

# Binärmeter – wie groß bist du?

Monika Musilek<sup>\*</sup>, Volkmar Putz<sup>†</sup>

## Zusammenfassung

Die forschungsgeleitete Entwicklung eines neuen Exhibits zu Binärzahlen für das Haus der Mathematik an der PH Wien wird beschrieben. Hierbei handelt es sich um ein „Binärmeter“, mit dem die Körpergröße von Kindern und Erwachsenen durch Aufeinanderstapeln von Holzbausteinen gemessen und anschließend in eine Binärzahl übersetzt werden kann. Die Länge jedes Bauklotzes entspricht dabei einer Potenz von 2 (von 1 cm bis 128 cm). Unter „Exhibit“ wird ein interaktives Ausstellungsobjekt verstanden, welches die potentiellen Besucher/innen (hier vorwiegend aus der Zielgruppe der Schüler/innen der Sekundarstufe I) nicht nur zu Aktivität, sondern auch zu Reflexion anregen soll. In die Entwicklung fließen insbesondere Überlegungen hinsichtlich Design und Eignung als Lernumgebung ein. Eine Evaluation des Exhibits durch teilnehmende Beobachtung von Schulkindern wird vorgenommen. Hier zeigt sich eine anhaltende kognitive Beschäftigung mit dem mathematischen Inhalt des Exhibits.

## Binariometer – how tall are you?

### Abstract

The research based development of a new exhibit concerning binary numbers for the „House of Mathematics“ at the University College of Teacher Education Vienna is presented. This is a „binariometer“, where the body size of children and adults can be measured by piling up wooden blocks and then be transferred to a binary number. The length of each block corresponds to a power of 2 (ranging from 1 cm to 128 cm).

The notion of „exhibit“ means an interactive object of exhibition, where potential visitors (here mostly pupils from 11 to 14 years) are not only encouraged to activity but also to reflection. The development process is especially done with regard to design and suitability as learning environment. Evaluation of the exhibit is done by participant observation of pupils. Thereby a prolonged cognitive engagement with the mathematical content of the exhibit becomes apparent.

### Schlüsselwörter:

Exhibit Design  
 Lernumgebung  
 Nichtdezimales Stellenwertsystem

### Keywords:

Exhibit design  
 Learning environment  
 non-decimal place-value notation

## 1 Einleitung

Das Haus der Mathematik der PH Wien (HdMa) ist ein Science Center und Museum mit Schwerpunkt Mathematik. Es sieht sich der Philosophie von Forschen – Entdecken – Erkennen – Lernen (FEEL) verpflichtet und bedient sich dazu unter anderem des Hands-on-Prinzips: In unserer *Erlebniswelt* können Kinder und Erwachsene an speziellen Spieltischen (Exhibits) Mathematik an-greifen und dadurch idealerweise auch be-greifen. Durch eigenständiges und spielerisches Experimentieren, verbunden mit entsprechenden Anregungen zum Nachdenken, sollen den Besuchern/Besucherinnen mathematische Zusammenhänge und Phänomene nahegebracht werden.

<sup>\*</sup> Pädagogische Hochschule Wien, Grenzackerstraße 18, 1100 Wien.

Korrespondierende Autorin. E-Mail: [monika.musilek@phwien.ac.at](mailto:monika.musilek@phwien.ac.at)

<sup>†</sup> Pädagogische Hochschule Wien, Grenzackerstraße 18, 1100 Wien.

Als „Exhibit“ definiert McLean interaktive Ausstellungsobjekte „... in which visitors can conduct activities, gather evidence, select options, form conclusions, test skills, provide input, and actually alter a situation based on input“ („... wo Besucher/innen Aktivitäten durchführen, Indizien sammeln, Optionen auswählen, Vorgaben setzen und eine Situation nach ihren Vorgaben tatsächlich beeinflussen können“). (McLean, 1996, S. 93) In diesem Sinne sollte ein neues Element für die Erlebniswelt entwickelt werden. Das gewählte mathematische Thema war ein nichtdezimales Stellenwertsystem: Ein erster Zugang zum Binärsystem sollte losgelöst aus der Zweidimensionalität von Papier und Bleistift zu einem dreidimensionalen, interaktiven Exhibit werden.

Der Entwicklungsprozess des Exhibits wurde begleitet durch Evaluationen. Die Ergebnisse halfen, den Designprozess zu unterstützen und die damit verbundenen Forschungsfragen zu beantworten:

1. Welche Designelemente muss das Exhibit aufweisen, um für Schüler/innen verschiedener Altersstufen mit unterschiedlichen Vorkenntnissen zugänglich zu sein und entdeckendes Lernen am Exhibit zu ermöglichen?
2. Inwiefern ist es den Besuchern/Besucherinnen, das Exhibit als Lernumgebung zu nutzen? Welche Aspekte treten hier in den Vordergrund? Wie viel Anleitung ist notwendig, um den Benutzern/Benutzerinnen die Handlungsanweisung zu transportieren?

## 2 Theoretische Überlegungen

Ziel unserer Überlegungen war es, ein Exhibit zu entwickeln, das PAR-interaktive Grundzüge beinhaltet. Diese werden folgendermaßen definiert:

- P steht für „physical“: Gemeint ist damit, dass eine direkte Interaktion zwischen dem Besucher/der Besucherin und dem Exhibit stattfindet, kein Computer oder anderes Medium ist dazwischengeschaltet.
- A steht für „adjustable“: Das Exhibit soll sich nicht darauf beschränken, dass ein einziges Mal ein Schalter betätigt wird, sondern soll sich an die Besucher/innen kontinuierlich anpassen.
- R steht für relevant: Das Arbeiten mit dem Exhibit unterstützt in direkter Weise die Exploration des Phänomens.

