist, ist E länger als K.

Wenn F kürzer als L ist, ist H kürzer als J.

Wenn C länger als B ist, ist A länger als I.

Wenn E länger als H ist, ist A kürzer als C.

Wenn D länger als G ist, ist G länger als K.

Wenn A länger als K ist, ist C kürzer als E.

Wenn A kürzer als I ist, ist D länger als G.

Wenn D länger als I ist, ist C kürzer als L.

Wenn E kürzer als B ist, ist H kürzer als C.

Wenn A kürzer als B ist, ist C länger als D.

Wenn E länger als C ist, ist A kürzer als B.

Wenn F kürzer als E ist, ist C kürzer als A.

Wenn A kürzer als D ist, ist G länger als F.

Wenn B kürzer als D ist, ist E länger als J.

Lösung:

Der kürzeste Fluss ist L, dann folgen der Reihe nach: F, J, E, H, C, B, A, K, G, D und I.

Logeilei 42 (Die Zeit)

Marion war krank, als die "Untrennbaren 8", wie sich die Mädchen nennen, die siebenstellige Zahl für das Zahlenschloss am Geheimversteck festgelegt haben. Jetzt versucht sie, diese herauszufinden, indem sie die anderen sieben anruft.

Tanja erklärt ihr: "Alle Ziffern sind verschieden."

Nach dem Anruf bei Monika weiß sie: "Die Null kommt in der Zahl nicht vor."

Von Hilda erfährt sie: "Die Zahl ist durch 3 teilbar."

"Die Summe zweier aufeinander folgender Ziffern ist immer ungerade", hat Sonja nachgerechnet.

Und Neele hat noch mehr gerechnet: "Wenn ich die Zahl um 3 erhöhe, ist sie durch 11 teilbar."

Auch Evi hat gerechnet: "Wenn ich die Zahl um 1 verringere, ist sie durch 101 teilbar."

Zuletzt hat Hanna eine ganz merkwürdige Eigenschaft entdeckt: "Jede gerade Ziffer ist die Summe oder die Differenz der beiden Ziffern links und rechts daneben; natürlich nur, wenn links und rechts auch Ziffern da sind."

Wie lautet die Zahl?

Lösung: Die Zahl lautet 1872945

Logeilei 43 (Die Zeit)

1. Fünf Personen haben an einem IQ-Test teilgenommen. Da der Test abhängig von Alter und Geschlecht normiert ist, benötigen jüngere Personen einen höheren Rohwert als ältere, um den gleichen IQ-Wert zu erreichen. Gleiches gilt für Männer im Vergleich zu Frauen.

Rita hat $\frac{1}{9}$ weniger Rohwert-Punkte erreicht als Sarah und $\frac{1}{7}$ weniger als Ben. Sarah hat den gleichen IQ wie Ben und ist gleich alt wie Mark. Marks Rohwert ist gleich groß wie Lenas, aber 6 Punkte höher als Bens. Lena ist 5 Jahre jünger als Sarah und hat beim Rohwert 14 Punkte mehr erreicht als Rita. Ben ist 39 Jahre alt. Sein IQ ist 4 Punkte höher als der von Mark. Die jüngste Person ist 29, die älteste 45 Jahre alt. Ritas IQ ist 150, der kleinste IQ 130. Lenas IQ ist 70 Punkte größer als ihr Rohwert. Wie alt sind die 5 Personen, welchen Rohwert und welchen IQ konnten sie erreichen?

2. Als die fünf ihre Werte vergleichen, vermuten sie einen linearen Zusammenhang zwischen IQ, Rohwert, Alter und Geschlecht. Wenn sie richtig liegen, wie lautet dann die Formel für den IQ?

Lösung:

1. **Rita ist 45, mit Rohwert 48 und IQ 150; Sarah ist 34, mit Rohwert 54 und IQ 134; Ben ist 39, mit Rohwert 56 und IQ 134; Mark ist 34, mit Rohwert 62 und IQ 130, und Lena ist 29, mit Rohwert 62 und IQ 132**

2. **$IQ = \text{Rohwert} + 2 \times \text{Alter} (+ 12 \text{ bei Frauen})$**

Logeie 44 (Die Zeit)

1. Eleonore spricht gerne viel und macht sich auch viele Gedanken zum Verhältnis der Alter verschiedener Leute, mit denen sie zu tun hat.

Heute sitzt sie zusammen mit Hubert und Frederik im Café und wendet sich soeben an Frederik:

»Wenn du so alt sein wirst, wie ich jetzt bin, werde ich viermal so alt sein, wie du warst, als ich so alt war, wie du jetzt bist.«

Und sie fährt, an Hubert gewandt, fort: »Wenn ich so alt sein werde, wie du jetzt bist, wirst du dreimal so alt sein, wie ich jetzt bin.« Dann strahlt sie in die Runde und verkündet: »Und das Beste ist: Zusammen sind wir 77 Jahre alt!« Wie alt sind die drei?

2. Die kleine Lara am Nachbartisch hat das gehört und plappert nach: »In fünf Jahren werde ich so alt sein, wie Julian ist, wenn ich sieben Jahre alt bin. Und wenn Julian so alt sein wird, wie ich derzeit bin, wird Julian drei Jahre jünger sein, als ich dann bin.«

Eleonore, die das gehört hat, beugt sich zu Lara herüber und meint: »Aber Kind, das ist doch Unfug, was du da erzählst!« Wie kommt Eleonore auf diese Idee?

Lösungen:

1. **Frederik ist 14, Eleonore 21 und Hubert 42.**
2. **Wenn das, was die kleine Lara erzählt, stimmen würde, würde Julian erst in vier Jahren geboren werden und sie selbst erst in einem Jahr**

Logeie 45 (Die Zeit)

Bei einer Geburtstagsfeier wird ein Spiel gespielt: Jeder der 10 Gäste hat eine Zahl von 1 bis 10 erhalten, und zwar jeder eine andere. Konrad, das Geburtstagskind, muss nun herausfinden, wer welche Zahl hat. Er bekommt folgende Informationen:

Anne: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

Ben: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

Zeno: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

Denni: »Meine Zahl ist größer als die von Enna.«

Enna: »Meine Zahl ist um eins größer als die von Ben.«

Efi: »Meine Zahl ist größer als die von Jan.«

Gero: »Meine Zahl ist größer als die von Ian.«

Hana: »Meine Zahl ist um fünf kleiner als die von Zeno.«

Ian: »Meine Zahl ist größer als die von Efi.«

Jan: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

»Aber das geht doch gar nicht: Die Zahl von Ben ist größer als die Zahl von Denni, deren Zahl ist größer als die von Enna, und deren Zahl ist wiederum größer als die von Ben...«, bemerkt Konrad leicht säuerlich.

Da verraten ihm die Freunde, dass nur die Gäste die Wahrheit gesagt haben, die eine ungerade Zahl erhalten haben; die mit einer geraden Zahl haben gelogen.

Jetzt ist Konrad alles klar. Ihnen auch?

Lösung: Anne 9, Ben 4, Zeno 6, Denni 8, Enna 10, Efi 3, Gero 7, Hana 1, Ian 5, Jan 2

Logeilei 46 (Die Zeit)

Bert besitzt einen Safe. Um diesen zu öffnen, muss man eine achtstellige Zahl eingeben, die nicht mit einer 0 beginnt. Nun ist Bert leider ziemlich vergesslich, wollte die Zahl aber nirgends notieren. Deshalb hat er Hinweise auf die Zahl gestreut. Zum Glück, denn als er an die geheimen Fotos im Safe herankommen muss, hat er die Zahl bereits vergessen.

Nach einem Anruf bei seiner Oma weiß er: »Die Quersumme ist eine Primzahl.«

Auf sein Auto hat er einen großen selbst gemachten Aufkleber geklebt. Dort steht drauf: »Die Zahl ist das Quadrat einer Zahl mit mindestens zwei gleichen Ziffern.«

Sein Anrufbeantworter teilt ihm mit: »Die Zahl ist nicht durch 16 teilbar.«

Seine Skatbrüder erklären ihm: »Die letzte Ziffer ist dieselbe wie die vorletzte.«

Auf seiner Webseite steht: »Die erste Ziffer ist das Doppelte der letzten Ziffer.«

Wie lautet die Zahl?

Lösung: Die Zahl lautet 87198244

Logeilei 47 (Die Zeit)

Kurt wird 70 Jahre alt. Zu seinem Geburtstag möchte er seine Verwandten und viele Freunde einladen. »Aber alle auf einmal wird mir zu viel«, meint da seine Frau Gerlinde. »Vielleicht kannst du ja von Montag bis Freitag an jedem Abend eine andere Gruppe einladen?« Darauf können sie sich einigen. Aber welche Gruppe soll an welchem Tag eingeladen werden?

Kurt: »Am Mittwoch habe ich Geburtstag, da kommen nur die Verwandten oder die Schmetterlingszüchter infrage.«

Gerlinde: »Aber bitte nicht die Schmetterlingszüchter und die Hubschrauberleute direkt hintereinander. Das wird mir zu viel.«

Kurt: »Der Singkreis sollte Montag oder Dienstag kommen.«

Gerlinde: »Wenn du am Mittwoch die Schmetterlingszüchter einlädst, dann bitte nicht am Freitag die Hubschrauberleute.«

Kurt: »Den Naturschutzverein sollte ich früher einladen als den Singkreis.«

Gerlinde: »Wenn du die Schmetterlingszüchter nicht am Montag einladen willst, dann solltest du die Verwandten am Dienstag einladen.«

Kurt: »Für die Schmetterlingszüchter, den Naturschutzverein und die Modellhubschrauberbauer ist der Donnerstag ungünstig.«

Alle diese Wünsche lassen sich nicht erfüllen, aber immerhin alle bis auf einen. Wann kommen welche Gäste? Welcher Wunsch wird nicht erfüllt?

Lösung:

Kurt sollte in folgender Reihenfolge einladen: am Montag die Schmetterlingszüchter, am Dienstag den Naturschutzverein, am Mittwoch die Verwandten, am Donnerstag den Singkreis und am Freitag die Modellhubschrauberbauer. Kurts Wunsch kann nicht erfüllt werden.

Logelei 48 (Die Zeit)

Die Freundinnen Tina, Simone und Jessica haben sich jeweils eine vierstellige Zahl ausgedacht.

»Auf die kommst du nie und nimmer!«, necken die drei den armen Tom.

»Pah, ich will sie auch gar nicht wissen«, gibt der zurück.

»Dabei haben die Zahlen ganz lustige Eigenschaften. Beispielsweise sind alle drei aufsteigend sortiert. Also jeweils die nächste Ziffer ist größer als die vorherige«, antwortet Simone.

»Wenn du ihm jetzt noch verrätst, dass die Quersumme meiner Zahl, die übrigens eine Quadratzahl ist, größer ist als die von deiner und die wiederum größer ist als die von Jessica, dann weiß Tom bestimmt gleich unsere Zahlen«, ärgert sich Tina.

»Du musst ihm ja nicht sagen, dass das Querprodukt meiner Zahl größer ist als das Querprodukt von Simones Zahl und das wiederum größer ist als das von deiner Zahl«, wirft Jessica als Dritte im Bunde ein.

»Ach, ihr seid doch doof, da kannst du« - damit wendet sie sich an Tina - »ihm doch auch gleich noch sagen, dass die letzte Ziffer deiner Zahl eine 7 ist.« .

Da grinst Tom. Warum wohl?

Lösung: Die Zahlen von T, S und J sind: 1267, 1356 und 2345.

Logelei 49 (Die Zeit, aus 2005)

1. "Ratet mal, was ich in meiner Handtasche habe", ruft Helga in die Kaffeerunde. Einen Moment grübeln die Damen und meinen dann: "Keine Ahnung, woher sollen wir das auch wissen?"

"Na, dann werde ich euch ein paar Tipps geben!", fährt Helga fort und fängt auch schon an: "Wenn ich silbrige Wattestäbchen in meiner Tasche habe, dann entweder auch einen Tortenheber aus Japan oder einen kugelrunden Radiowecker, aber nicht beides. Wenn ich einen kugelrunden Radiowecker in meiner Tasche habe, dann auch entweder silbrige Wattestäbchen oder eine original Schwarzwälder Schokolade, aber nicht beides. Ich habe entweder eine original Schwarzwälder Schokolade oder ein golden glänzendes Parfüm in meiner Tasche, aber nicht beides. Ich habe entweder silbrige Wattestäbchen oder ein golden glänzendes Parfüm in meiner Tasche, aber nicht beides. Ich habe entweder silbrige Wattestäbchen oder einen Tortenheber aus Japan in meiner Tasche, aber nicht beides."

"Na dann ist ja klar, was du dabei hast!", meint Monika, die bei solchen Aufgaben immer sehr schnell ist. Während die anderen Damen noch rumgrübeln, können Sie, lieber Leser, sicherlich auch schon sagen, welche der genannten Gegenstände sich in der Tasche von Helga befinden!

2. Der Juwelier Tnamaid besitzt einen Safe, der mit einer sechsstelligen Ziffernkombination versehen ist. Leider hat er den Zettel, auf dem er sich die Kombination notiert hatte, im Safe liegen lassen. Er kann sich nur noch daran erinnern, dass die Zahl keine Null enthielt und dass man, wenn man sie rückwärts aufschrieb, genau das Vierfache der ursprünglichen Zahl erhielt. Wer kann Herrn Tnamaid helfen?

3. Charly zu Jordan: "Als ich so alt war, wie du warst, als ich ein Jahr älter war, als du jetzt bist, warst du gerade mal halb so alt wie ich." Jordan zu Charly: "Wenn ich zehn Jahre älter sein werde, als du jetzt bist, wirst du doppelt so alt sein, wie ich jetzt bin."

Wie alt sind die beiden?

Lösungen:

1. In der Tasche ist ein Tortenheber aus Japan und ein goldglänzendes Parfüm

2. 219978, 3. Charly ist 43 und Jordan 32

Logelei 50 (Die Zeit, aus 1992)

Wie lautet die „alphametische Division“?

$$\begin{array}{r} \text{L I E B T} : \text{E R} = \text{M I C H} \quad (?) \\ \underline{\text{E R}} \\ \text{E N E} \\ \underline{\text{E M R}} \\ \text{H C B} \\ \underline{\text{H C T}} \\ \text{B T} \\ \underline{\text{B T}} \\ \text{0} \end{array}$$

Lösung: $69370 : 35 = 1982$

Logelei 51 (Monoid)

Anja (A), Birgit (B), Christoph (C) und Dirk (D) spielen folgendes Spiel:

Dirk verlässt das Zimmer. Nun nimmt einer der drei anderen Personen eine Münze an sich und D wird wieder hereingerufen. Er erhält von den Mitspielern Aussagen mitgeteilt, wobei genau derjenige eine falsche Aussagemacht, der die Münze bei sich hat. Bei einem Spiel lauten diese Aussagen:

- A: Ich habe die Münze nicht, C hat sie.
- B: Anja hat die Münze, und ich habe sie nicht.
- C: Ich habe die Münze nicht.

Kann Dirk eindeutig feststellen, wer die Münze hat?

Lösung: Anja hat die Münze.

Logelei 52 (Monoid)

Die Buchstaben in M O N O I D sind so durch natürliche Zahlen zu ersetzen, dass nachfolgende Bedingungen erfüllt sind:

- (1) $M \times O \times N \times O \times I \times D = 37\,399\,725$
- (2) $M \times (O \times N + O \times I - D) = 34\,237$
- (3) $I < N$

Lösung: D = 11, I = 9, M = 73, N = 23, O = 15

Logelei 53 (Monoid)

Max sagt zu Klaus: „Ich habe mir eine 5-stellige Zahl ausgedacht. Multipliziere ich die Zahl aus den ersten zwei Stellen mit der Zahl aus den letzten drei Stellen, so erhalte ich 3094. Kannst du diese Zahl finden?“ Nach kurzem Nachdenken sagt Klaus: „Nur, wenn du mir noch eine Angabe machst.“ Darauf Max: „Die erste Ziffer ist kleiner als alle anderen.“ Welche Zahl hat sich Max ausgedacht?