(Allen & Gutwill, 2004)

Damit verbunden gibt es eine Fülle von Eigenschaften, die ein gutes interaktives Exhibit aufweisen soll. Dazu zählen auch praktische Aspekte: Es sollte robust, für das Zielpublikum ungefährlich und möglichst wartungsarm sein, schadhafte oder fehlende Teile sollten leicht wiederzubeschaffen sein. Die eigentlich entscheidenden Anforderungen an ein gutes Exhibit sind aber pädagogisch-didaktischer Natur. Selbstverständlich muss es sich am geistigen und (ein nicht zu unterschätzender Aspekt!) körperlichen Level der Zielgruppe orientieren (Csikszentmihaly & Hermanson, 1995). Unmittelbar einsichtig ist auch, dass ein Exhibit nicht zu langwierig und mühsam sein darf, damit potentielle Besucher/innen nicht sofort abgeschreckt werden. Insbesondere muss der intellektuelle Aufwand in der ersten Auseinandersetzung mit dem Exhibit möglichst gering gehalten werden, etwa durch Vermeidung von kompliziertem Fachvokabular, zu vielen quantitativen Zusammenhängen oder komplexen Gedankenketten (Allen, 2004). Passend zur Philosophie des HdMa planten wir das Exhibit so, dass es problemlos sowohl alleine als auch von zwei bis drei Personen gemeinsam verwendet werden kann, ohne dass mit Störungen, Belästigungen bzw. Beschädigungen zu rechnen ist (Borun & Dritsas, 1997; Perry & Tisdal, 2004). Nach Norman, der in diesem Zusammenhang von „affordance“ („Aufforderung“) spricht, sollte das Design möglichst selbsterklärend sein und den Gewohnheiten der Besucher/innen entsprechen: „Plates are for pushing. Knobs are for turning. Slots are for inserting things into ... the user knows what to do just by looking.“ („Druckknöpfe sind zum Drücken da, Drehknöpfe zum Drehen, Schlitze zum hineinstecken... der/die Nutzer/in weiß nur durch Hinschauen, was zu tun ist.“) (Norman, 2013). Dabei darf die Interaktivität nicht zum Selbstzweck werden, die vom eigentlichen Thema ablenkt und den Blick auf das Wesentliche verstellt: Die interaktiven Teile eines Exhibits dürfen den/die Besucher/in nicht irritieren, sondern müssen klar auf den zu transportierenden wissenschaftlichen Inhalt Bezug nehmen (Allen & Gutwill, 2004).

Ein wichtiger Aspekt ist, die Aufmerksamkeit der Besucher/innen so lange fokussiert zu halten, bis sie den wissenschaftlichen Inhalt eines Exhibits erfasst haben. Die Besucher/innen sollen gefordert und animiert werden, indem die Aktivität in einzelne Teilschritte zerlegt wird, deren jeder hinreichende Motivation bietet (Allen, 2004). Csikszentmihalyi und Hermanson beschreiben das als „flow state“, in dem sich die Besucher/innen befinden und der nur erreicht werden kann, wenn die einzelnen Herausforderungen des Exhibits gut auf den Level der Zielgruppe abgestimmt sind (Csikszentmihalyi & Hermanson, 1995). Für das Flow-Erleben bei Kindern, unserer engeren Zielgruppe, charakteristisch sind:

- Das Kind fühlt sich den selbst gestellten Anforderungen gewachsen (Schwierigkeit der Aufgabe und Lösungskompetenz befinden sich im Gleichgewicht).
- Es konzentriert die Aufmerksamkeit auf ein begrenztes, überschaubares Handlungsfeld (die Tätigkeit läuft im Nahbereich ab).
- Auf die Aktivitäten erfolgen klare Rückmeldungen (der Handlungserfolg wird sofort erkennbar).
- Handeln und Bewusstsein verschmelzen miteinander (eine Außenwelt existiert nicht).
- Das Kind geht voll in seiner Tätigkeit auf (es überhört z. B. das Rufen der Mutter).
- Das Zeitgefühl verändert sich (es lebt ganz im Hier und Jetzt).
- Die Tätigkeit belohnt sich selbst (es bedarf keines Lobes von außen).

(Warwitz, 2016)

Perry und Tisdal präzisieren und erweitern diese allgemeine Definition des Flow-Erlebens durch das Konzept des „active prolonged engagement“ (APE) („aktive, anhaltende Beschäftigung“) (Perry & Tisdal, 2004): Die Interaktivität soll nicht nur eine Möglichkeit zur Betätigung und Unternehmung sein, sondern muss auch Raum und Gelegenheit für tiefere kognitive Erfahrungen bieten. „Hands-on“ und Aktivität allein sind nicht genug (sonst wird daraus ein bloßes Spielen), es muss als integraler Bestandteil des Exhibits auch fachliche Reflexion angeregt werden (Gutwill-Wise, Soler, Allen, Wong & Rezny, 2000). Unterstützt werden kann der sofortige (und auch nachträgliche) Reflexionsprozess durch affektives Lernen (Caulton, 1998). Das kann man erreichen, indem etwa ein emotional besetztes Thema zum Transport der wissenschaftlichen Inhalte verwendet wird (Pearce, 2003; McLean, 2003).

Ein Exhibit stellt eine Lernumgebung im konstruktivistischen Sinne dar. Im moderaten Konstruktivismus geht man davon aus, dass Lernen ein Prozess ist, bei dem eine aktive individuelle Erarbeitung und iterative Konstruktion von eigenem Wissen passiert. Das neu zu erarbeitende Wissen muss mit dem vorhandenen Vorverständnis verknüpft werden, also an das Vorwissen, die Vorerfahrungen, die persönlichen Interessen, Überzeugungen, Gefühle und auch die Identifikation mit den Lerninhalten anknüpfen (siehe z. B. Gerstenmaier und Mandl (1995), Duit (1995), Labudde (2000)).

Aus konstruktivistischer Sicht soll eine gute Lernumgebung, als welche dieses Exhibit gestaltet werden sollte, fünf Grundzüge beachten: Sie sollte authentisch und situiert sein, kognitiv aktivierend wirken, multiple Perspektiven und Kontexte anbieten, sozialen Kontext bereitstellen und erkennbare Freiheitsgrade anbieten (Pawek & Euler, 2009, S. 21). All diese hier genannten Aspekte beeinflussten das Design unseres Exhibits „Binärmeter“.

### 3 Methoden

Die Entwicklung des Exhibits erfolgte theoriegeleitet basierend auf den vorangestellten Überlegungen. Die Ergebnisse und Überlegungen zu diesem Entwicklungsprozess werden im nächsten Abschnitt vorgestellt. Ergänzt wurde dieser Prozess durch eine uns notwendig erscheinende Begleitung durch Evaluationen.

„Evaluation ist viel mehr als Erfolgskontrolle. Evaluieren bedeutet Entdecken, den verborgenen Wert eines Programms, einer Methode oder eines Lernergebnisses wahrnehmen. Evaluieren bedeutet auch Benennen, aus der Vielzahl möglicher Variablen dem Wesentlichen einen Namen geben. Evaluation nimmt einen Wert wahr und gibt einem Wert Wirksamkeit. Evaluation beschreibt Qualität, erschafft Qualität und vermag sie zu legitimieren“ (Wesseler, 2009, S. 1031).

Als Einstieg in den Exhibit-Design-Prozess wurde eine Front End Analyse durchgeführt. Diese Analyse sollte die inhaltliche Zielsetzung des Exhibits festmachen, die Wünsche des „Leitungsteams“ im HdMa erheben und vor allem genau erörtern, für wen dieses Exhibit gedacht ist. Während des Prozesses wurde durch formative Evaluationen stets versucht, durch Rückmeldungen von den Mitarbeitern/Mitarbeiterinnen im HdMa und Beobachtungen nach Ersteinstallation noch Anregungen in das Exhibit Design aufzunehmen.

Nach dem Abschluss des Exhibit-Designs und der erfolgreichen Installation im Haus der Mathematik der PH Wien sollte eine erste summative Evaluation erheben, ob wir unsere Zielsetzung erreicht haben, nämlich ein PAR-Exhibit als Lernumgebung ins Haus der Mathematik zu implementieren. Besonders interessant für uns war zu erforschen, ob alle unsere Designüberlegungen bei den Besuchern/Besucherinnen auch so, wie wir sie uns wünschten, angekommen sind.

Als Methode wählten wir hierzu eine teilnehmende Beobachtung aus. Diese qualitative Methode ermöglicht es, Interaktionen von Personen mit anderen bzw. auch mit einem Exhibit direkt zu beobachten. (Flick, 2010)

Beobachtungen mit einzubeziehen ist für jeden Modus der Datenerhebung unumgänglich, da das Beobachten eigentlich die Bedingung für jede empirische Datenerhebung ist (Bortz & Döring, 2006, S. 237). Im Speziellen ist jedoch eine bestimmte methodische Beobachtung gemeint, weil diese im Gegensatz zur simplen Alltagsbeobachtung stärker auf ein Ziel gerichtet und kontrolliert wahrgenommen wird (Altrichter & Posch, 2007, S. 138). Durch das Verfahren der teilnehmenden Beobachtung werden subjektive Wahrnehmungen der beobachtenden Person notiert und mit den Ergebnissen der Auswertung in Verbindung gebracht. Der Grund für diese Methodenwahl liegt in den praktischen Abläufen im Haus der Mathematik: Es ist die Aufgabe der Mitarbeiter/innen, bei den Besuchern/Besucherinnen Interesse für unterschiedliche Exhibits zu wecken, einen ersten Impuls für den Beginn der Beschäftigung damit zu setzen und je nach Bedarf mehr oder weniger behutsame weitere Unterstützung zu leisten. Damit ergibt sich automatisch eine gemeinsame Benützung der Exhibits durch Mitarbeiter/innen und Besucher/innen, was eine wesentlich engere und detailliertere, zugleich aber unaufdringlichere und weniger irritierende Beobachtung des Nutzerverhaltens ermöglicht, als es durch externe Beobachter, Videokameras oder schriftliche Befragungen möglich wäre.