Lösung: 13238

Logelei 54 (Monoid)

Addiert man zu einer vierstelligen natürlichen Zahl das Achrfache ihrer Quersumme, so ist die Summe durch 9 teilbar.

Stimmt diese Aussage bzw. gilt sie für alle natürlichen Zahlen?

Lösung:

Logelei 55 (Monoid)

Eine Schule hat rund 1200 Schüler. Bei einem Sportwettkampf sollen alle Schüler geordnet auf den Sportplatz laufen. Der Sportlehrer stellt überrascht fest, dass ein Schüler übrig bleibt, wenn er in 2-er, 3-er, 4-er, 5-er oder 6-er-Reihen antreten lässt. Erst beim Aufstellen von 7-er-Reihen klappt es. Wie viele Schüler gibt es?

Lösung: 1441

Logelei 56 (Logische Knobeleyen)

In einer Stahlbaufirma haben die Vorbereitungen für die Montage einer Brücke begonnen. Die Baugruppen sollen mit Hilfe von Hydraulikpressen in die erforderliche Position gebracht werden. Bei einem dieser Montageschritte muss unbedingt vermieden werden, dass die Ventile zur Betätigung der Pressen in eine der folgenden Konstellationen kommen:

- (1) Ventil E geschlossen, und Ventile B oder D offen.
- (2) Ventile A oder C geschlossen, und Ventil F offen.
- (3) Ventile D, E und A offen.
- (4) Ventile B und D geschlossen.
- (5) Ventil B offen, und Ventil A geschlossen.
- (6) Ventil D geschlossen, und Ventile B und E offen.
- (7) Ventile B und C geschlossen, und Ventile D und E offen.

Es gibt nur eine bestimmte Stellung, bei der alle genannten Konstellationen vermieden werden, welche?

Lösung: A, B, und F geschlossen, C,D und E offen

Logeie 57 (Logische Knobeleien)

Ein Gebrauchtwagenhändler steht im Verdacht, wissentlich 7 PKW mit je einem verdeckten betriebsgefährlichen Schaden als mangelfrei verkauft zu haben. Jeder Schaden betrifft ein anderes Fahrzeugteil. Im Zuge der Ermittlungen ist bekannt geworden:

- (1) Der VW hat keinen Schaden an der Elektrik oder am Getriebe oder an der Lenkung.
- (2) Die Lenkung am Opel und am Ford war in Ordnung.
- (3) Am BMW, am Opel und am Ford sind keine Schäden an der Elektrik oder am Getriebe festgestellt worden.
- (4) Beim Mercedes waren die Elektrik, die Bremse, die Karosserie und die Kupplung mangelfrei.
- (5) Wenn der Renault ein schadhafte Lenkung hat, dann hat der Mercedes ein intaktes Getriebe.
- (6) Wenn der Opel mit einem Karoserieschaden übergeben wurde, dann sind das Fahrwerk des Renault und die Bremsen des BMW ohne Mängel.
- (7) Wenn die Kupplung des Ford schadhafte war, dann waren beim Renault sowohl Elektrik als auch Getriebe einwandfrei.
- (8) Wenn dem Mercedes-Käufer gefährliche Mängel am Getriebe verschwiegen wurden, dann waren die Bremsen beim Opel und beim Ford in Ordnung.
- (9) Wenn der BMW Lenkungsschäden aufwies, dann war die Kupplung beim Opel und Ford intakt.
- (10) Wenn die Lenkung des Mercedes schadhafte war, dann hatte der Renault keinen Getriebeschaden.
- (11) Wenn die Elektrik des Porsche ungenügend funktionierte, dann war aber die Karosserie des Opel in Ordnung.
- (12) Wenn die Kupplung im VW defekt war, dann hatte der Mercedes keinen Schaden am Fahrwerk.
- (13) Dagegen hatte der Mercedes einen Fahrwerksschaden, wenn auch die Elektrik des Renault schadhafte war.
- (14) Wenn der Porsche keinen Getriebeschaden hat, dann ist die Kupplung des VW betriebssicher.

Welcher Wagen hatte welchen Schaden?

Lösung: VW-Bremsen, BMW-Lenkung, Mercedes-Getriebe, Opel-Fahrwerk, Ford-Karosserie, Renault-Kupplung, Porsche-Elektrik.

Quellen

- [1] G. Süßmuth, *Logische Knobeleien*, Harri Deutsch 2001
- [2] D. St. Paul Barnard, Otto Botsch, *Hirnverzwirner mit und ohne Mathematik*, Aulis 1977
- [3] O. Zich, A. Kolman, *Unterhaltsame Logik*, Teubner 1973
- [4] Martin Mettler, *Monoid, Kollektaneen*, 1992
- [5] G. Süßmuth, *Logiktraining mit Logikrätseln*, iwt 1991
- [6] G. Süßmuth, *Logikrätsel und logische Schlüsse*, iwt 1991
- [7] G. J. Summers, *Test your Logic*, Dover Publications 1972
- [8] W. H. Sherard III, *Logic Number Problems*, Dale Seymore 1987
- [9] verschiedene Ausgaben aus dem Archiv von *Die Zeit*, www.zeit.de

Brain Twisters – Logicals

Twister 01 (Die Zeit, 13. 1. 2014)

„How can it be that you are happy on this poor arctic beach having bad weather?“ asks Theodor his research assistant Ann. Ann’s answer is very short: „Eis, Wind und Sand sind eine Wonne!“ (= “ICE, WIND, and SAND are a DELIGHT”) It takes some time for Theodor to understand that Ann has an „Alphametrik“ in mind as follows:

$$\begin{array}{r} \text{EIS} \\ + \text{WIND} \\ + \text{SAND} \\ \hline \text{WONNE} \end{array}$$

He answers in a letter to Ann (which has arrived at home in the meanwhile):

$$\begin{array}{r} \text{WIND} \times \text{SAND} \\ \hline \text{PGGUI} \\ \text{UUWGD} \\ \text{PWIWN} \\ \hline \text{PEINIGEN} \end{array} \quad (\text{WIND} \times \text{SAND} = \text{TANTALIZE})$$

This was the original in the journal. This might lead into a wrong direction (intentionally or not?) It is better to give the multiplication in this form:

$$\begin{array}{r} \text{SAND} \times \text{WIND} \\ \hline \text{PGGUI} \\ \text{UUWGD} \\ \text{PWIWN} \\ \hline \text{PEINIGEN} \end{array}$$

(The characters in both calculations do not represent the same numbers!)

Solution: $238 + 1357 + 8957 = 10552$; $3764 \cdot 5064 = 19\,060\,896$

Twister 02 (Computer Knobeleyen, S. 172)

11 Da raucht der Kopf

Mathematik: -
Schwierigkeitsgrad: 6

Aufgabenstellung:

Schreiben Sie ein Programm, das folgendes Problem löst:

$$\begin{array}{l} \bigcirc \bullet \odot \ominus + \blacktriangle \triangle \bullet \oplus = \blacktriangle \triangle \oplus \ominus \\ \blacktriangle \odot \ominus \oplus + \blacktriangle \bullet \bigcirc = \blacktriangle \bullet \bullet \bullet \\ \ominus \oplus \oplus \times \bigcirc \triangle = \oplus \ominus \bullet \bigcirc \end{array}$$

Abb. 11.1: "Da raucht der Kopf"

Jede Figur bedeutet eine Ziffer. Selbstverständlich sind gleiche Figuren auch gleiche Ziffern. Welche Ziffern sind an welche Stelle einzusetzen?

Additional problem: Design a similar problem by your own. Use characters instead of symbols.

Solution: 2075, 4608, 6683; 1717, 192, 1909; 358, 24, 8592

Twister 03 (Logische Knoebeleien, S. 7)

Mrs. Balke has invited her friends Ingrid, Sonja and Ute for her birthday party but has not received any answer until now. Some days prior to the party – she was shopping together with her husband – she met each of her friends for some words. Ute boarded a bus and said: „I don't know whether I will come or not, but either Ingrid or Sonja will show up.”

Sonja stopped in the dense traffic at a stop light and shouted: “I don't know if a can come, but either Ingrid or Ute will follow your invitation.”

Both information could be understood by couple Balke. But they did not agree what Ingrid said when she passed them on her bike. Mrs. Balke believed having understood: “I don't know about me, but either Sonja or Ute will come.” Her husband was convinced that he has heard: “I don't know about me, but Sonja or Ute will come.”

We know that at least one of Mrs. Balke's friends did appear and that Ute's and Sonja's information was correct. Who did understand Ingrid correctly? Who did finally attend the party?

Solution: Sonja and Uta appeared, Ingrid did not.

Twister 04 (Logische Knoebeleien, S. 16)

The Secret of the National Football Team

It was the day before the important football match. Nobody outside of the trainings camp did know about the team composition. There were nine players in question. One „spy“ of the opponents could find out some details from members of the team:

- (1) Euler will play and Hanke will not.
- (2) Ilner and Frese will join the team.
- (3) Hanke and Giedle will show up.
- (4) Ilner and Barski will either play together or none of them.
- (5) Either Euler and Frese will play or both will not.
- (6) It is certain the Barski will play, and Aurich or Frese, too.
- (7) Barski is not in the team, and Conrad and David will not play.
- (8) Giedle will not play, but Conrad or David will play.

The team members had found out that this was a spy and their statements were just the contrary of the truth. They were very proud and exchanged their false answers during dinner. And they laughed about the stupid „spy“ and their opponents. Suddenly the team captain became red of anger and shouted: It seems that you all have slept in the fridge?" They all became silent immediately when he proceeded: „If one of them has the idea that you all have lied, then they will know who will play.“

Indeed! Who of the nine players will be part of the team?

Solution: Barski, Euler and Hanke

Twister 05 (Die Zeit, 19. 12. 2011)

Two “Alphametics“:

$$\begin{array}{r} \text{E R Z E} \\ + \text{K E R Z E} \\ \hline \text{A D V E N T} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{V I E R} \cdot \text{K E R Z E} \\ \hline \text{E R I L Z V} \\ \text{V Z T Z Z I} \\ \text{K E R Z E} \\ \text{L T L L Z R} \\ \hline \text{B E G L E I T E R} \end{array}$$

Solution: 1. $7867 + 97867 = 105734$; 2. $3518 \cdot 61801 = 217415918$

Twister 06 (Die Zeit)

Professor Knusi asked four Gelotans of different age how old they are and received answers as follows:

Nertel: »I am two years younger than Tarfel and older than Parfel who is double old than Tarfel. «

Oertel: »My age is the difference of the age of life of Parfel and Nertel. Nertel is three years older than Tarfel and Parfel is double old than Nertel. «

Parfel: »I am older than Tarfel. To be exact, I am as old as Tarfel and Oertel together. But Tarfel is younger than Nertel and Oertel together. «

Tarfel: »I am 18. Nertel is older than I. I am double old than Oertel. «

In his study room at home Knusi broods over the answers. He knows that the Gelotans give wrong answers sometimes, but according to which pattern?

Fortunately his assistant Flusi knows: »The oldest member of the group says always the truth, the next oldest lies once, the next one twice and so on ... «

»Ah, then I know!«, Knusi shouts full of joy.

How old are they?

Solution: Parfel is 27, Tarfel 18, Nertel 16, and Oertel is 9

Twister 07 (Die Zeit)

A	B	C	D	E	F
G		H			
I			J	K	
L		M	N		O
P	Q			R	
S		T		U	

Waagrecht: A Primzahl C E waagrecht minus A waagrecht E Teiler von K
senkrecht G Quadratzahl H E senkrecht mal E waagrecht I Quadratzahl J
Quadratzahl L Quadratzahl N Vielfaches von A waagrecht P Q senkrecht mal S
waagrecht R 2 weniger als U waagrecht S Primzahl T Vielfaches vom Rückwert
von E waagrecht U Vielfaches von C waagrecht

Senkrecht: A Quadratzahl B A waagrecht mal G waagrecht C Der Rückwert
ist Vielfaches von O senkrecht D Quadratzahl E Primzahl F Quadratzahl K R
waagrecht mal U waagrecht L Quadratzahl M Quadratzahl N Quadratzahl O
Quadratzahl Q J waagrecht minus E waagrecht

Horizontal: A: prime number, C: E hor minus A hor, E: divisor of K vert, G: square number, H: E v times E h, I: square number, J: square number, L: square number, N: multiple of A h, P: Q v times S h, R: U h minus 2, S: prime, T: multiple of reverse value of E h, U: multiple of C h

Vertical: A: square number, B: A h times G h, C: its reverse value is a multiple of O v, D: square number, E: prime, F square number, K: r h times u h, L: square number, M: square number, N: square number, O: square number, Q: J h minus E h.

Not easy to solve CAS assisted!

Twister 08 (Die Zeit, 5 December 2011)

Professor Schlackenhof does not know every morning what he will need during the day. So he has constructed a machine some time ago which can predict what he shall take with him when he leaves home. But in the meanwhile only three of the future tubes are working and two of them have reversed their polarity, i.e. the machine gives three answers: one of them is correct and the other two are false. This is no problem for the professor; he presses the button more often. His answers of today were:

1. binoculars, chalk and safety goggles
2. sextant, pair of compasses and coat
3. abacus, handkerchief and compasses
4. magnifier, pipette and chalk
5. compasses, magnifier and straight edge
6. handkerchief, binoculars and coat
7. safety goggles, pipette and chalk
8. abacus, coat and pencil
9. straight edge, pencil and sextant

He is in a hurry and has to feed his pet cobra, so he asks his house maid Annabell to provide his necessary tools for today. Can you assist her?

Solution: Today he needs the pair of compasses, the binoculars, a pencil and the pipette.

Twister 09 (Die Zeit, June 2014)

Grandma Frieda is moved: Her first great-great-granddaughter was born. At this occasion all her descendants have gathered to shoot a five-generations picture.

The photographer is very curious and asks who is whose descendant. They all are talking together:

»Either Tina is descendant of Evelyn or Elisabeth is Gundula's descendant.«

»Evelyn is Vanessa's or Tina's descendant but not of both. «

»Katrin is descendant of Gundula.«

»Evelyn is not descendant of Gundula.«

»Either Margrit is Sonja's descendant, or Cordula is Evelyn's one. « -

»Sonja is not descendant of Tina.«

»Either Vanessa descends from Elisabeth or Tina descends from Margrit.«

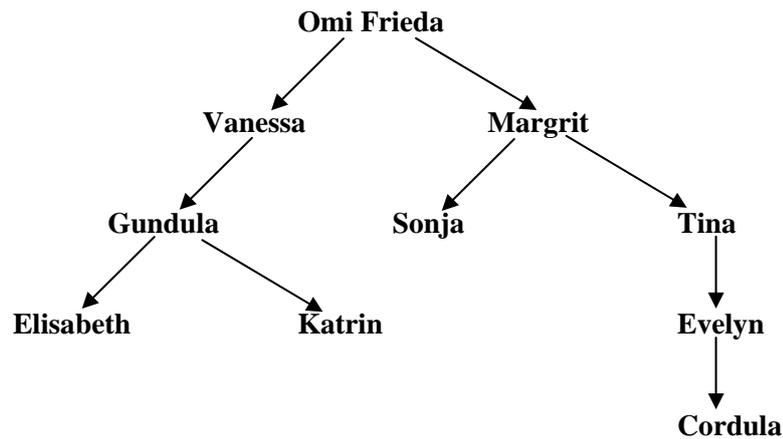
»Gundula is one of Vanessa's descendants.«

»Either Sonja ist descendant of Margrit or Elisabeth is descendant of Evelyn.«

»Cordula does not descend from Vanessa.«

Can you reconstruct the genealogical tree of Grandma Frieda?