Beobachtet wurde während Veranstaltungen im Haus der Mathematik, wobei der selektive Blick darauf gelegt wurde, welche Aktivitäten beim Exhibit Binärmeter ausgeführt wurden. Da wir ein Exhibit schaffen wollten, das für alle Altersgruppen zugänglich ist, wurde beim Sampling keine spezielle Vorauswahl getroffen. Wir wählten einfach die ersten Veranstaltungen nach Installation des Exhibits aus. Die Besucher/innen waren dementsprechend sehr vielfältig: 18 Kinder einer NMS (8. Schulstufe), darunter 4 Integrationskinder, 25 Schüler/innen einer AHS (7. Schulstufe), darunter 2 Flüchtlingskinder, 21 Schüler/innen einer 13. Schulstufe und im Rahmen einer Samstagsöffnung auch Erwachsene.

## 4 Ergebnisse und Diskussion

### 4.1 Front End Analyse

Das Leitungsteam des HdMa wurde neu zusammengestellt, und im Zuge dieser organisatorischen Veränderung sollte ein neues, andersartiges Exhibit entstehen. Die inhaltliche Idee „nichtdezimales Stellenwertsystem“ kam vom Gründer des HdMa Dr. Gerhard Lindbichler, für die didaktische Umsetzung verantwortlich waren die Autorin und Dipl. Päd. Monika Miller. Die technische Ausarbeitung übernahm die Tischlerei König aus Ardagger in Niederösterreich.

Um uns die Zielgruppe bewusst zu machen, erhoben wir Daten aus dem Studienjahr 2015/16. In diesem Jahr besuchten über 1600 Schüler/innen das Haus der Mathematik. Über 50 % der Besucher/innen kamen aus der Sekundarstufe I. Das neu entwickelte Exhibit „Binärmeter“ sollte daher vorwiegend Schüler/innen in der Altersgruppe 11 bis 14 Jahre als Lernumgebung dienen, ist aber für beliebige Altersgruppen geeignet.

## 4.2 Design Binärmeter

Das Binärmeter ist ein Messgerät, mit Hilfe dessen man die eigene Körpergröße bestimmen kann. Seine Hauptbestandteile sind eine U-Profil-förmige, senkrecht mit der offenen Seite nach vorne montierte Säule, acht quaderförmige Holzbausteine mit quadratischer Grundfläche und eine Kreidetafel. Alle quaderförmigen Bausteine haben dieselben Abmessungen der quadratischen Grundfläche, sie weisen aber verschiedene Farben und verschiedene Höhen auf. Letztere entsprechen den Potenzen von 2: Sortiert man die Bausteine der Höhe nach, so stellt man fest, dass die größte Höhe 128 cm beträgt. Jeder nächstkleinere Baustein hat jeweils die Hälfte der Höhe seines Vorgängers. Die Tafel ist passend zu den Farben der Bausteine (und den dazugehörigen Höhen) codiert und zusätzlich mit Zahlenwerten beschriftet: Die Farbe des Bausteins mit der Höhe 128 cm findet sich auf der Tafel ganz links wieder. Zugehörig findet man die Zahl 128 und die Zahl in Potenzschreibweise mit Basis 2, also  $2^7$ . Analog findet man die Farbcodierungen und Zahlenwerte der anderen Bausteine in der Reihenfolge von links nach rechts mit fallenden Zahlenwerten bzw. fallenden Potenzen sortiert auf der Tafel vermerkt.

Will man nun die Körpergröße einer Person mit Hilfe des Binärmeters bestimmen, so muss man die Bausteine so aufeinander in die (von den Abmessungen her genau passende) Öffnung der U-Profil-förmigen Säule stapeln, dass die Körpergröße „optimal“ durch die Bausteine ausgemessen wird.

Der Transfer in die Binärdarstellung passiert anschließend aufgrund der farblichen Codierung der Bausteine: Ist ein Baustein einer Farbe verwendet worden, wird eine 1 in der richtigen Spalte auf die Tafel notiert, wurde er nicht verwendet, so wird eine 0 vermerkt.



Abbildung 1: Exhibit „Binärmeter“.

### 4.2.1 Designentscheidungen

Der in der Abbildung 1 dargestellten Endausfertigung des Exhibits liegen einige wesentliche Designentscheidungen zugrunde, die aus fachdidaktischer Sicht theoriebasiert und aufgrund von Evaluierungen getroffen wurden.

- Designentscheidungen „Bausteine“

Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche musste so gewählt werden, dass keine Verwechslung mit der Höhe der Bausteine beim Einsortieren in die Säule passieren kann, sie durfte somit keine Länge irgendeiner

Potenz von 2 haben. Andererseits sollten die Bausteine haptisch gut fassbar sein, d. h. die quadratische Grundfläche sollte nicht zu groß sein, um ein Hantieren – unter Umständen mit nur einer Hand – zu ermöglichen. Als optimale Abmessung für die quadratische Grundfläche ergab sich somit eine Kantenlänge von 12 cm.

Lange wurde überlegt, ob aus Sicherheitsgründen der Baustein mit der größten Höhe in der Säule direkt fixiert werden sollte. Wir entschieden uns aber bewusst dagegen: Das Exhibit soll allen Besuchern/ Besucherinnen eine aktive Auseinandersetzung ermöglichen. Da wir in Zukunft das Haus der Mathematik auch für jüngere Kinder öffnen wollen, wäre es unklug, wenn mit diesem Exhibit nur Kinder ab einer Körpergröße von 128 cm gemessen werden können. Aber der für uns wichtigste Grund war, dass man nur durch das „aktive“ Bewegen des Bausteins erlebt, fühlt und begreift, wie „mächtig“ er ist. Erst durch das Hinstellen wird das Konzept „diesen größten Bauteil muss man verwenden, wenn man größer als 128 cm ist“ sinnlich erfahrbar. Das Gewicht selbst dieses größten Bausteins ist für Kinder bewältigbar (CEUD, Centre for Excellence in Universal Design, 2002), und es wird dadurch sowohl der visuelle als auch der haptische Lerntyp angesprochen. Die Interaktivität, das Stapeln leichter und schwerer Klötze, ist dabei wie oben gefordert kein reiner Selbstzweck, sondern dient direkt dem Erfassen von Größenverhältnissen, nämlich jenen von Zweierpotenzen.