Solution:



Is it possible to find the solution assisted by a CAS?

Twister 10 (Die Zeit, January 2012)

Mr. Hutschke shall substitute Mrs. Blume, the mathematics teacher of 3c, next Friday. Mrs Blume let him know some details about the 3c boys which all have different heights. She gives him a sheet of paper full of correct statements:

If Ivan is taller than Emil, then Max is taller than Conrad.

If Gustav is taller than Ole, then Ulf is taller than Kevin.

If Conrad is taller than Gustav, then Ralf is taller than Ole.

If Ivan is taller than Ole, then Ivan is taller than Emil.

If Emil is taller than Ivan, then Ivan is taller than Ole.

If Max is taller than Kevin, then Emil is taller than Ivan.

If Ivan is taller than Ralf, then Conrad is taller than Ole

If Anton is taller than Conrad, then Emil is taller than Kevin.

If Ivan is taller than Emil, then Ulf is taller than Ralf.

If Ivan is taller than Kevin, then Conrad is taller than Ulf.

If Emil is taller than Conrad, then Anton is taller than Ivan.

If Kevin is taller than Max, then Anton is taller than Conrad.

Who of the boys is the tallest one? Sort them all in decreasing order.

Solution: Anton, Ivan, Emil, Kevin, Max, Conrad, Ulf, Ralf, Ole and Gustav.

Twister 11 (Computer Knobeleyen, S. 13)

Three IT-experts are chatting in a pub. The software developer Franz says to secretary Inge: "When you are doubling your salary and then add Heinz's salary then your earning will be the same as mine".

This hears the barkeeper and he says to Franz: "Don't brag with your salary. If you could increase your earning by 50% and your two colleagues could double theirs then you can buy my pub for 441 000 \$."

Inge takes comfort: "Next year my salary will increase by 10% and together with my side line as writer I will earn 8000 \$ additionally. Then I will have the same as Heinz because I believe that he has to pay 11 800\$ taxes!"

How much do they earn?

Solution: Inge: 42 000, Heinz: 66 000, Franz: 150 000

Twister 12 (Unterhaltsame Logik, S. 39)

15 pupils remained in the class room during the break. One window was broken by exact one pupil. The teacher collected their statements:

Angelika: "I didn't break the window, Bernd did it. "

Bernd: "That's true, I did it."

Wolfgang: "He is lying, Frank did it."

Dagmar: "No, this is not true, but it was not me."

Eva: "Karin or Angelika did it, I did not. "

Frank: "One of the girls broke the window."

Christa : "Not at all, it was one of the boys."

Sonja: "I am sorry, Angelika and I did it. "

Irene: "I saw that one of the boys broke the window, but I couldn't see who of them. "

Jürgen: "Bernd does not tell the truth, I had the accident. "

Karin : "It was without me, it was Angelika alone.

Lutz: What Jürgen says is all right.

Manuela: "Lutz is lying, a heavy breeze broke the window."

Helga: "I read a book and don't know anything."

We do know that exact one pupil told the truth. Who broke the window?

Solution: Dagmar broke the window.

Twister 13 (Unterhaltsame Logik, S. 60)

Given are the following statements:

- (1) Babies are illogical.
- (2) We don't despise anybody who can win against a crocodile.
- (3) We despise everybody, who is illogical.

Show that from (1), (2) and (3) follows: "*Babies cannot win against a crocodile!*"

Twister 14 (Unterhaltsame Logik, S. 60)

- (1) No single shark doubts that he is armed very well.
- (2) We have pity with fish who are unable to dance a waltz.
- (3) No single fish feels armed very well if he does not have at least three rows of teeth.
- (4) All fish – except sharks – like children.
- (5) Heavy fish are unable to dance a waltz..
- (6) We don't have pity with fish showing at least three rows of teeth.

Evaluate the statement: “*All heavy fish like children!*“

Twister 15 (Test Your Logic, S. 16)

Decapitation of a Factor (left) and a Product (right)

$$\begin{array}{r} \text{A B C D E F} \\ \times \quad \quad \quad \text{M} \\ \hline \text{B C D E F A} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{B C D E F A} \\ \times \quad \quad \quad \text{M} \\ \hline \text{A B C D E F} \end{array}$$

Each letter represents a different digit. Which one of the 10 digits does M represent?

What are the calculations?

Solutions: two solutions for M

$$142857 \cdot 3 = 428571$$

$$230769 \cdot 4 = 923076$$

$$285714 \cdot 3 = 857142$$

$$76923 \cdot 4 = 307692$$

Twister 16 (Mathematische Rätsel und Spiele, S. 64)

Can you fill in the missing digits?

$$\begin{array}{r} 6 \ x \ 8 \ x \ x \ x : x \ x \ 9 = x \ 5 \ 3 \\ \underline{x \ x \ x \ 2} \\ \ x \ 9 \ x \ x \\ \underline{x \ x \ 4 \ x} \\ \ x \ x \ 4 \ x \\ \ x \ x \ x \ x \end{array}$$

Solution: 638897 : 749 = 853

Twister 17 (Hirnverzwirner, S. 19)

Population Explosion on planet Venus

Venusians don't count to 10, they use another number system which is based on the number of tentacles on their heads.

Asked for the number of his children a Venusian man answers:

"Let me think a little while, ah, yes ; now I know: I have 43 sons and – hm – 52 daughters, which makes all together 125 children, isn't it?"

How many children are there in „Earthling's“ counting? How many tentacles are on his head?

Solution: 31 sons and 37 daughters, number of tentacles = number base = 7

Twister 18 (Hirnverzwirner, S. 24)

Another Alphametic:

$$\begin{array}{r} W G V K W : W J D = K S \\ \underline{W S N S} \\ K Y W \\ \underline{D D N} \\ N K N \quad (\text{Remainder}) \end{array}$$

Solution: 24092 : 257 = 93 (Remainder 191)

Twister 19 (Die Zeit, January 2014)

Family Wulffer spends the holidays on the farm of family Oxens. Mrs. Oxens shows the farm to the Wulffer children. She asks them: "Tell me, how old are you?"

Tania grins broadly: "Four years ago Hannah and I were together twice the age of Ralf and Paul together."

And her twin sister Hannah proceeds: „And when Paul will be as old as Ralf is now then Ralf will be as old as I am now.“

Mrs. Oxens looks despaired when Ralf says triumphantly: "When I will be one year older than Tanja is now then Paul will be three times older than Hannah will be. "

Good Mrs Oxens starts scratching her head – what is always doing when thinking hard. Paul laughs and says: „I just calculated that in twelve years our ages will sum up to 100.“

Now the farmer's wife is completely confused. But then she says: „Ok, one of you four kids is not good at figures, but if at least the others gave correct answers, then I do know your ages now.“

Who gave the wrong statement and how old are the Wulffer children?

Solution: Tanja and Hannah are 16, Ralf is 12 and Paul is 8; Ralf's answer was wrong.

Twister 20 (Logikrätsel, S. 156)

The new girl friend likes lilies, white ox-eyes and pinks, but she has very special likings:

- If there are lilies and pinks in the bouquet, then there must not be ox-eyes, too.
- If there are ox-eyes and no lilies, then no pinks should be there.
- If no lilies are in the bunch, then she likes to have pinks.

Which flowers should not appear alone and which are not allowed to be together in a bunch of flowers for her?

Solution: Forbidden are only ox-eyes, and pinks together with ox-eyes or with lillies.

Twister 21 (Logikrätsel, S. 40)

Six young ladies are discussing their chances at a public casting for a TV-Show.

- Dolores: Gerlinde will be second:
Elvira: Florence will win.
Florence: Dolores will not be the first one.
Gerlinde: I will end two positions before Heidrun.
Heidrun: Ilona will be not or less than three positions before Florence.
Ilona: Elvira will take the second place.

After the voting the candidates find out that only one of them gave the correct prognosis, it was the winner. Who finished as first? What was the order of the remaining applicants?

Solution: Dolores, Gerlinde, Ilona, Elvira, Heidrun and Florence

Twister 22 (Logiktraining, S. 10)

A safe deposit can be opened by a mechanism consisting of 8 toggle switches.

The Code to open is deposit is encoded as follows:

- (1) When switch 4 is below then switch 2 must be above.
- (2) When switch 8 is above, then switches 2 and 6 must be below.
- (3) When S2 is below, then at least one of S5 or S7 must be below.
- (4) When S3 is above, then S4 must be below or S7 must be above.
- (5) When S2 or S4 are above, then S5 and S6 must be above, too.
- (6) When S4 is above then either S1 or S2 must be above.
- (7) At least one of them, S2 or S6 must be below.

Is it now possible for you to open the deposit?

Solution: switches 1, 4, 5 and 6 above, rest below.

Twister 23 (Hirnverzwirner, S. 45)

A	B	C	D	E	F	G
H		I				
J			K			L
M					N	
	O		P			Q
	R			S		
T					U	

You know:

$A_v = \text{Power of a number}$

$G_v = \text{Sum of digits of } Q_v$

$F_v = \text{Sum of two neighbouring cubics}$

D_v and U_h have a common factor

$M_v = H_h + B_s$

$E_v = C_h + M_h$

$N_v = N_h^2$

$O_v = \text{Multiple of } U_h$

$I_h = 5 \cdot K_v$

$L_v = 2 \cdot U_h$

$K_v = J_h \cdot S_v$

$K_h = O_h^3$

$P_h = \text{Multiple of } I_v$

$T_h = A_v + B_v + M_v$

$R_h = \text{symmetric number}$

Solution: not easy to solve CAS supported

6	7	2	2	2	8	2
2	6	3	1	9	5	5
5	8	1	6	8	5	9
7	5	8	3	6	9	8
7	1	9	9	5	6	7
1	9	0	1	1	0	9
1	6	0	2	1	4	9

Twister 24 (Monoid)

Find all three digit natural numbers with

- (a) The ten's place is one greater than the hundred's place.
- (b) The unit's digit is double of the hundred's place.
- (c) The number is twice a prime.

Solution: 122, 346, 458

Twister 25 (Monoid)

Substitute for every **X** a 0, 1, 2, 3 or 4 and for every **O** a 5, 6, 7, 8 or 9.

$$\begin{array}{r}
 \underline{\text{X O X} \times \text{X X O}} \\
 \text{O X X} \\
 \text{X X O O} \\
 \underline{\text{X X X X}} \\
 \text{O X O X X}
 \end{array}$$

How does the multiplication read?

Solution: $372 \cdot 246 = 91512$

Twister 26 (Monoid)

Substitute the letters by numbers

$$A B C D + E F G H = I A A A I$$

and then the following:

$$I C H + B I N + B E I = O M A$$

Solutions: many solutions for both problems

Twister 27 (Monoid)

At a crossing are 7 vehicles standing a in row, either a truck or a car. You know about the order:

- (1) No truck is neighbouring another truck.
- (2) Exact one car is standing between two trucks.
- (3) Exact one truck is standing between two cars.
- (4) Exact three cars are standing in a row.

Which is the order of the vehicles?

Solution: TCTCCCT and TCCCTCT (without CAS)

Twister 28 (Monoid)

Take any three digit integer number and subtract its sum of digits. The result will be divisible by 9 in all cases. Can you prove this?

Twister 29 (Monoid)

Solve the following system:

$$\begin{aligned}\sqrt{xy} - z &= a \\ \sqrt{yz} - x &= b \\ \sqrt{xz} - y &= c\end{aligned}$$

Solution: I didn't find any way to solve this nonlinear system by means of a CAS. One can apply some paper and pen special tricks (substitutions, ...) in order to obtain the solution.

Solution:

$$x = \frac{(b^2 - ac)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad y = \frac{(c^2 - ab)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad z = \frac{(a^2 - bc)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}$$

Twister 30 (Monoid)

Teacher Forgetit must return to his room because he has forgotten his textbook. Before leaving the classroom he can write multiplication on the blackboard as an exercise for the pupils.

When he returns to the classroom the pupils have deleted some numbers and there are only poor remains of the multiplication to recognise:

$$\begin{array}{r}
 \underline{\underline{6 \quad - \quad - \quad \times \quad - \quad - \quad -}} \\
 \quad - \quad - \quad - \\
 \quad - \quad - \quad - \quad - \\
 \underline{\underline{- \quad 5 \quad - \quad 5}} \\
 \quad - \quad - \quad 5 \quad - \quad 4 \quad -
 \end{array}$$

Forgetit did not remember the task but he is a keen calculator. He is able to reconstruct the given task . Now the pupils get an „extra exercise“: Reconstruct the task and work it out.

Solution: $645 \cdot 721 = 465045$

Twister 31 (Monoid)

Solve: $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{97}{128}$?

Solution: $x = k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12}$ (makes little sense with a CAS, interpret the CAS-solution)

Twister 32 (Monoid)

Solve the mysterious equation of gabby Eve: $\frac{\overline{\text{EVE}}}{\overline{\text{DID}}} = 0,\overline{\text{TALK}}$

Same letters are same numbers. The fraction is reduced.

Solution: $\frac{242}{303} = 0.\overline{7986}$

Twister 33 (Die Zeit)

Pflanz & More announces a special offer: all prices are integer EURO amounts. Who will buy at least three items will get the cheapest one free.

Fritz: "I have paid for one pneumatic rake (PR), one Pour-Lisa (PL) and one electro plucker (EP) 17 EURO.". Dorothee: "And I paid for two automatic tubs (AT) and one seedling set (SS) 11 EURO."

Erwin: "One EP, one bag fertilizer (F) and one PL made together 24 EURO."

Kurt: "I bought one PR, one SS and two bags F and paid 31 EURO, but this was stupid because if I had made two separate bills then I had saved 5 EURO More." Jasmin: "Right, if one is clever enough one can save more money. I intended to buy one AT and two SS. At the cashier I met Jonas who wanted to buy one bag F and two PLs. Prior to paying we exchanged one item. Then we paid together 6 EURO less than we had to pay for our own items."

What are the selling prices for the items?

Solution: AT 2 Euro, SS 9 Euro, PR 4 Euro, F 11 Euro, EP 13 Euro and PL 3 Euro.

Twister 34 (Monoid)

The even numbers from 2 to 2^5 shall be put into the boxes such that all sums horizontally, vertically and diagonally give 68.

Solution:

2	30	28	8
24	12	14	18
16	20	22	10
26	6	4	32

Twister 35 (Die Zeit)

1. Tom: »I have a six digit number in mind. When I remove the last two digits and set them in front – all numbers in the same order then I will receive another six digit number. Multiplying this new number by 9 gives again the original number!«
2. Martin: »I found another 6 digit number. Like you did I set the last two digits in front. But now I receive a number which is four times the first one. « Tom: »But this is not unique.!« Martin: »Hmm. Ok, my number does not begin with a 1!« Tom: »Now it is clear.«
3. Tanja: »I have a six digit number in mind, too. If I exchange the first three digits by the last three digits then I get a five digit number and multiplying this number by 25 I am receiving my original number.!«
4. Sandra: »I have also a funny six digit number: Placing the first digit on the last position results in a five digit number which gives multiplied by 54 the original number!«

Which are the numbers?

Solution: 1. **989010**, 2. **238095**, 3. **641025**, 4. **701298**

Twister 36 (Logic Number Problems)

- (1) It is a six-digit whole number.
- (2) One-third of its digits are 8's
- (3) Two-thirds of its digits are 6's
- (4) It is not divisible by 4.
- (5) It is a palindrome
- (6) Its thousands digit is different from its ones digit.
- (7) It is not divisible by 3.
- (8) It is less than 800 000.
- (9) Its tens digit is the same as its ones digit.
- (10) Its hundreds digit is 8.

Additional question: There are redundant conditions? Which ones?

It is easy to solve the problem without CAS – Have a competition.

Solution: **668866**

Twister 37 (Die Zeit, März 2014)

Nora has got nine blocks with numbers 1 through 9 as birthday gift. Her older sister Lea has just learned in school about prime numbers and Nora wants to know about it.