Wie Caulton (1998) vorschlug, begleiteten wir den Exhibit-Entwicklungsprozess mit Evaluationen. Eine wichtige Erkenntnis aus einer formativen Evaluation war die folgende: Ursprünglich wollten wir die Bausteine nicht nur farblich codieren, sondern auch mit den Zahlenwerten in Dezimalschreibweise auf einer Seitenfläche und der zugehörigen Potenz zur Basis zwei auf der gegenüberliegenden Seitenfläche versehen. Bei nahezu allen Versuchspersonen beobachteten wir aber, dass nur aufgrund der farblichen Codierung der Bausteine der Eintrag der Nullen und Einsen auf der Tafel erfolgte. Eine Versuchsperson äußerte sich darüber folgendermaßen: „Das ist ja ein Umweg, hier über die Zahlendarstellung zu gehen.“

Auch Allen weist darauf hin: Ein gut designtes Exhibit „de-emphasize[s] [...] anything requiring memorization (e.g., detailed vocabulary, quantitative relationships), or anything requiring long chains of inference or effortful thinking.“ (Ein gutes Exhibit „verzichtet möglichst auf alles, was Memorieren (z. B. detailliertes Vokabular, quantitative Zusammenhänge) oder lange Schlussketten bzw. aufwändige Gedankengänge benötigt.“) (Allen, 2004, S. 19). Daher ließen wir die Beschriftung in der Endausfertigung weg.

Eine weitere Designentscheidung bezüglich der Bausteine musste dahingehend getroffen werden, wo die einzelnen Bausteine aufbewahrt werden sollten. Es wäre die Möglichkeit bestanden, sie „sortiert“ aufzubewahren. Wir haben davon bewusst Abstand genommen: Als wichtiges pränumerisches Konzept ist die Seriation (= Reihenbildung) anzusehen. Sie bezeichnet die Fähigkeit, Objekte nach bestimmten Kriterien in eine Anordnung zu bringen. So zum Beispiel Gegenstände von klein nach groß ordnen zu können. Die Design-Entscheidung fiel hier eindeutig zugunsten der unstrukturierten Aufbewahrung in der Kiste unterhalb der Tafel aus, damit die Besucher/innen genau hier ihre Fertigkeiten unter Beweis stellen können.

- Designentscheidungen „Tafel“

Sobald das Stapeln der Klötze beendet ist, wird die durch das Prinzip des „active prolonged engagement“ (APE) geforderte Reflexionsphase induziert durch die implizite (durch die Farbcodierung) oder auch explizite (durch die Informationskarte oder durch die Mitarbeiter/innen) Aufforderung, die entsprechende Binärzahl an die Tafel zu schreiben.

Betrachtet man die Gestaltung der Tafel genauer, fällt wie schon mehrfach besprochen die zu den Bausteinen passende farbliche Codierung auf. Die Repräsentationen der Höhe eines Bausteins auf zwei Arten, in Dezimalschreibweise und als Potenzschreibweise zur Basis 2, sind inhaltsimmanent. Doch als weiteres Designelement fallen einem die hellen Zwischenräume auf: diese setzten wir absichtlich ein, weil durch dieses Strukturelement eine Verknüpfung zu einer Tabelle, oder genauer formuliert: eine Verknüpfung zur Stellenwerttafel, forciert werden kann. Das mathematische Konzept, das mit Hilfe einer Stellenwerttafel veranschaulicht wird, ist unter anderem, dass die Bedeutung einer Ziffer in einer mehrstelligen Zahl von ihrer Position abhängt. Dieses Konzept gilt – im Binärmeter für Schulkinder sichtbar – auch für eine Zahlendarstellung mit einer anderen Basis als 10.

Es fällt auf, dass es nicht nur eine Zeile zur Eintragung der Körpergröße in Binärdarstellung gibt, sondern zwei: Mit dieser zweizeiligen Ausführung wollen wir die Möglichkeit bieten, mit der Binärdarstellung weiter zu arbeiten: Im Sinne eines „active prolonged engagement“ wird hier die Möglichkeit für eine tiefere kognitive Auseinandersetzung mit dem Thema gegeben. Es kann zum Beispiel erkundet werden, welche Strategien man anwenden kann, um zwei Zahlen in Binärdarstellung vergleichen zu können. Wie lässt sich die Strategie des Ordnen von Zahlen in der Dezimaldarstellung auf die Binärdarstellung übertragen? Aber auch noch

weitergehende Überlegungen kann man anstellen: Wie kann man den Unterschied in der Körpergröße bestimmen? Einfaches Rechnen in Binärdarstellung kann hier angeregt werden. Diese Art der Auseinandersetzung wird im Rahmen der Exploration initiiert durch unsere Mitarbeiter/innen: Eine Erkenntnis aus der konstruktivistischen Lerntheorie ist, dass Lernen dann erfolgreich passiert, wenn eine Balance zwischen der Instruktion von außen und der Konstruktion im Inneren des Lernenden stattfindet. Duit weist darauf hin, dass in diesem Prozess daher unsere Mitarbeiter/innen im Sinne von Wissens-Entwicklungshelfern/-innen agieren sollen (Duit, 2007, S. 9). Eingehend auf die Bedürfnisse der gerade am Exhibit arbeitenden Besucher/innen können die Mitarbeiter/innen eine Auseinandersetzung mit diesen tiefer gehenden Inhalten anbieten. Großes Augenmerk muss hier allerdings auf den Dialog im „Mathematisieren“ und auf die Niveauangemessenheit der Erläuterungen gelegt werden.

• Designentscheidungen „Informationskarte“

Prinzipiell sollte das Exhibit dem Kriterium genügen, dass es selbsterklärend ist. Viele Besucher/innen lernen auch aufgrund der Beobachtung von anderen Besuchern/Besucherinnen, die gerade am Exhibit arbeiten. Auch unsere Mitarbeiter/innen können die Besucher/innen zur Arbeit am Exhibit hinführen. Trotzdem wollten wir gerade für visuelle Lerner/innen eine Kurzbeschreibung der Vorgehensweise anbieten. Wir entschieden uns daher in Analogie zum Exhibit Fibonacci dazu, eine kurze, möglichst verständliche und einfache Handlungsanweisung hinzuzufügen (Ilias & Varelja, 2011).

Wichtig war uns dabei nicht nur die Einfachheit der Sprache, sondern auch die Lesbarkeit für unsere Zielgruppe. Daher verwenden wir auf der Informationskarte die serifenlose Schriftart „AbeeZee“. Sie entspricht allen Kriterien einer Schriftart, die für legasthene Menschen gut lesbar ist und wurde auch extra für Leseanfänger/innen entwickelt (Koujou & Engel, 2012, S. 16).

Passend zum Designkonzept des HdMa wird der mathematische Begriff „Binärdarstellung“ auf der Informationskarte fett und schattiert dargestellt: Das dient als Hinweis, dass auf der Rückseite der Karte der Begriff (sehr niederschwellig) erläutert wird. Dazu wird noch gemäß des Prinzips des Lernens an Beispielen eine durchgeführte Messung gezeigt.



Abbildung 2: Vorder- und Rückseite der Informationskarte zum Binärmeter.

#### 4.2.2 Exhibit „Binärmeter“ – eine Lernumgebung

Die Entwicklung des Exhibits war begleitet von intensiver Auseinandersetzung mit der Theorie zum Design eines Ausstellungsobjekts, das versucht, PAR- und APE-Prinzipien zu verwirklichen. Leitideen waren, wie wir eingangs erläutert haben, aber auch Kriterien für Lernumgebungen. In diesem Abschnitt wollen wir noch einmal die fünf wichtigsten Kriterien in Beziehung zum Exhibit Binärmeter im HdMa setzen.

Das Exhibit soll ...

- ... authentisch und situiert sein:

Mit Hilfe des Exhibits „Binärmeter“ kann die eigene Körpergröße bestimmt werden. Durch diesen persönlichen Aspekt gewinnt der durch das Exhibit vermittelte Lerninhalt an Bedeutung für den/die Lerner/in, insbesondere das affektive Lernen wird unterstützt.

Aufgrund seiner Bedeutung in der Digitaltechnik ist das Binärsystem neben dem Dezimalsystem das wichtigste Zahlensystem.

- ... multiple Perspektiven und Kontexte anbieten:

Das Exhibit ist eingebettet in die Erlebniswelt im Haus der Mathematik. Die multiple Perspektive auf die Binärdarstellung ist hier eindeutig gegeben: Bei einem Besuch im Haus der Mathematik wird im Rahmen der Begrüßung ein „Zaubertrick“ durchgeführt, bei dem die Binärdarstellung den mathematischen Hintergrund liefert. Die Möglichkeit, eine binäre Uhr zu gestalten (mit Hilfe einer Lampenleiste und auch als Armbanduhr), ist ebenfalls Thema. Durch das Einschalten bzw. Nichteinschalten von Lampen wird die mögliche Darstellung einer Zahl in Binärdarstellung sichtbar.

Eine erste Begegnung mit dem Phänomen, dass Zahlen auch in anderen Formen dargestellt werden können, ist in der Auseinandersetzung mit den römischen Zahlen zu sehen, wie sie mit den Lehrplänen der Sekundarstufe 1 verträglich ist. Und genau diesen Inhalt greifen wir in unserem (von der Erlebniswelt getrennten, aber bei jedem Besuch im HdMa inkludierten) Museum zur Geschichte der Mathematik auf: Hier wird ein Würfelspiel angeboten, bei dem die römische Zahlenschreibweise thematisiert wird.

Bezug nehmend auf das Konzept des exponentiellen Wachstums gibt es in der Erlebniswelt ein weiteres Exhibit, welches das rasche größer Werden der Potenzen mit wachsendem Exponenten veranschaulicht: Hier ist die Exponentialfunktion zur Basis 2 dargestellt und diese wird in Bezug zur steten Verdopplung von einem Geldbetrag von 1 Cent gesetzt. Auch die Auseinandersetzung mit unserem Exhibit „Turm von Hanoi“ bietet einen Zugang zu Potenzen zur Basis 2, indem man die Anzahl der notwendigen Züge zur Umschichtung der Scheiben untersucht.