She takes five of her blocks, forms a number, and asks: “Is this a prime number?” Lea: “No, because it is divisible by seven.” Nora exchanges two neighbouring blocks and asks again: “Is this a prime number?” Lea: “No, because it is again divisible by seven!” Nora sets her own rules: “But you consumed this argument for the former number.” – “Ok, this number is divisible by five, too.” Again Nora exchanges two neighbouring blocks. “Is this now a prime?” – „No, this number is divisible by eight.“ Nora does not give up, she exchanges again two neighbouring blocks: “What’ now?” – “Sorry, divisible by 11.”

After the next exchange of blocks: “And what about this number?”. Lea says: “Yes, I believe that this is a prime number.” Nora is not satisfied: “You told me earlier that it is not so easy to check if a number is a prime number or not.” “Okay”, admits Lea, “I only have checked that the number is not divisible by 2, 3, 5, 7, or 11.”

Which number was formed by Nora?

Solution 64529

Twister 38 (Die Zeit, März 2014)

1. “Take sun (Sonne) and moon (Mond) as an example“, explains the professor, “they are responsible for the floods (Fluten)!“

$$\begin{array}{r} \text{SONNE} \\ + \text{MOND} \\ \hline \text{FLUTEN} \end{array}$$

2. “Do you know the latest megatrend?“, asks the moderator and does not even wait for an answer but proceeds: „these are sun and moon!“

$$\begin{array}{r} \text{SONNE} \times \text{MOND} \\ \hline \text{MDAND} \\ \text{MANND} \\ \text{RGSND} \\ \text{RGSND} \\ \hline \text{TTND} \\ \text{MEGATREND} \end{array}$$

Solutions: $95\,886 + 7\,582 = 103\,468$, $79\,553 \times 2\,950 = 234\,681\,350$

Twister 39 (Die Zeit, Nr. 15, April 2014)

1. Yorick, Melisa and Chantal are eating ice cream. Yorick says: "Hey, I added our ages and found out that it is five times my age now. Melisa laughs, calculates a short while and adds: "Look, seven years ago I was twice as old as you!" "This is funny", says Chantal, "I just wanted to say the same to you, Melisa." How old are the three kids?

2. Professor Zobauski and his team made a sensational discovery. They could decode the language of the rain worms. This is the translation of a talk between four worms:

Worm 1: "Two of us have together the same length as the other two together."

Worm 2: "Two of us have together the double length as the other two together."

Worm 3: "The added lengths of three of us give the length of the fourth."

Worm 4: "I am the poorest of us, with my length of 4 cm I am the shortest."

How long are the four worms?

Solutions: 1: 14, 21, 35; 2. 4, 12, 12, 20

Twister 40 (Die Zeit, Nr. 19, Mai 2014)

Sehr interessant, amüsiert sich Cornelius, wie die Leute im Reisebüro ihren Bauernhof am Stausee bewerben. Am Jahresbeginn hieß es:

$$\begin{array}{r} \text{JANUAR} \\ + \text{FEBRUAR} \\ \hline \text{STAUSEE} \end{array}$$

None

Dann haben sie im März ihre Reklame geändert. Da stand dort:

$$\begin{array}{r} \text{MAERZ} \\ + \text{APRIL} \\ \hline \text{MELKEN} \end{array}$$

None

Und jetzt haben sie den Text wieder geändert:

ANZEIGE

$$\begin{array}{r} \text{MAI} \\ + \text{JUNI} \\ + \text{JULI} \\ \hline \text{ALPIN} \end{array}$$

Solutions:

[num1, num2, num3, s] = [912, 7462, 7452, 15826]

[word1, word2, word3] = [975872, 6402872, 7378744]

[maerz, april, melken] = [18035, 89367, 107402]

Twister 41 (Die Zeit)

The inhabitants of Pelungia had no ideas how to name their 12 rivers. They simply named them from A to L. The 12 rivers have different lengths. Known is:

If J is shorter than H then K is longer than C.
If G is longer than E then I is longer than A.
If D is shorter than C then F is longer than K.
If A is shorter than F then H is longer than J.
If C is shorter than A then F is shorter than K.
If A is shorter than K then B is shorter than D.
If F is longer than J then E is longer than K.
If F is shorter than L then H is shorter than J.
If C is longer than B then A is longer than I.
If E is longer than H then A is shorter than C.
If D is longer than G then G is longer than K.
If A is longer than K then C is shorter than E.
If A is shorter than I then D is longer than G..
If D is longer than I then C is shorter than L.
If E is shorter than B then H is shorter than C.
If A is shorter than B then C is longer than D.
If E is longer than C then A is shorter than B.
If F is shorter than E then C is shorter than A.
If A is shorter than D then G is longer than F.
If B is shorter than D then E is longer than J.

Solution:

The shortest river is L, followed by: F, J, E, H, C, B, A, K, G, D and I (which is the longest one).

Twister 42 (Die Zeit)

Marion was sick when the "Inseparable 8" – how they called themselves – fixed the seven-digit secret number for their number lock on their secret hiding-place. Now she wants to find it out and calls her seven friends.

Tanja explains: "All digits are different."

After calling Monika she knows that there is no zero in the number appearing.

Hilda tells her: "The number is divisible by three."

"The sum of two subsequent digits is always odd", discloses Sonja.

Neele discloses even more: "Increasing the number by 3 makes it divisible by 11."

And Eve has calculated: "Decrease the number by 1 then you can divide it by 101."

Finally Hanna has discovered a strange attribute: "Every even number is the sum of the difference of their right and left hand sided neighbours – if their are neighbours on both sides, of course. "

What is the number?

Solution: The number is 1872945

Twister 43 (Die Zeit)

1. Five persons participated at an IO-test. As the test is standardized depending on age and sex. Younger people need a higher raw value than older ones in order to achieve the same IQ-value. The same is valid for men compared with women.

Rita has achieved $\frac{1}{9}$ less raw-value points than Sarah and $\frac{1}{7}$ less than Ben. Sarah' IQ is the same as Ben's one and she has the same age as Mark. Mark's raw-value is the same like Lena's but he has 6 points more than Ben. Lena is 5 years younger than Sarah and she has got 14 points higher raw-value than Rita. Ben is 39 years old. His IQ is 4 points higher than Mark's one. The youngest person is 29, the oldest 45 years. Rita's IQ is 150, the lowest one is 130 points. Lena's IQ is 70 points higher than her raw-value. How old are the five persons, which raw-value and which IQ could they achieve?

2. When the five people compare their results they conjecture a relation between IQ, raw-value, age of life and gender. If they are right, which is the formula for the IQ?

Solution:

1. Rita is 45, with raw-value 48 and IQ 150; Sarah is 34, with raw-value 54 and IQ 134; Ben is 39, with raw-value 56 and IQ 134; Mark is 34, with raw-value 62 and IQ 130, and Lena is 29, with raw-value 62 and IQ 132

2. $IQ = \text{raw-value} + 2 \times \text{age} (+ 12 \text{ for women})$

Twister 44 (Die Zeit)

1. Eleonore talks (too) much and thinks a lot about the relations between ages of people she knows.

Today she is sitting in a restaurant together with Hubert and Frederik and she says to Frederik: "When you will be as old as I am now then I will be four times as old as you were when I was as old as you are now".

And turning to Hubert she proceeds: "When I will be as old as you are now, then you will be three times as old as I am now." Then she looks around and says loud: "And what is the best: adding our ages now give 77 years". How old are they?

2. Small child Lara sitting at the next table has listened and says: "In five years I will be as old as Julian will be when I will be seven years old. And when Julian will have my age from now then he will be three years younger than I will be then."

Eleonore had listened and says to Lara: Child, this was all rubbish, what you told us!"

What is Eleonora considering??

Solution:

1. **Frederik is 14, Eleonore 21 and Hubert 42.**

2. **If this what Lara told would be true then Julian would be born in four years and Lara herself in one year.**

Twister 45 (Die Zeit)

At a birthday the guests play the following game: Each of the guests has received a different number from 1 through 10. Konrad – it is his birthday – has to find out the numbers of the guests. He receives the following information:

Anne: »My number is greater than Denni's one.«

Ben: »My number is greater than Denni's one «

Zeno: »My number is greater than Denni's one.«

Denni: »My number is greater than Enna's one.«

Enna: »My number is one greater than Ben's one. «

Efi: »My number is greater than Jan's one.«

Gero: »My number is greater than Ian's one.«

Hana: »My number is five less than Zeno's one.«

Ian: »My number is greater than Efi's one.«

Jan: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

»Aber das geht doch gar nicht: Die Zahl von Ben ist größer als die Zahl von Denni, deren Zahl ist größer als die von Enna, und deren Zahl ist wiederum größer als die von Ben...«, bemerkt Konrad leicht säuerlich.

Da verraten ihm die Freunde, dass nur die Gäste die Wahrheit gesagt haben, die eine ungerade Zahl erhalten haben; die mit einer geraden Zahl haben gelogen.

Jetzt ist Konrad alles klar. Ihnen auch?

Solution: Anne 9, Ben 4, Zeno 6, Denni 8, Enna 10, Efi 3, Gero 7, Hana 1, Ian 5, Jan 2

Twister 46 (Die Zeit)

Bert owns a safe. The code for opening the safe is an 8-digit number which does not start with a zero. It is a pity, Bert is very forgetful but he didn't want to note his code number. So he has spread some indications of the number. When he wants to get his secret photographs stored in his safe he has forgot the number.

After calling his grandma he knows: "The sum of the digits is a prime number."

In his car is a paper where he reads off: „The number is the square of a number with at least to equal digits.“

His brother informs him: "The number is not divisible by 16."

His Poker-friends tell him that the last two digits are the same.“

On his website there is a notice: „The first digit is twice the last one.“

Which number has Bert to enter for getting his pictures?

Solution: The number is 87198244

Twister 47 (Die Zeit)

Kurt celebrates his 70th birthday. He wants to invite his family and many friends. "But all at once is too much work and trouble for me", says his wife Gerlinde, "maybe that you can make it possible to invite on each day from Monday to Friday another group?" They can agree on that. But which group shall be invited for which day?

Kurt: »My birthday is on Wednesday, so either the family or the butterfly collectors shall come on Wednesday.»

Gerlinde: »Please don't have the butterfly collectors and the Helicops in a row, this will be too hard for me. «

Kurt: »The choir should come Monday or Tuesday.«

Gerlinde: »If you invite the butterfly collectors for Wednesday then please not the Helicops for Friday. «

Kurt: »I should invite the nature conservation people (NCP) earlier than the choir. «

Gerlinde: »If you don't want to see the butterfly collectors on Monday, then you should invite the family for Tuesday.«

Kurt: »Thursday is not suitable for the butterfly collectors, the NCP and the Helicops as well.«

It is impossible to fulfil all wishes, but all except one is possible. When will come which guests? Which wish cannot be fulfilled?

Solution: Kurt should invite in the following order: Monday: butterfly collectors, Tuesday: NCP, Wednesday: family, Thursday: choir, and Friday the Helicops. Kurt's wish to have the choir invited for Monday or Tuesday must be neglected.

Twister 48 (Die Zeit)

Three friends, Tina, Simone and Jessica, each of them has imagined a four digit number.

»You will never find them out«, they kid poor Tom.

»Pah, I don't want to them«, he replies.

»But these are really funny numbers, e.g. they are all in an increasing order, i.e. every digit is greater than the previous one.«, answers Simone.

Tina is angry, »If you now blab out that the digit sum of my number – which is btw a square number – greater is than yours and yours greater is than Jessica's one then Tom will surely know our numbers.»

»But you need not tell him that the digit product of my number is greater than the digit product of Simone's number which is greater than the digit product of your number «, proceeds Jessica as third in the row.

»Oooh, you are so silly, then you can tell him immediately that the last digit of your number is a seven « - she says turning to Tina.

Now we see Tom grinning. Why?

Solution: The numbers of Tina, Simone and Jessica are: 1267, 1356 and 2345.

Twister 49 (Die Zeit, aus 1992)

Find out the „alphametic division“?

$$\begin{array}{r} \text{L I E B T} : \text{E R} = \text{M I C H} \quad (?) \\ \underline{\text{E R}} \\ \text{E N E} \\ \underline{\text{E M R}} \\ \text{H C B} \\ \underline{\text{H C T}} \\ \text{B T} \\ \underline{\text{B T}} \\ 0 \end{array}$$

Solution: **69370 : 35 = 1982**

Twister 50 (Die Zeit, aus 2005)

1. "Guess what I am carrying in my handbag", Calls Helga in the ladies' coffee-party. The ladies meditate one moment and say:: "No idea, how shall we know this?"

"Ok, I will provide some hints“, Helga proceeds and starts immediately: "If I have silver cotton buds in my bag, then I have also a Japanese cake shovel or my alarm clock round as a ball but not both of them. If the alarm clock is in my bag then there are additionally either the cotton buds or an original cake from the Black Woods. There is either the cake in it or a golden glittering perfume in my bag, not both. And there are either the buds or the perfume in it. And finally I have either the cotton buds with me ort he cake shovel, but not both again."

"Now it is clear what you are carrying in your bag!", says Monika, who is always very keen for those kind of problems. I am sure that you, dear reader have also found out, which objects in Helga's bag are hidden while all the other ladies are still thinking and guessing!

2. Juweler Hideit owns a safe which can be opened by a six digit combination of digits. Unfortunately he has enclosed the paper where he has noted the combination in the safe. But he can remember that there is no zero in the number and it written down in reverse order it gives four times the number requested. Who can help Mister Hideit?

3. Charly says to Jordan: "When I was as old as you were when I was one year older as you are now, were you half of my age."

Jordan to Charly: "When I will be ten years older than you are now, then you will be twice as old as I am now. "

How old are they?

Solutions:

1. In the bag are the cake shovel and the perfume.

2. 219978

3. Charly is 43 and Jordan is 32

Twister 51 (Monoid)

Anja (A), Birgit (B), Christoph (C) and Dirk (D) are playing the following game:

Dirk leaves the room: One of the remaining three persons takes a coin and D is called in. He gets information from his friends and exact this one who has the coin does not say the truth. There was one game with the following statements::

A: I don't have the coin, C has it.

B: Anja has the coin, I don't have it.

C: I don't have the coin.

Is it possible for Dirk to find out who the coin has?

Solution: It is Anja.

Twister 52 (Monoid)

The letters in M O N O I D must be replaced by natural numbers in order to fulfil the following conditions:

$$(1) \quad M \times O \times N \times O \times I \times D = 37\,399\,725$$

$$(2) \quad M \times (O \times N + O \times I - D) = 34\,237$$

$$(3) \quad I < N$$

Solution: D = 11, I = 9, M = 73, N = 23, O = 15

Twister 53 (Monoid)

Maxi says to Klaus: "I have a five digit number in mind. Multiplying the number formed of the first two digits with the number formed of the remaining three digits gives 3094. Can you find out my number?" After a short while thinking Klaus says: "Yes but only then if you give one more hint!" Maxi: "The first digit is less than all others. " Which was Maxi's number?

Solution: 13238

Twister 54 (Monoid)

Adding to a four digit natural number the eightfold of its digit sum then the result is divisible by 9. Is this statement true? Is it valid for all natural numbers?

Solution:

Twister 55 (Monoid)

There are about 1200 pupils in a school. At a sports competition all pupils shall run on the sport ground in a nice order. The teacher is surprised finding out that exact one pupil will remain if the pupils are organized in rows to 2, 3, 4, 5 or 6 persons. If there are 7 pupils in a row then it works. How many pupils participated in the competition?

Solution: 1441

Twister 56 (Logische Knobeleien)

A steel construction has started preparations for building a bridge. The main parts of the bridge shall be brought at the right position by hydraulic presses. At one assembling step all of the following constellations of the valves (serving the presses) must be avoided:

- (1) Valve E closed, and valves B or D open.
- (2) Valves A or C closed, and valve F open.
- (3) Valves D, E and A open.
- (4) Valves B and D closed.
- (5) Valve B open, and valve A closed.
- (6) Valve D closed, and valves B and E open.
- (7) Valve B and C closed, and valves D and E open.

There is only one certain position which avoids all combinations given above, which one?

Solution: A, B, and F closed, C,D and E open

Twister 57 (Logische Knobeleien)

A second hand car dealer is suspected to have sold seven cars with a hidden dangerous damage as without any defect. Every defect concerns another part of the vehicle. The police found out:

- (1) The VW has no defect in the electrics or in the gear drive or the steering mechanism.
- (2) Steering on Ford and Opel were ok.
- (3) BMW, Opel and Ford as well didn't show any defect in electrics or gear drive.
- (4) Electrics, brakes, auto body and hitch of the Mercedes were all right.
- (5) If steering of the Renault is defect, then the gear drive of the Mercedes is ok.
- (6) If the Opel was sold with a damage in the body then chassis of the Renault and brakes of the BMW are ok.
- (7) If the hitch of the Ford had a bad damage then electrics and gear drive of the Renault worked properly.
- (8) If the purchaser of the Mercedes was not informed about problems with the gear drive then brakes of Opel and Ford were ok.
- (9) If steering of the BMW was defect then hitch of Opel and Ford were ok.
- (10) If steering of the Mercedes was defect then the gear drive of the Renault was not.
- (11) If electrics of the Porsche worked badly then the auto body of the Opel was without any damage.
- (12) If the hitch in the VW was defect then there was no damage on the chassis of the Mercedes.

Logeleien - Hirnverzwirner

Logelei 01 (Die Zeit, 13. 1. 2014)

„Wie kannst Du nur an diesem kargen Arktisstrand bei dem Wetter so glücklich sein?“, wundert sich Theodor über seine Forschungsassistentin. Aber Anna antwortet nur: „Eis, Wind und Sand sind eine Wonne!“ Erst sehr viel später versteht Theodor, dass sie damit die folgende Alphametrik meinte:

$$\begin{array}{r} \text{EIS} \\ + \text{WIND} \\ + \text{SAND} \\ \hline \text{WONNE} \end{array}$$

In einem Brief schreibt er an Anna, die inzwischen wieder zu Hause ist:

$$\begin{array}{r} \text{WIND} \times \text{SAND} \\ \hline \text{PGGUI} \\ \text{UUWGD} \\ \text{PWIWN} \\ \hline \text{PEINIGEN} \end{array}$$

So steht es in der Zeitung. Das ist aber sehr irreführend (Absicht??), besser ist es so (für mich):

$$\begin{array}{r} \text{SAND} \times \text{WIND} \\ \hline \text{PGGUI} \\ \text{UUWGD} \\ \text{PWIWN} \\ \hline \text{PEINIGEN} \end{array}$$

Lösung: $238 + 1357 + 8957 = 10552$; $3764 \cdot 5064 = 19\,060\,896$

Logelei 02 (Computer Knobeleyen, S. 172)

11 Da raucht der Kopf

Mathematik: -
Schwierigkeitsgrad: 6

Aufgabenstellung:

Schreiben Sie ein Programm, das folgendes Problem löst:

$$\begin{array}{r} \bigcirc \bullet \odot \ominus + \blacktriangle \triangle \bullet \oplus = \triangle \triangle \oplus \ominus \\ \triangle \odot \ominus \oplus + \triangle \bullet \bigcirc = \triangle \bullet \bullet \bullet \\ \hline \ominus \ominus \oplus \times \quad \bigcirc \blacktriangle = \oplus \ominus \bullet \bigcirc \end{array}$$

Abb. 11.1: "Da raucht der Kopf"

Jede Figur bedeutet eine Ziffer. Selbstverständlich sind gleiche Figuren auch gleiche Ziffern. Welche Ziffern sind an welche Stelle einzusetzen?

Zusatzaufgabe: Wie können derartige Aufgaben selbst entworfen werden? Anstelle der Symbole ist es einfacher Buchstaben zu verwenden.

Lösung: 2075, 4608, 6683; 1717, 192, 1909; 358, 24, 8592

Logelei 03 (Logische Knocheien, S. 7)

Frau Balke hatte ihre Freundinnen Ingrid, Sonja und Ute zur Geburtstagsfeier eingeladen, aber noch keine Antwort erhalten. Ein paar Tage vor dem Fest, als sie zusammen mit ihrem Mann einkaufen war, traf sie zufällig alle drei nacheinander, aber jede nur flüchtig. Ute stieg gerade in ihren Bus ein und konnte soeben noch zurufen: „Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber entweder kommt Ingrid oder Sonja.“

Sonja hielt im dichten Verkehr mit ihrem PKW vor einer Ampel, die gerade auf grün gesprungen war. Beim Anfahren rief sie durchs offene Fenster: "Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber entweder kommt Ingrid oder Ute.“

Diese beiden Zurufe hatten beide Balkes eindeutig verstanden. Strittig unter den Eheleuten war, was die inmitten einer Radlergruppe vorbeihastende Ingrid von sich gegeben hatte. Frau Balke meinte vernommen zu haben: „Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber entweder kommt Sonja oder Ute.“ Herr Balke dagegen glaubte gehört zu haben: „Ob ich komme, weiß ich noch nicht, aber es kommen Sonja oder Ute.“

Bekannt ist, dass dann mindestens eine der genannten Damen zur Feier erschien und dass die Aussagen von Ute und Sonja zutreffend waren. Die Aussage von Ingrid aber hatte nur einer der Ehepartner richtig gehört - welche Aussage? Welche Dame(n) war(en) zur Feier gekommen?

Lösung: Sonja und Uta sind gekommen, Ingrid nicht.

Logelei 04 (Logische Knocheien, S. 16)

Das Geheimnis der Nationalmannschaft

Am Tage vor dem Fußball-Länderspiel war außerhalb des Trainingslagers noch niemandem bekannt, welche von neun Spielern endgültig aufgestellt werden. Kein Wunder, dass die Endspielgegner ihre Spitzel auf Trab brachten. Tatsächlich gelang es den Kundschaftern, ein paar Auskünfte zu ergattern:

- (1) Euler wird aufgestellt und Hanke nicht.
- (2) Ilnen und Frese werden auf dem Spielfeld stehen.
- (3) Hanke und Giedle werden spielen.
- (4) Ilnen und Barski werden beide in der Mannschaft sein oder beide nicht.
- (5) Entweder werden Euler und Frese aufgestellt oder beide nicht.
- (6) Barski wird aufgestellt, und es spielen Aurich oder Frese mit.
- (7) Barski wird nicht kicken, und Conrad und David sind ebenfalls nicht vorgesehen.
- (8) Giedle ist nicht aufgestellt, aber Conrad oder David werden spielen.

Die befragten Trainingsteilnehmer hatten die Absicht erkannt und deshalb genau das Gegenteilige ausgesagt. Nun waren sie mächtig stolz auf sich und gaben während des Abendessens, an dem nur "Insider" teilnahmen, ihre Auskünfte laut zum besten. Dabei lachten alle triumphierend - bis plötzlich der Mannschaftskapitän mit der Faust auf den Tisch schlug und brüllte: "Ihr habt wohl im Kühlschrank übernachtet?" Nachdem es schlagartig still geworden war und alle zu ihm blickten, fuhr er fort: "Wenn einer von denen auf die Idee kommt, dass ihr alle gelogen habt, dann wissen sie genau, wer bei uns aufgestellt ist."

Tatsächlich! Wer von den neun sollte mitspielen?

Lösung: Barski, Euler und Hanke werden aufgestellt.

Logelei 05 (Die Zeit, 19. 12. 2011)

DIE ZEIT N° 52/2011

19. Dezember 2011 16:16 Uhr | 

1. Als der Erzbischof gefragt wird, was für ihn den Advent ausmache, antwortet dieser mit einer Alphametrik:

$$\begin{array}{r} \text{ERZE} \\ + \text{KERZE} \\ \hline \text{ADVENT} \end{array}$$

2. Und er fährt fort: »Im Advent sollen vier Kerzen dein Begleiter sein.«

$$\begin{array}{r} \text{VIER} + \text{KERZE} \\ \hline \text{ERILZV} \\ \text{VZTZZI} \\ \text{KERZE} \\ \text{LTL LZR} \\ \hline \text{BEGLEITER} \end{array}$$

hr

Lösung: 1. $7867 + 97867 = 105734$ 2. $3518 \cdot 61801 = 217415918$

Logelei 06 (Die Zeit)

Professor Knusi hat vier Gelotaner unterschiedlichen Alters zu ihrem Alter befragt. Er hat folgende Antworten erhalten:

Nertel: »Ich bin zwei Jahre jünger als Tarfel. Ich bin älter als Parfel. Parfel ist doppelt so alt wie Tarfel.«

Oertel: »Ich bin so alt wie der Altersunterschied von Parfel und Nertel. Nertel ist drei Jahre älter als Tarfel. Parfel ist doppelt so alt wie Nertel.«

Parfel: »Ich bin älter als Tarfel. Ich bin so alt wie Tarfel und Oertel zusammen. Tarfel ist jünger als Nertel und Oertel zusammen.«

Tarfel: »Ich bin 18. Nertel ist älter als ich. Ich bin doppelt so alt wie Oertel.«

Zu Hause im Labor brütet Knusi über den Aussagen. Ihm ist bekannt, dass es in Gelotan zum guten Ton gehört, ab und an eine falsche Aussage zu machen, aber nach welchem Schema?

Zum Glück weiß sein Assistent Flusi Bescheid: »Der Älteste einer Gruppe sagt immer die Wahrheit, der Zweitälteste lügt genau ein Mal, der Drittälteste zwei Mal und so weiter ...«

»Ah, dann ist mir nun alles klar!«, ruft Knusi erfreut.

Wie alt sind die vier?

Lösung:

Parfel ist 27, Tarfel 18, Nertel 16, und Oertel ist 9

Logelei 07 (Die Zeit)

A	B	C	D	E	F
G		H			
I			J	K	
L		M	N		O
P	Q			R	
S		T		U	

Waagerecht: **A** Primzahl **C** **E** waagerecht minus **A** waagerecht **E** Teiler von **K**
 senkrecht **G** Quadratzahl **H** **E** senkrecht mal **E** waagerecht **I** Quadratzahl **J**
 Quadratzahl **L** Quadratzahl **N** Vielfaches von **A** waagerecht **P** **Q** senkrecht mal **S**
 waagerecht **R** 2 weniger als **U** waagerecht **S** Primzahl **T** Vielfaches vom Rückwert
 von **E** waagerecht **U** Vielfaches von **C** waagerecht

Senkrecht: **A** Quadratzahl **B** **A** waagerecht mal **G** waagerecht **C** Der Rückwert
 ist Vielfaches von **O** senkrecht **D** Quadratzahl **E** Primzahl **F** Quadratzahl **K** **R**
 waagerecht mal **U** waagerecht **L** Quadratzahl **M** Quadratzahl **N** Quadratzahl **O**
 Quadratzahl **Q** **J** waagerecht minus **E** waagerecht

Ist wohl schwierig mit einem CAS zu bearbeiten!?

Logeie 08 (Die Zeit)

DIE ZEIT N° 50/2011

5. Dezember 2011 14:57 Uhr | 

Da Professor Schlackenhof morgens nie weiß, was er an diesem Tag benötigen wird, hat er vor langer Zeit einen Apparat gebaut, der voraussagt, was er mitnehmen sollte. Inzwischen funktionieren nur noch drei der Zukunftsröhren, und bei zwei von ihnen hat sich auch noch die Polarität umgekehrt. Das bedeutet, dass der Automat auf Knopfdruck jetzt nur noch drei Voraussagen macht, von denen eine wahr ist und zwei falsch sind. Das stört den Professor jedoch nicht; er drückt einfach den Knopf häufiger. Heute hat er folgende Antworten erhalten.

1. Das Fernglas, Kreide und die Schutzbrille. 2. Den Sextanten, den Zirkel und den Mantel. 3. Den Abakus, das Taschentuch und den Zirkel. 4. Die Lupe, eine Pipette und Kreide. 5. Den Zirkel, die Lupe und den Zollstock. 6. Das Taschentuch, das Fernglas und den Mantel. 7. Die Schutzbrille, eine Pipette und Kreide. 8. Den Abakus, den Mantel und einen Bleistift. 9. Den Zollstock, einen Bleistift und den Sextanten.

Da er etwas in Eile ist und noch die Kobralilie füttern muss, bittet er sein Hausmädchen Annabel, ihm die Sachen bereitzulegen. Können Sie ihr dabei helfen?

Lösung:

Professor Schlackenhof benötigt den Zirkel, das Fernglas, einen Bleistift und eine Pipette.

Logelei 09 (Die Zeit, Juni 2014)

Omi Frieda ist gerührt: Ihre erste Ururenkelin ist auf die Welt gekommen. Aus diesem Anlass haben sich alle Nachfahren mit ihr versammelt, um ein Fünf-Generationen-Foto zu schießen. Der Fotograf, der recht neugierig ist, fragt, wer denn nun Nachfahre von wem sei. Da reden sie alle durcheinander:

»Entweder Tina ist Nachfahre von Evelyn, oder Elisabeth ist Nachfahre von Gundula, aber nicht beides.« – »Evelyn ist Nachfahre von Vanessa oder von Tina, aber nicht von beiden.« – »Katrin ist Nachfahre von Gundula.«

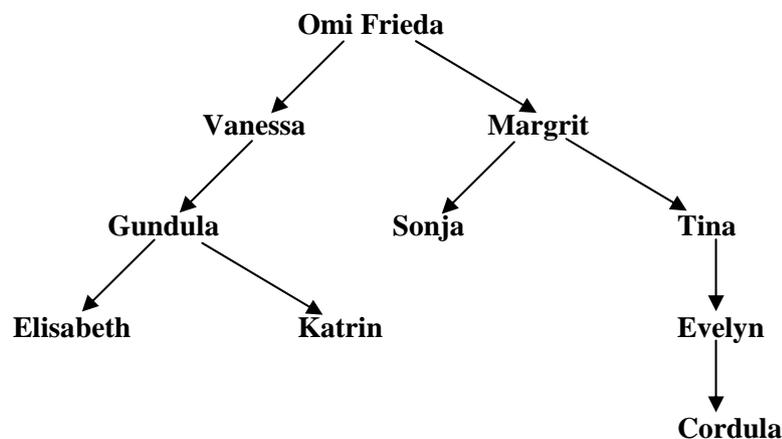
»Evelyn ist kein Nachfahre von Gundula.« – »Entweder Margrit ist Nachfahre von Sonja, oder Cordula ist Nachfahre von Evelyn, aber nicht beides.« – »Sonja ist kein Nachfahre von Tina.«

»Entweder Vanessa ist Nachfahre von Elisabeth, oder Tina ist Nachfahre von Margrit, aber nicht beides.« – »Gundula ist Nachfahre von Vanessa.«

»Entweder Sonja ist Nachfahre von Margrit, oder Elisabeth ist Nachfahre von Evelyn, aber nicht beides.« – »Cordula ist kein Nachfahre von Vanessa.«

Können Sie den Stammbaum der Nachfahren von Omi rekonstruieren?

Lösung:



Wie lässt sich diese Lösung mit CAS-Unterstützung finden?

Logelei 10 (Die Zeit)

Herr Hutschke soll am kommenden Freitag Frau Blume, die Mathematiklehrerin der 3c, vertreten. Damit er die Klasse schon vorab etwas besser kennenlernen kann, hat Frau Blume ihm verraten, dass alle Jungen unterschiedlich groß sind, und ihm folgende Aussagen, die allesamt natürlich korrekt sind, auf einen Zettel geschrieben:

Wenn Ivan größer als Emil ist, ist Max größer als Conrad.