- ... kognitiv aktivierend wirken:

Unser Anliegen war es, eine Form der nichtdezimalen Zahlendarstellung in Form eines Exhibits aufzubereiten, das für Schüler/innen verschiedener Altersstufen mit unterschiedlichen Vorkenntnissen gleichermaßen intuitiv zugänglich ist. Das Exhibit ermöglicht einen enaktiven Zugang zum Binärsystem, der Transfer in eine einfache symbolische Ebene wird durch das Anschreiben auf der Tafel gefördert.

Das neue Exhibit ermöglicht, dass Schüler/innen durch eigenständige Exploration Erkenntnisse gewinnen. Sie müssen dazu eine Vorgehensweise planen, durchführen und ihr Tun ebenso reflektieren und daraus Schlüsse ziehen. Bei der interaktiven Auseinandersetzung mit dem Exhibit können die Besucher/innen eigenständig folgende möglichen Entdeckungen tätigen, Erkundungen be-greifen:

- Es gibt jeden Baustein genau einmal. Für die Bestimmung der Körpergröße wird er verwendet (Eintragen einer 1), oder er wird nicht verwendet (Eintragen einer 0)
- Besucher/innen weisen unterschiedliche Körpergrößen auf: Die Konsequenz daraus muss sein: Jede Körpergröße muss sich eindeutig als Summe der Höhen dieser Bausteine darstellen lassen. Mathematischer formuliert: Jede natürliche Zahl lässt sich eindeutig als Summe von Potenzen mit der Basis 2 darstellen. Wegen der Kleinheit der Basis 2 ergibt sich eine geringe Anzahl an Ziffern, nämlich nur 0 und 1. Dies beeinflusst aber die Länge der Zahlendarstellung.
- Eine Ziffernfolge von 0 und 1 kann auch eine Zahlendarstellung sein.
- Das eingetragene Messergebnis kann durch Summenbildung in die Dezimaldarstellung übertragen werden.

- ... sozialen Kontext bereitstellen:

Das Exhibit wurde so geplant, dass ein gemeinsames Explorieren in der Kleingruppe möglich ist, bei jüngeren Kindern sogar die Kooperation beim Stapeln der Bausteine erforderlich ist. Um die eigene Körpergröße mit dem Binärmeter bestimmen zu können, muss vom Besucher/von der Besucherin ein Plan entworfen und dieser den anderen erklärt werden. In der Diskussion zur Durchführung oder bei der Auswahl des nächsten geeigneten Bausteins ist die soziale Interaktion erwünscht. Der Austausch der Gedanken, das Beschreiben der Vorgangsweise sind wesentliche Fertigkeiten, die hier zur Anwendung kommen.

Wie schon weiter oben erwähnt, werden die Besucher/innen bei der Arbeit am Exhibit von eigens dafür ausgebildeten Mitarbeitern/Mitarbeiterinnen, den „Explainer/innen“ unterstützt. Diese Unterstützung dient unter anderem auch dazu, um den APE-Gedanken Rechnung zu tragen.



- ... erkennbare Freiheitsgrade anbieten:

Die Arbeit mit dem Binärmeter ist ergebnisoffen und erfordert von den Schülern/Schülerinnen Kreativität und eigene Entscheidungen: Macht es einen Unterschied, die Bausteine tatsächlich der Größe nach zu stapeln, oder liefert eine andere Anordnung dieselbe Körpergröße in Binärdarstellung? Den Besuchern/Besucherinnen ist es freigestellt, ob sie am Exhibit alleine, im Team oder durch die Mitarbeiter/innen angeleitet arbeiten.

### 4.3 Summative Evaluation – Wirksamkeit des Exhibits

Der Einstieg in die Exploration des Exhibits Binärmeter erfolgte in den Besuchsgruppen auf unterschiedlichste Art und Weise:

In manchen Gruppen (meist zwei bis drei Kinder) wurde das Exhibit einfach ohne gesonderte Aufforderung genutzt, so wie es mit den anderen Exhibits im HdMa üblich ist. Bei dieser Art des Einstiegs wurde beobachtet, dass zuerst die Vorderseite der Informationskarte gelesen wurde und die Kinder dann sofort ins gemeinsame Tun kamen. Die Rückseite blieb meist unbeachtet. In den anderen Fällen wurden unsere Mitarbeiter/innen aktiv, so wie es im HdMa ebenfalls üblich ist: Wir bieten einige Stationen an, bei denen die ersten erklärenden Worte von einer Mitarbeiterin/einem Mitarbeiter kommen. Im Sinne des entdeckenden Lernens und des Zulassens, dass eigenständig Entdeckungen getätigt werden können, sind die Mitarbeiter/innen hierbei nur Wegbegleiter/innen.

Interessant festzuhalten ist, dass aber, sobald das Exhibit von einer ersten Gruppe genutzt wurde, eine Art Schneeballeffekt unter den Kindern in Gang gesetzt wurde. Sie machten sich untereinander aufmerksam, dass es hier etwas zu erkunden gibt: „Weißt du schon, wie groß du bist, ich bin  $(10010100)_2$  cm groß.“ Nur durch Zuschauen wissen sie, wie man das Exhibit nutzen kann. Durch solche Aussagen wurde dann natürlich provoziert, einen Vergleich der Körpergrößen anzustellen.