Wenn Gustav größer als Ole ist, ist Ulf größer als Kevin.

Wenn Conrad größer als Gustav ist, ist Ralf größer als Ole.

Wenn Ivan größer als Ole ist, ist Ivan größer als Emil.

Wenn Emil größer als Ivan ist, ist Ivan größer als Ole.

Wenn Max größer als Kevin ist, ist Emil größer als Ivan.

Wenn Ivan größer als Ralf ist, ist Conrad größer als Ole.

Wenn Anton größer als Conrad ist, ist Emil größer als Kevin.

Wenn Ivan größer als Emil ist, ist Ulf größer als Ralf.

Wenn Ivan größer als Kevin ist, ist Conrad größer als Ulf.

Wenn Emil größer als Conrad ist, ist Anton größer als Ivan.

Wenn Kevin größer als Max ist, ist Anton größer als Conrad.

Wer ist der Größte in der 3c? Und welche Schüler kommen dann der Reihe nach?

Lösung:

Am größten ist Anton, gefolgt von Ivan, Emil, Kevin, Max, Conrad, Ulf, Ralf, Ole und Gustav

Logelei 11 (Computer Knobeleyen, S. 13)

In einer Kneipe unterhalten sich drei EDV-Fachleute. Da sagt der Software-Entwickler Franz zur Datentypistin Inge: „Wenn Du Dein Gehalt verdoppelst und noch das Gehalt von Heinz dazulegst, dann habt ihr gerade so viel verdient wie ich“.

Da meinte der Wirt zu Franz: „Gib gar nicht so an, wenn Du Dein Gehalt um 50% erhöhen könntest und die anderen beiden ihr Gehalt verdoppeln, dann könnt ihr alle zusammen meine Kneipe um 441 000 \$ kaufen.“

Da tröstet sich Inge: „Ich erhalte im nächsten Jahr eine Gehaltssteigerung um 10% und mit meiner Nebentätigkeit als Autorin verdiene ich nochmals 8000 \$ dazu. Dann werde ich genau so viel haben wie Heinz, denn bei Deiner Steuerprogression musst Du doch leicht 11 800 \$ abziehen!“

Wie viel verdienen die EDV-Leute?

Lösung: Inge: 42 000, Heinz: 66 000, Franz: 150 000

Logelei 12 (Unterhaltsame Logik, S. 39)

In der Pause waren 15 Schüler geblieben. Eine Fensterscheibe wurde von genau einem der Schüler oder Schülerinnen zerbrochen. Der Klassenlehrer sammelt die Aussagen der Schüler:

Angelika: "Ich war es nicht. Bernd hat das getan"

Bernd: "Ja, ich habe die Scheibe zerbrochen."

Wolfgang: "Er lügt, Frank hat das gemacht."

Dagmar: "Nein, das stimmt nicht, aber ich war es auch nicht."

Eva: "Das war entweder Karin oder Angelika, aber ich nicht."

Frank: "Eins von den Mädchen hat die Scheibe zerbrochen."

Christa : "Keineswegs, die Jungen haben die Scheibe zerbrochen."

Sonja: "Angelika und ich waren es."

Irene: "Ich habe gesehen, wie einer von den Jungen die Scheibe zerbrochen hat, aber ich weiß nicht mehr wer."

Jürgen: "Bernd sagt nicht die Wahrheit, ich habe die Scheibe zerbrochen."

Karin : "Ich habe nicht mitgemacht, Angelika war es allein."

Lutz: "Jürgen hat die Wahrheit gesagt."

Manuela: "Lutz lügt, das Fenster ist von allein durch den Luftzug zerbrochen."

Helga: "Ich habe ein Buch gelesen und weiß von nichts."

Renate: "Angelika hat es getan."

Außerdem ist bekannt, dass ein und nur ein Schüler die Wahrheit gesagt hat. Wer hat das Fenster zerbrochen?

Lösung: Dagmar war es.

Logelei 13 (Unterhaltsame Logik, S. 60)

Die folgenden Behauptungen sind gegeben:

- (1) Säuglinge sind unlogisch.
- (2) Wir verachten niemanden, der mit einem Krokodil fertig werden kann.
- (3) Wir verachten die, die unlogisch sind.

Weise nach, dass aus diesen Behauptungen folgt: „Säuglinge können nicht mit einem Krokodil fertig werden!“

Logelei 14 (Unterhaltsame Logik, S. 60)

- (1) Kein einziger Haifisch zweifelt daran, dass er gut bewaffnet ist.
- (2) Ein Fisch, der nicht Walzer tanzen kann, verdient Mitleid.
- (3) Kein einziger Fisch fühlt sich sicher bewaffnet, wenn er nicht zumindest drei Reihen von Zähnen hat.
- (4) Alle Fische mit Ausnahme von Haifischen sind freundlich zu Kindern.
- (5) Schwere Fische können nicht Walzer tanzen.
- (6) Fische mit mindestens drei Reihen von Zähnen verdienen kein Mitleid.

Beurteile die Richtigkeit der Aussage: „Alle schweren Fische sind freundlich zu Kindern!“

Logelei 15 (Test Your Logic, S. 16)

Decapitation of a Factor (left) and a Product (right)

$$\begin{array}{r} \times \quad A \ B \ C \ D \ E \ F \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad M \\ B \ C \ D \ E \ F \ A \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \quad B \ C \ D \ E \ F \ A \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad M \\ A \ B \ C \ D \ E \ F \end{array}$$

Each letter represents a different digit. Which one of the 10 digits does M represent?

Lösung:

Es gibt jeweils zwei Lösungen:

$$142857 \cdot 3 = 428571$$

$$230769 \cdot 4 = 923076$$

$$285714 \cdot 3 = 857142$$

$$76923 \cdot 4 = 307692$$

Logelei 16 (Mathematische Rätsel und Spiele, S. 64)

Können Sie die fehlenden Ziffern einsetzen?

$$\begin{array}{r}
 6 \ x \ 8 \ x \ x \ x : x \ x \ 9 = x \ 5 \ 3 \\
 \underline{x \ x \ x \ 2} \\
 \ x \ 9 \ x \ x \\
 \underline{x \ x \ 4 \ x} \\
 \ x \ x \ 4 \ x \\
 \ x \ x \ x \ x
 \end{array}$$

Lösung: $638897 : 749 = 853$

Logelei 17 (Hirnverzwirner, S. 19)

Bevölkerungsexplosion auf der Venus.

Venusianer zählen nicht bis 10, sondern haben anstelle des dekadischen Systems ein anderes, das sich nach der Anzahl der Fühler auf ihren Köpfen richtet.

Auf die Frage nach seinen Kindern antwortet ein Venusmann:

„Nun, lassen Sie mich einmal nachdenken. Ich habe 43 Söhne und - hm - 52 Töchter. Das macht zusammen 125 Kinder, nicht wahr?“.

Wie viele Kinder hat er nach irdischer Zählweise und wie viele Fühler hat er am Kopf?

Lösung: 31 Söhne und 37 Töchter, er hat 7 Tentakel (= Basis des Zahlensystems).

Logelei 18 (Hirnverzwirner, S. 24)

Noch eine Alphametrik:

$$\begin{array}{r}
 W \ G \ V \ K \ W : W \ J \ D = K \ S \\
 \underline{W \ S \ N \ S} \\
 \ K \ Y \ W \\
 \underline{D \ D \ N} \\
 N \ K \ N \quad (\text{Rest})
 \end{array}$$

Lösung: $24092 : 257 = 93$ (Rest 191)

Logelei 19 (Die Zeit, Jänner 2014)

Familie Wulffer macht Ferien auf dem Land bei der Bauernfamilie Ochsenmann. Als Frau Ochsenmann den vier Kindern den Bauernhof zeigt, fragt sie: „Sagt mal, wie alt seid ihr eigentlich?“ Tanja grinst und erwidert: „Vor vier Jahren waren Hannah und ich zusammen doppelt so alt wie Ralf und Paul zusammen.“

Daraufhin fährt ihre Zwillingsschwester Hannah fort: „Und wenn Paul so alt sein wird, wie Ralf jetzt ist, ist Ralf so alt, wie ich jetzt bin.“

Die gute Frau Ochsenmann ist schon ganz verwirrt, aber nun trumpft Ralf auf: "Wenn ich ein Jahr älter bin, als Tanja jetzt ist, dann ist Paul dreimal so alt, wie Hannah dann sein wird."

Frau Ochsenmann will sich gerade am Kopf kratzen, was sie immer tut, wenn sie scharf nachdenken muss, da lacht Paul: „Ich habe gerade ausgerechnet, dass wir in zwölf Jahren zusammen 100 Jahre alt sein werden.“

Nun ist Frau Ochsenmann völlig irritiert. Dann meint sie aber: „Also, einer von Euch vieren kann nicht rechnen. Aber wenn wenigstens die anderen drei korrekte Aussagen gemacht haben, dann weiß ich jetzt, wie alt ihr seid.“

Wer hat nicht richtig gerechnet, und wie alt sind die vier Kinder?

Lösung: Tanja und Hannah sind 16, Ralf ist 12 und Paul ist 8; Paul kann nicht rechnen.

Logelei 20 (Logikrätsel, S. 156)

Die neue Flamme liebt Lilien, Nelken und Margeriten, hat aber ganz spezielle Wünsche:

- Wenn im Strauß Lilien und Nelken sind, dann dürfen keine Margeriten drin sein.
- Wenn im Strauß Margeriten sind und keine Lilien, dann sollen auch keine Nelken drin sein.
- Wenn keine Lilien drin sind, dann müssen Nelken im Strauß sein.

Welche Blumen dürfen nicht alleine und welche nicht zusammen geschenkt werden?

Lösung: Margeriten alleine oder Nelken mit Margeriten bzw. Nelken mit Lilien

Logelei 21 (Logikrätsel, S. 40)

Sechs junge Damen besprechen die gegenseitigen Chancen beim aktuellen Casting-Wettbewerb.

Dolores: Gerlinde wird den zweiten Platz belegen.

Elvira: Florence wird Siegerin.

Florence: Dolores wird nicht Siegerin.

Gerlinde: Ich werde zwei Plätze vor Heidrun liegen.

Heidrun: Ilona wird nicht oder allenfalls weniger als drei Plätze vor Florence liegen.

Ilona: Elvira kommt auf Platz zwei.

Nach der Wahl stellten die Bewerberinnen fest, dass nur eine von ihnen die richtige Prognose gestellt hatte, nämlich die Siegerin. Wer hat gewonnen? In welcher Reihenfolge wurden die anderen Plätze belegt?

Lösung: Dolores, Gerlinde, Ilona, Elvira, Heidrun und Florence

Logeile 22 (Logiktraining, S. 10)

Ein Schließfach wird über eine elektrische Verriegelung, die aus 8 Kippschaltern besteht, gesichert.

Die Öffnungsvorschrift wurde verschlüsselt, wie folgt:

- (1) Wenn Schalter 4 unten ist, dann muss Schalter 2 oben stehen.
- (2) Wenn Schalter 8 oben ist, dann müssen Schalter 2 und Schalter 6 unten stehen.
- (3) Wenn S2 unten ist, dann muss mindestens einer der Schalter 5 oder 7 auch unten stehen.
- (4) Wenn S3 oben ist, dann muss S4 unten oder S7 oben stehen.
- (5) Wenn S2 oder S4 oben sind, dann müssen auch S5 und S6 oben stehen.
- (6) Wenn S4 oben ist, dann muss entweder S1 oder S2 oben stehen.
- (7) Mindestens einer der Schalter 2 oder 6 muss unten stehen.

Sind wir in der Lage das Schließfach zu öffnen?

Lösung: Die Schalter 1, 4, 5 und 6 müssen oben, die restlichen unten stehen.

Logeile 23 (Hirnverzwirner, S. 45)

Lösung:

A	B	C	D	E	F	G
H		I				
J			K			L
M					N	
	O		P			Q
	R			S		
T					U	

6	7	2	2	2	8	2
2	6	3	1	9	5	5
5	8	1	6	8	5	9
7	5	8	3	6	9	8
7	1	9	9	5	6	7
1	9	0	1	1	0	9
1	6	0	2	1	4	9

Es bestehen die folgenden Zusammenhänge:

As: Potenz einer Zahl

Gs: Quersumme von Qs

Fs: Summe zweier aufeinander
folgender Kubikzahlen

Ms: $Hw + Bs$

Es: $Cw + Mw$

Ns: Nw^2

Os: Vielfaches von Uw

Ds und Uw haben einen gemeinsamen Faktor

Iw: $5 \cdot Ks$

Ls: $2 \cdot Uw$

Ks: $Jw \cdot Ss$

Kw: Ow^3

Pw: Vielfaches von Is

Tw: $As + Bs + Ms$

Rw: symmetrische Zahl

Mit einem CAS wohl schwierig zu behandeln!

Logelei 24 (Monoid)

Ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen für die gilt:

- (a) Die Zehnerziffer ist um eins größer als die Hunderterziffer.
- (b) Die Einerziffer ist doppelt so groß wie die Hunderterziffer.
- (c) Die Zahl ist das Doppelte einer Primzahl.

Lösung: 122, 346, 458

Logelei 25 (Monoid)

Setze für jedes **x** eine 0, 1, 2, 3 oder 4 und für jede **o** eine 5, 6, 7, 8 oder 9.

$$\begin{array}{r}
 \underline{\mathbf{x} \ \mathbf{o} \ \mathbf{x} \quad \times \quad \mathbf{x} \ \mathbf{x} \ \mathbf{o}} \\
 \mathbf{o} \ \mathbf{x} \ \mathbf{x} \\
 \mathbf{x} \ \mathbf{x} \ \mathbf{o} \ \mathbf{o} \\
 \underline{\mathbf{x} \ \mathbf{x} \ \mathbf{x} \ \mathbf{x}} \\
 \mathbf{o} \ \mathbf{x} \ \mathbf{o} \ \mathbf{x} \ \mathbf{x}
 \end{array}$$

Wie lautet die Multiplikation?

Lösung: $372 \cdot 246 = 91512$

Logelei 26 (Monoid)

Ersetze die Buchstaben durch Ziffern, so dass gleiche Buchstaben gleiche Ziffern angeben

$$A B C D + E F G H = I A A A I$$

und dann noch:

$$I C H + B I N + B E I = O M A$$

Lösungen: es gibt viele Lösungen für beide Probleme, wie z. B.:

2345	9876	12221	137	218	241	596
2346	9875	12221	138	217	241	596
2354	9867	12221	140	216	231	587
		
		

Logeilei 27 (Monoid)

An einer Kreuzung stehen in einer Reihe hintereinander 7 Fahrzeuge, entweder ein LKW oder ein PKW. Über ihre Reihenfolge ist bekannt:

- (1) Kein LKW steht direkt vor oder hinter einem anderen LKW.
- (2) Genau ein PKW befindet sich unmittelbar zwischen zwei LKWs.
- (3) Genau ein LKW befindet sich unmittelbar zwischen zwei PKWs.
- (4) Genau drei PKWs stehen unmittelbar hintereinander.

In welcher Reihenfolge können die 7 Fahrzeuge angeordnet sein?

Lösung: LPLPPPL and LPPPLPL (ohne CAS)

Logeilei 28 (Monoid)

Nimmt man eine dreistellige Zahl und zieht davon die Quersumme ab, dann wird das Ergebnis immer durch 9 teilbar sein. Kannst Du das beweisen?

Logeilei 29 (Monoid)

Löse das System:

$$\begin{aligned}\sqrt{xy} - z &= a \\ \sqrt{yz} - x &= b \\ \sqrt{xz} - y &= c\end{aligned}$$

Lösung: Diese typische CAS-Aufgabe lässt sich mit DERIVE nicht lösen. Auch MATHEMATICA muss passen. Die Lösung lässt sich mit trickreichen Substitutionen erreichen:

$$x = \frac{(b^2 - ac)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad y = \frac{(c^2 - ab)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}, \quad z = \frac{(a^2 - bc)^2}{a^3 + b^3 + c^3 - abc}$$

Logeilei 30 (Monoid)

Der zerstreute Lehrer Vergisswas muss ins Lehrerzimmer zurück, weil er seinen Schülerkatalog vergessen hat. Rasch kann er noch eine Multiplikationsübung auf die Tafel schreiben.

Als er in die Klasse zurückkommt, haben die Schüler die Tafel voll geschmiert und von der Multiplikation sind nur noch Reste zu erkennen:

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad \underline{6 \quad - \quad - \quad \times \quad - \quad - \quad -} \\ \quad \quad \quad - \quad - \quad - \\ \quad \quad - \quad - \quad - \quad - \\ \underline{- \quad 5 \quad - \quad 5} \\ - \quad - \quad 5 \quad - \quad 4 \quad - \end{array}$$

Vergisswas macht seinem Namen alle Ehre, ist aber ein guter Rechner. Er hat zwar die ursprüngliche Aufgabe vergessen, kann sie aber aus den Resten rekonstruieren.

Die Schüler erhalten nun als zusätzliche „Übung“, die Aufgabe zuerst zu rekonstruieren und dann zu erfüllen.

Lösung:

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 645 \times 721 \\ \quad \quad \quad \underline{645} \\ \quad \quad 1290 \\ \quad 4515 \\ \underline{465045} \end{array}$$

Logeilei 31 (Monoid)

Für welche x gilt: $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{97}{128}$?

Lösung: $x = k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12}$ (macht wenig Sinn mit einem CAS, interpretiere die CAS-Lösung!)

Logeilei 32 (Monoid)

Löse die geheimnisvolle Gleichung der geschwätzigen Eva: $\frac{\text{EVE}}{\text{DID}} = 0,\overline{\text{TALK}}$

Gleiche Buchstaben stehen für gleiche Ziffern. Der Bruch ist gekürzt.

Lösung: $\frac{242}{303} = 0,\overline{7986}$

Logelei 33 (Die Zeit)

Bei Pflanz & More gibt es gerade eine Rabatt-Aktion: Alle Preise sind runde Euro-Beträge, und wer mindestens drei Produkte kauft, muss das billigste nicht bezahlen.

Fritz: „Ich habe für einen Pressluftrechen, eine Gieß-Liesel und einen Elektropflücker nur 17 Euro bezahlt.“. Dorothee: „Und ich habe zwei Automatikkübel und ein Setzling-Set für 11 Euro bekommen.“ Erwin: „Ein Elektropflücker, ein Sack Pflanzenstreu und eine Gieß-Liesel haben zusammen nur 24 Euro gekostet.“

Kurt: „Ich habe einen Pressluftrechen, ein Setzling-Set und zwei Säcke Pflanzenstreu gekauft und 31 Euro bezahlt, aber das war dumm von mir: Wenn ich zwei separate Einkäufe gemacht hätte, hätte ich noch 5 Euro mehr sparen können.“ Jasmin: „Stimmt, wenn man sich geschickt anstellt, kann man noch mehr Geld sparen. Ich wollte einen Automatikkübel und zwei Setzling-Sets kaufen. An der Kasse habe ich dann Jonas getroffen, der einen Sack Pflanzenstreu und zwei Gieß-Liesel kaufen wollte. Vor dem Bezahlen haben wir ein Produkt getauscht.; so haben wir zusammen 6 Euro weniger bezahlt, als wenn jeder seine eigenen Sachen bezahlt hätte.“

Welcher Artikel kostet was?

Lösung: ein Automatikkübel kostet 2 Euro, ein Setzling-Set 9 Euro, ein Pressluftrechen 4 Euro, ein Sack Pflanzenstreu 11 Euro, ein Elektropflücker 13 Euro und eine Gieß-Liesel 3 Euro.

Logelei 34 (Monoid)

Die gerade Zahlen von 2 bis 2^5 sollen so in die Kästchen eingesetzt werden, dass die Summe waagrecht, senkrecht und diagonal immer 68 ergeben..

Lösung:

2	30	28	8
24	12	14	18
16	20	22	10
26	6	4	32

Logelei 35 (Die Zeit)

1. Tom: »Ich hab mir eine sechsstellige Zahl gedacht. Wenn ich die letzten beiden Ziffern wegnehme und stattdessen vorn dranschreibe – also alle Ziffern in der gleichen Reihenfolge –, dann habe ich wieder eine sechsstellige Zahl. Wenn man die mit 9 multipliziert, dann hat man wieder meine ursprüngliche Zahl!«
2. Martin: »Ich hab mir auch eine sechsstellige Zahl ausgedacht: Wie bei dir packe ich die hintersten beiden Ziffern nach vorne. Aber ich erhalte dann eine Zahl, die viermal so groß ist wie meine ursprüngliche Zahl.« Tom: »Das ist aber noch nicht eindeutig!« Martin: »Hmm. Na gut, meine Zahl beginnt nicht mit einer 1!« Tom: »Dann ist alles klar.«
3. Tanja: »Ich hab mir auch eine sechsstellige Zahl ausgedacht: Wenn ich bei meiner Zahl die vorderen drei Ziffern mit den hinteren drei vertausche, kommt eine fünfstellige Zahl raus, und wenn ich diese mit 25 multipliziere, bin ich wieder bei meiner ursprünglichen Zahl!«
4. Sandra: »Ich habe auch so eine lustige sechsstellige Zahl: Bei mir muss man die vorderste Ziffer hintendran stellen, und wenn man die fünfstellige Zahl, die dabei rauskommt, mit 54 multipliziert, hat man wieder die alte Zahl!«

Wie lauten die vier Zahlen?

Lösung: 1. 989010, 2. 238095, 3. 641025, 4. 701298

Logelei 36 (Logic Number Problems)

- (1) It is a six-digit whole number.
- (2) One-third of its digits are 8's
- (3) Two-thirds of its digits are 6's
- (4) It is not divisible by 4.
- (5) It is a palindrome
- (6) Its thousands digit is different from its ones digit.
- (7) It is not divisible by 3.
- (8) It is less than 800 000.
- (9) Its tens digit is the same as its ones digit.
- (10) Its hundreds digit is 8.

Da gibt es redundante Aussagen. Welche sind dies?
Löse die Aufgabe auch ohne CAS. Wie geht es rascher?

Lösung: 668866

Die kleine Nora hat zum Geburtstag neun Klötze bekommen, auf denen die Ziffern von 1 bis 9 stehen. Ihre große Schwester Lea hat gerade in der Schule gelernt, was eine Primzahl ist, und Nora möchte es jetzt auch lernen.

Sie nimmt fünf ihrer Klötze, legt daraus eine Zahl und fragt: »Ist das eine Primzahl?« Lea: »Nein, die ist durch 7 teilbar.« Daraufhin vertauscht Nora zwei benachbarte Klötze und fragt noch mal: »Ist das jetzt eine Primzahl?« – »Nein, die ist immer noch durch 7 teilbar.« Nora stellt jedoch ihre eigenen Regeln auf: »Dieses Argument hast du schon für die vorige Zahl aufgebraucht.« – »Na gut; diese Zahl ist außerdem durch 5 teilbar.« Da vertauscht Nora wieder zwei benachbarte Klötze. »Ist die Zahl jetzt prim?« – »Nein, die ist durch 8 teilbar.« Nach einer weiteren Vertauschung von benachbarten Klötzen: »Und jetzt?« – »Jetzt ist sie durch 11 teilbar.«

Noch eine Vertauschung später: »Und diese Zahl?« Darauf Lea: »Ja, ich glaube, die ist prim.« Doch Nora ist nicht so leichtgläubig: »Vorhin hast du gesagt, es dauert sehr lange, nachzurechnen, dass eine Zahl prim ist.« – »Okay«, gibt Lea zu, »ich habe nur geprüft, dass die Zahl nicht durch 2, 3, 5, 7 oder 11 teilbar ist.«

Welche Zahlen hat Nora gelegt?

Logelei 38 (Die Zeit, März 2014)

1. „Nehmen wir einmal Sonne und Mond als Beispiel“, doziert der Dozent, „diese sorgen auf unserer Erde für die Fluten!“

$$\begin{array}{r} \text{SONNE} \\ + \quad \text{MOND} \\ \hline \text{FLUTEN} \end{array}$$

2. „Kennen Sie schon den neuen Megatrend?“, moderiert der Moderator und wartet die Antwort gar nicht erst ab, sondern fährt fort: „Das sind Sonne und Mond!“

$$\begin{array}{r} \text{SONNE} \times \text{MOND} \\ \hline \text{MDAND} \\ \text{MANND} \\ \text{RGSND} \\ \text{RGSND} \\ \hline \text{TTND} \\ \hline \text{MEGATREND} \end{array}$$

Lösungen: $95\,886 + 7\,582 = 103\,468$, $79\,553 \times 2\,950 = 234\,681\,350$

Logelei 39 (Die Zeit, Nr. 15, April 2014)

1. Yorick, Melisa und Chantal essen zusammen ein Eis. Da ruft Yorick erstaunt in die Runde: »Hey, zusammen sind wir drei genau fünfmal so alt, wie ich jetzt bin.«

Melisa grinst Yorick an, rechnet kurz und sagt dann: »Da kannst du mal sehen. Und dabei war ich vor sieben Jahren noch genau doppelt so alt wie du!«

»Lustig«, lacht da Chantal, »das wollte ich zu dir, Melisa, auch gerade sagen.«

Wie alt sind die drei?

2. Kürzlich ist Professor Zobauski und seinem Team eine Sensation gelungen: Sie haben die Sprache der Regenwürmer vollständig entschlüsselt.

Hier die Übersetzung eines Gesprächs zwischen vier Regenwürmern: Einer: »Zwei von uns sind zusammen genauso lang wie die anderen beiden zusammen.« Ein anderer: »Zwei von uns sind zusammen doppelt so lang wie die anderen beiden.« Ein dritter: »Drei von uns sind zusammen dreimal so lang wie der vierte.« Und der letzte: »Und ich armer Tropf bin mit nur vier Zentimetern der Kürzeste von uns allen!«

Wie lang sind die vier Würmer?

Lösungen:

1. 14, 21, 35

2. 4, 12, 12, 20

Logelei 40 (Die Zeit, Nr. 19, Mai 2014)

Sehr interessant, amüsiert sich Cornelius, wie die Leute im Reisebüro ihren Bauernhof am Stausee bewerben. Am Jahresbeginn hieß es:

JANUAR
+ FEBRUAR

STAUSEE

None

Dann haben sie im März ihre Reklame geändert. Da stand dort:

MAERZ
+ APRIL

MELKEN

None

Und jetzt haben sie den Text wieder geändert:

MAI
+ JUNI
+ JULI

ALPIN

Lösungen:

$$975\ 872 + 6\ 402\ 872 = 7\ 378\ 744;$$

$$18\ 035 + 89\ 367 = 107\ 402;$$

$$912 + 7\ 462 + 74\ 52 = 15\ 826$$

Logelei 41 (Die Zeit)

Bei den Namen der 12 Flüsse in Pelungien waren die Einwohner nicht sehr geistreich: Es sind einfach die Buchstaben von A bis L. Alle 12 Flüsse sind unterschiedlich lang.

Bekannt ist: Wenn J kürzer als H ist, ist K länger als C.

Wenn G länger als E ist, ist I länger als A.

Wenn D kürzer als C ist, ist F länger als K.

Wenn A kürzer als F ist, ist H länger als J.

Wenn C kürzer als A ist, ist F kürzer als K.

Wenn A kürzer als K ist, ist B kürzer als D.

Wenn F länger als J ist, ist E länger als K.

Wenn F kürzer als L ist, ist H kürzer als J.

Wenn C länger als B ist, ist A länger als I.

Wenn E länger als H ist, ist A kürzer als C.

Wenn D länger als G ist, ist G länger als K.

Wenn A länger als K ist, ist C kürzer als E.

Wenn A kürzer als I ist, ist D länger als G.

Wenn D länger als I ist, ist C kürzer als L.

Wenn E kürzer als B ist, ist H kürzer als C.

Wenn A kürzer als B ist, ist C länger als D.

Wenn E länger als C ist, ist A kürzer als B.

Wenn F kürzer als E ist, ist C kürzer als A.

Wenn A kürzer als D ist, ist G länger als F.

Wenn B kürzer als D ist, ist E länger als J.

Lösung:

Der kürzeste Fluss ist L, dann folgen der Reihe nach: F, J, E, H, C, B, A, K, G, D und I.

Logelei 42 (Die Zeit)

Marion war krank, als die "Untrennbaren 8", wie sich die Mädchen nennen, die siebenstellige Zahl für das Zahlenschloss am Geheimversteck festgelegt haben. Jetzt versucht sie, diese herauszufinden, indem sie die anderen sieben anruft.

Tanja erklärt ihr: "Alle Ziffern sind verschieden."

Nach dem Anruf bei Monika weiß sie: "Die Null kommt in der Zahl nicht vor."

Von Hilda erfährt sie: "Die Zahl ist durch 3 teilbar."

"Die Summe zweier aufeinander folgender Ziffern ist immer ungerade", hat Sonja nachgerechnet.

Und Neele hat noch mehr gerechnet: "Wenn ich die Zahl um 3 erhöhe, ist sie durch 11 teilbar."

Auch Evi hat gerechnet: "Wenn ich die Zahl um 1 verringere, ist sie durch 101 teilbar."

Zuletzt hat Hanna eine ganz merkwürdige Eigenschaft entdeckt: "Jede gerade Ziffer ist die Summe oder die Differenz der beiden Ziffern links und rechts daneben; natürlich nur, wenn links und rechts auch Ziffern da sind."

Wie lautet die Zahl?

Lösung: Die Zahl lautet 1872945

Logelei 43 (Die Zeit)

1. Fünf Personen haben an einem IQ-Test teilgenommen. Da der Test abhängig von Alter und Geschlecht normiert ist, benötigen jüngere Personen einen höheren Rohwert als ältere, um den gleichen IQ-Wert zu erreichen. Gleiches gilt für Männer im Vergleich zu Frauen.

Rita hat $\frac{1}{9}$ weniger Rohwert-Punkte erreicht als Sarah und $\frac{1}{7}$ weniger als Ben. Sarah hat den gleichen IQ wie Ben und ist gleich alt wie Mark. Marks Rohwert ist gleich groß wie Lenas, aber 6 Punkte höher als Bens. Lena ist 5 Jahre jünger als Sarah und hat beim Rohwert 14 Punkte mehr erreicht als Rita. Ben ist 39 Jahre alt. Sein IQ ist 4 Punkte höher als der von Mark. Die jüngste Person ist 29, die älteste 45 Jahre alt. Ritas IQ ist 150, der kleinste IQ 130. Lenas IQ ist 70 Punkte größer als ihr Rohwert. Wie alt sind die 5 Personen, welchen Rohwert und welchen IQ konnten sie erreichen?

2. Als die fünf ihre Werte vergleichen, vermuten sie einen linearen Zusammenhang zwischen IQ, Rohwert, Alter und Geschlecht. Wenn sie richtig liegen, wie lautet dann die Formel für den IQ?

Lösung:

1. Rita ist 45, mit Rohwert 48 und IQ 150; Sarah ist 34, mit Rohwert 54 und IQ 134; Ben ist 39, mit Rohwert 56 und IQ 134; Mark ist 34, mit Rohwert 62 und IQ 130, und Lena ist 29, mit Rohwert 62 und IQ 132

2. $\text{IQ} = \text{Rohwert} + 2 \times \text{Alter} (+ 12 \text{ bei Frauen})$

Logelei 44 (Die Zeit)

1. Eleonore spricht gerne viel und macht sich auch viele Gedanken zum Verhältnis der Alter verschiedener Leute, mit denen sie zu tun hat.

Heute sitzt sie zusammen mit Hubert und Frederik im Café und wendet sich soeben an Frederik:

»Wenn du so alt sein wirst, wie ich jetzt bin, werde ich viermal so alt sein, wie du warst, als ich so alt war, wie du jetzt bist.«

Und sie fährt, an Hubert gewandt, fort: »Wenn ich so alt sein werde, wie du jetzt bist, wirst du dreimal so alt sein, wie ich jetzt bin.« Dann strahlt sie in die Runde und verkündet: »Und das Beste ist: Zusammen sind wir 77 Jahre alt!« Wie alt sind die drei?

2. Die kleine Lara am Nachbartisch hat das gehört und plappert nach: »In fünf Jahren werde ich so alt sein, wie Julian ist, wenn ich sieben Jahre alt bin. Und wenn Julian so alt sein wird, wie ich derzeit bin, wird Julian drei Jahre jünger sein, als ich dann bin.«

Eleonore, die das gehört hat, beugt sich zu Lara herüber und meint: »Aber Kind, das ist doch Unfug, was du da erzählst!« Wie kommt Eleonore auf diese Idee?

Lösungen:

1. Frederik ist 14, Eleonore 21 und Hubert 42.
2. Wenn das, was die kleine Lara erzählt, stimmen würde, würde Julian erst in vier Jahren geboren werden und sie selbst erst in einem Jahr

Logelei 45 (Die Zeit)

Bei einer Geburtstagsfeier wird ein Spiel gespielt: Jeder der 10 Gäste hat eine Zahl von 1 bis 10 erhalten, und zwar jeder eine andere. Konrad, das Geburtstagskind, muss nun herausfinden, wer welche Zahl hat. Er bekommt folgende Informationen:

Anne: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

Ben: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

Zeno: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

Denni: »Meine Zahl ist größer als die von Enna.«

Enna: »Meine Zahl ist um eins größer als die von Ben.«

Efi: »Meine Zahl ist größer als die von Jan.«

Gero: »Meine Zahl ist größer als die von Ian.«

Hana: »Meine Zahl ist um fünf kleiner als die von Zeno.«

Ian: »Meine Zahl ist größer als die von Efi.«

Jan: »Meine Zahl ist größer als die von Denni.«

»Aber das geht doch gar nicht: Die Zahl von Ben ist größer als die Zahl von Denni, deren Zahl ist größer als die von Enna, und deren Zahl ist wiederum größer als die von Ben...«, bemerkt Konrad leicht säuerlich.

Da verraten ihm die Freunde, dass nur die Gäste die Wahrheit gesagt haben, die eine ungerade Zahl erhalten haben; die mit einer geraden Zahl haben gelogen.

Jetzt ist Konrad alles klar. Ihnen auch?

Lösung: Anne 9, Ben 4, Zeno 6, Denni 8, Enna 10, Efi 3, Gero 7, Hana 1, Ian 5, Jan 2

Logelei 46 (Die Zeit)

Bert besitzt einen Safe. Um diesen zu öffnen, muss man eine achtstellige Zahl eingeben, die nicht mit einer 0 beginnt. Nun ist Bert leider ziemlich vergesslich, wollte die Zahl aber nirgends notieren. Deshalb hat er Hinweise auf die Zahl gestreut. Zum Glück, denn als er an die geheimen Fotos im Safe herankommen muss, hat er die Zahl bereits vergessen.

Nach einem Anruf bei seiner Oma weiß er: »Die Quersumme ist eine Primzahl.«

Auf sein Auto hat er einen großen selbst gemachten Aufkleber geklebt. Dort steht drauf: »Die Zahl ist das Quadrat einer Zahl mit mindestens zwei gleichen Ziffern.«

Sein Anrufbeantworter teilt ihm mit: »Die Zahl ist nicht durch 16 teilbar.«

Seine Skatbrüder erklären ihm: »Die letzte Ziffer ist dieselbe wie die vorletzte.«

Auf seiner Webseite steht: »Die erste Ziffer ist das Doppelte der letzten Ziffer.«

Wie lautet die Zahl?

Lösung: Die Zahl lautet 87198244

Logelei 47 (Die Zeit)

Kurt wird 70 Jahre alt. Zu seinem Geburtstag möchte er seine Verwandten und viele Freunde einladen. »Aber alle auf einmal wird mir zu viel«, meint da seine Frau Gerlinde. »Vielleicht kannst du ja von Montag bis Freitag an jedem Abend eine andere Gruppe einladen?« Darauf können sie sich einigen. Aber welche Gruppe soll an welchem Tag eingeladen werden?

Kurt: »Am Mittwoch habe ich Geburtstag, da kommen nur die Verwandten oder die Schmetterlingszüchter infrage.«

Gerlinde: »Aber bitte nicht die Schmetterlingszüchter und die Hubschrauberleute direkt hintereinander. Das wird mir zu viel.«

Kurt: »Der Singkreis sollte Montag oder Dienstag kommen.«

Gerlinde: »Wenn du am Mittwoch die Schmetterlingszüchter einlädst, dann bitte nicht am Freitag die Hubschrauberleute.«

Kurt: »Den Naturschutzverein sollte ich früher einladen als den Singkreis.«

Gerlinde: »Wenn du die Schmetterlingszüchter nicht am Montag einladen willst, dann solltest du die Verwandten am Dienstag einladen.«

Kurt: »Für die Schmetterlingszüchter, den Naturschutzverein und die Modellhubschrauberbauer ist der Donnerstag ungünstig.«

Alle diese Wünsche lassen sich nicht erfüllen, aber immerhin alle bis auf einen. Wann kommen welche Gäste? Welcher Wunsch wird nicht erfüllt?

Lösung:

Kurt sollte in folgender Reihenfolge einladen: am Montag die Schmetterlingszüchter, am Dienstag den Naturschutzverein, am Mittwoch die Verwandten, am Donnerstag den Singkreis und am Freitag die Modellhubschrauberbauer. Kurts Wunsch, dass die Schmetterlingszüchter Montag oder Dienstag kommen sollen, kann nicht erfüllt werden.

Logelei 48 (Die Zeit)

Die Freundinnen Tina, Simone und Jessica haben sich jeweils eine vierstellige Zahl ausgedacht.

»Auf die kommst du nie und nimmer!«, necken die drei den armen Tom.

»Pah, ich will sie auch gar nicht wissen«, gibt der zurück.

»Dabei haben die Zahlen ganz lustige Eigenschaften. Beispielsweise sind alle drei aufsteigend sortiert. Also jeweils die nächste Ziffer ist größer als die vorherige«, antwortet Simone.

»Wenn du ihm jetzt noch verrätst, dass die Quersumme meiner Zahl, die übrigens eine Quadratzahl ist, größer ist als die von deiner und die wiederum größer ist als die von Jessica, dann weiß Tom bestimmt gleich unsere Zahlen«, ärgert sich Tina.

»Du musst ihm ja nicht sagen, dass das Querprodukt meiner Zahl größer ist als das Querprodukt von Simones Zahl und das wiederum größer ist als das von deiner Zahl«, wirft Jessica als Dritte im Bunde ein.

»Ach, ihr seid doch doof, da kannst du« - damit wendet sie sich an Tina - »ihm doch auch gleich noch sagen, dass die letzte Ziffer deiner Zahl eine 7 ist.« .

Da grinst Tom. Warum wohl?

Lösung: Die Zahlen von T, S und J sind: 1267, 1356 und 2345.

Logelei 49 (Die Zeit, aus 2005)

1. "Ratet mal, was ich in meiner Handtasche habe", ruft Helga in die Kaffeegrunde. Einen Moment grübeln die Damen und meinen dann: "Keine Ahnung, woher sollen wir das auch wissen?"

"Na, dann werde ich euch ein paar Tipps geben!", fährt Helga fort und fängt auch schon an: "Wenn ich silbrige Wattestäbchen in meiner Tasche habe, dann entweder auch einen Tortenheber aus Japan oder einen kugelrunden Radiowecker, aber nicht beides. Wenn ich einen kugelrunden Radiowecker in meiner Tasche habe, dann auch entweder silbrige Wattestäbchen oder eine original Schwarzwälder Schokolade, aber nicht beides. Ich habe entweder eine original Schwarzwälder Schokolade oder ein golden glänzendes Parfüm in meiner Tasche, aber nicht beides. Ich habe entweder silbrige Wattestäbchen oder ein golden glänzendes Parfüm in meiner Tasche, aber nicht beides. Ich habe entweder silbrige Wattestäbchen oder einen Tortenheber aus Japan in meiner Tasche, aber nicht beides."

"Na dann ist ja klar, was du dabei hast!", meint Monika, die bei solchen Aufgaben immer sehr schnell ist. Während die anderen Damen noch rumgrübeln, können Sie, lieber Leser, sicherlich auch schon sagen, welche der genannten Gegenstände sich in der Tasche von Helga befinden!

2. Der Juwelier Tnamaid besitzt einen Safe, der mit einer sechsstelligen Ziffernkombination versehen ist. Leider hat er den Zettel, auf dem er sich die Kombination notiert hatte, im Safe liegen lassen. Er kann sich nur noch daran erinnern, dass die Zahl keine Null enthielt und dass man, wenn man sie rückwärts aufschrieb, genau das Vierfache der ursprünglichen Zahl erhielt. Wer kann Herrn Tnamaid helfen?

3. Charly zu Jordan: "Als ich so alt war, wie du warst, als ich ein Jahr älter war, als du jetzt bist, warst du gerade mal halb so alt wie ich." Jordan zu Charly: "Wenn ich zehn Jahre älter sein werde, als du jetzt bist, wirst du doppelt so alt sein, wie ich jetzt bin."

Wie alt sind die beiden?

Lösungen:

1. In der Tasche ist ein Tortenheber aus Japan und ein goldglänzendes Parfüm

2. 219978

3. Charly ist 43 und Jordan 32

Logelei 50 (Die Zeit, aus 1992)

Wie lautet die „alphametische Division“?

$$\begin{array}{r} \text{L I E B T} \quad : \quad \text{E R} = \text{M I C H} \quad (?) \\ \underline{\text{E R}} \\ \text{E N E} \\ \underline{\text{E M R}} \\ \text{H C B} \\ \underline{\text{H C T}} \\ \text{B T} \\ \underline{\text{B T}} \\ \text{0} \end{array}$$

Lösung: 69370 : 35 = 1982

Logelei 51 (Monoid)

Anja (A), Birgit (B), Christoph (C) und Dirk (D) spielen folgendes Spiel:

Dirk verlässt das Zimmer. Nun nimmt einer der drei anderen Personen eine Münze an sich und D wird wieder hereingerufen. Er erhält von den Mitspielern Aussagen mitgeteilt, wobei genau derjenige eine falsche Aussagemacht, der die Münze bei sich hat. Bei einem Spiel lauten diese Aussagen:

A: Ich habe die Münze nicht, C hat sie.

B: Anja hat die Münze, und ich habe sie nicht.

C: Ich habe die Münze nicht.

Kann Dirk eindeutig feststellen, wer die Münze hat?

Lösung: Anja hat die Münze.

Logelei 52 (Monoid)

Die Buchstaben in M O N O I D sind so durch natürliche Zahlen zu ersetzen, dass nachfolgende Bedingungen erfüllt sind:

$$(1) \quad M \times O \times N \times O \times I \times D = 37\,399\,725$$

$$(2) \quad M \times (O \times N + O \times I - D) = 34\,237$$

$$(3) \quad I < N$$

Lösung: $D = 11, I = 9, M = 73, N = 23, O = 15$

Logelei 53 (Monoid)

Max sagt zu Klaus: „Ich habe mir eine 5-stellige Zahl ausgedacht. Multipliziere ich die Zahl aus den ersten zwei Stellen mit der Zahl aus den letzten drei Stellen, so erhalte ich 3094. Kannst du diese Zahl finden?“ Nach kurzem Nachdenken sagt Klaus: „Nur, wenn du mir noch eine Angabe machst.“ Darauf Max: „Die erste Ziffer ist kleiner als alle anderen.“ Welche Zahl hat sich Max ausgedacht?

Lösung: 13238

Logelei 54 (Monoid)

Addiert man zu einer vierstelligen natürlichen Zahl das Achtfache ihrer Quersumme, so ist die Summe durch 9 teilbar.

Stimmt diese Aussage bzw. gilt sie für alle natürlichen Zahlen?

Lösung:

Logelei 55 (Monoid)

Eine Schule hat rund 1200 Schüler. Bei einem Sportwettkampf sollen alle Schüler geordnet auf den Sportplatz laufen. Der Sportlehrer stellt überrascht fest, dass ein Schüler übrig bleibt, wenn er in 2-er, 3-er, 4-er, 5-er oder 6-er-Reihen antreten lässt. Erst beim Aufstellen von 7-er-Reihen klappt es. Wie viele Schüler gibt es?

Lösung: 1441

Logelei 56 (Logische Knocheien)

In einer Stahlbaufirma haben die Vorbereitungen für die Montage einer Brücke begonnen. Die Baugruppen sollen mit Hilfe von Hydraulikpressen in die erforderliche Position gebracht werden. Bei einem dieser Montageschritte muss unbedingt vermieden werden, dass die Ventile zur Betätigung der Pressen in eine der folgenden Konstellationen kommen:

- (1) Ventil E geschlossen, und Ventile B oder D offen.
- (2) Ventile A oder C geschlossen, und Ventil F offen.
- (3) Ventile D, E und A offen.
- (4) Ventile B und D geschlossen.
- (5) Ventil B offen, und Ventil A geschlossen.
- (6) Ventil D geschlossen, und Ventile B und E offen.
- (7) Ventile B und C geschlossen, und Ventile D und E offen.

Es gibt nur eine bestimmte Stellung, bei der alle genannten Konstellationen vermieden werden, welche?

Lösung: A, B, und F geschlossen, C,D und E offen

Logelei 57 (Logische Knocheien)

Ein Gebrauchtwagenhändler steht im Verdacht, wissentlich 7 PKW mit je einem verdeckten betriebsgefährlichen Schaden als mängelfrei verkauft zu haben. Jeder Schaden betrifft ein anderes Fahrzeugteil. Im Zuge der Ermittlungen ist bekannt geworden:

- (1) Der VW hat keinen Schaden an der Elektrik oder am Getriebe oder an der Lenkung.
- (2) Die Lenkung am Opel und am Ford war in Ordnung.
- (3) Am BMW, am Opel und am Ford sind keine Schäden an der Elektrik oder am Getriebe festgestellt worden.
- (4) Beim Mercedes waren die Elektrik, die Bremse, die Karosserie und die Kupplung mängelfrei.
- (5) Wenn der Renault ein schadhafte Lenkung hat, dann hat der Mercedes ein intaktes Getriebe.
- (6) Wenn der Opel mit einem Karosserieschaden übergeben wurde, dann sind das Fahrwerk des Renault und die Bremsen des BMW ohne Mängel.
- (7) Wenn die Kupplung des Ford schadhafte war, dann waren beim Renault sowohl Elektrik als auch Getriebe einwandfrei.

Quellen

- [1] G. Süßmuth, *Logische Knobeleyen*, Harri Deutsch 2001
- [2] D. St. Paul Barnard, Otto Botsch, *Hirnverzwirner mit und ohne Mathematik*, Aulis 1977
- [3] O. Zich, A. Kolman, *Unterhaltsame Logik*, Teubner 1973
- [4] Martin Mettler, *Monoid, Kollektaneen*, 1992
- [5] G. Süßmuth, *Logiktraining mit Logikrätseln*, iwt 1991
- [6] G. Süßmuth, *Logikrätsel und logische Schlüsse*, iwt 1991
- [7] G. J. Summers, *Test your Logic*, Dover Publications 1972
- [8] W. H. Sherard III, *Logic Number Problems*, Dale Seymore 1987
- [9] verschiedene Ausgaben aus dem Archiv von *Die Zeit*, www.zeit.de