Im Rahmen der teilnehmenden Beobachtung konnten wir feststellen, dass unser Anliegen, eine Lernumgebung für die Kinder zu gestalten, gut angekommen ist: Das Wissen um die eigene Körpergröße, das Nachweisen, dass man tatsächlich so ist, trifft den Punkt der Bedeutsamkeit für die Kinder enorm. Wir haben beobachtet, dass das Exhibit nie von einer Person alleine gemacht worden ist (anders als bei einigen weiteren Exhibits im HdMa). Hier half man sich gegenseitig beim Stapeln der Bausteine, beim Überprüfen, ob die Höhe der Bausteine schon der Körpergröße entspricht. Rege Diskussionen entstanden, ob man wirklich von groß nach klein stapeln muss, oder ob die Reihenfolge, in der die Bausteine aufeinander gestellt werden, unerheblich ist.

Interessant war auch das Bedürfnis der Kinder, einander gegenseitig zu helfen: In einer Situation sollte sich ein Kind zur Messung aufrecht – möglichst groß – hinstellen. Da es das aufgrund seiner körperlichen Einschränkungen nicht gut schaffte, wurde es von zwei weiteren Kindern unterstützt.

Die kognitiven Ziele betreffend, sehen wir die Wirksamkeit des Exhibits ebenfalls erfüllt: In der Interaktion, in den Gesprächen der Besucher/innen über das Exhibit konnte man erkennen, dass es uns gelungen ist, einen ersten Zugang zu einem nichtdezimalen Stellenwertsystem zu legen. Die Angabe der eigenen Körpergröße in Binärdarstellung gegenüber anderen Kindern gibt uns diesen Hinweis. „Diese Zahl ist aber lang zu sagen“, meinte ein Kind bezogen auf die soeben gehörte Ziffernfolge einer Mitschülerin. Hier sehen wir das Ziel erfüllt, dass das Kind erkannt hat, dass es sich um eine Zahlendarstellung handelt und dass die geringe Anzahl an Ziffern eine größere Länge der Zahlendarstellung nach sich zieht. Der Vergleich der Körpergrößen, die auf der Tafel notiert wurden, passierte dann aufgrund einer Frage der Mitarbeiter/in. Aber auch hier wurde erkennbar, dass die Kinder gute, aus dem Dezimalsystem übertragbare Strategien haben, die Lösung dazu zu finden.

## 5 Resümee und Ausblick

Der Exhibit-Entwicklungsprozess ist nun finalisiert. Dass die Ideen, die in dieses Exhibit Eingang gefunden haben, bei den Besuchern/Besucherinnen tatsächlich auch ankommen, konnten wir in einer ersten Evaluation zeigen. Die Ergebnisse dieser Evaluation sollten uns helfen, Schlüsselfaktoren für ein gelungenes Exhibit zu identifizieren und darauf aufbauend weitere Exhibits für das Haus der Mathematik zu entwickeln.

Auf unsere Forschungsfragen haben wir klare Antworten erhalten:

1. Welche Designelemente muss das Exhibit aufweisen, um für Schüler/innen verschiedener Altersstufen mit unterschiedlichen Vorkenntnissen zugänglich zu sein und entdeckendes Lernen am Exhibit zu ermöglichen?

Die suggestive Gestaltung des Exhibits im Sinne von „affordance“ ergibt sich einerseits durch die Abmessungen (die Klötze passen auf genau eine Weise exakt in die Öffnung der U-Profil-förmigen Säule), andererseits stellt die Farbcodierung den Bezug zum entsprechend einzutragenden Stellenwert auf der Kreidetafel her. Beides hat sich im Rahmen der summativen Evaluation als gut funktionierend herausgestellt. Auch die weitere kognitive Beschäftigung mit der Materie ist nach unseren Erkenntnissen gegeben, wozu sicherlich auch die Wahl einer emotional besetzten „Hintergrundgeschichte“ (Körpergröße vergleichen) für das mathematische Thema beiträgt.

2. Inwiefern ist es den Besuchern/Besucherinnen möglich, das Exhibit als Lernumgebung zu nutzen? Welche Aspekte treten hier in den Vordergrund? Wie viel Anleitung ist notwendig, um den Benutzern/Benutzerinnen die Handlungsanweisung zu transportieren?

Als Lernumgebung funktioniert das Binärmeter hervorragend. Die Besucher/innen brauchen wenig oder gar keine Ermunterung und Anleitung, um sich damit auseinanderzusetzen. Dies, gemeinsam mit erfolgreicher kognitiver Beschäftigung, ist ein gutes Kriterium für eine erfolgreiche Lernumgebung. Selbst die Hinweise auf der Rückseite der Informationskarte werden meist nicht benötigt. Sobald eine Kleingruppe mit dem Exhibit gestartet hat, folgen die nächsten ohne weiteres Zutun der Mitarbeiter/innen von selbst.

Das Haus der Mathematik ist ein außerschulischer Lernort. Wir haben versucht, den mathematischen Inhalt „nichtdezimales Stellenwertsystem“ in ein be-greifbares Exhibit umzusetzen. Das Erforschen und Entdecken dieses Stellenwertsystems soll aber nicht nach dem Besuch im HdMa beendet sein. Die Idee soll nach dem Besuch im HdMa im Unterricht aufgegriffen werden können. In einem weiteren Projekt wollen wir eben diesen Transfer unterstützen: Wir werden dazu Unterstützungsangebote für Pädagogen/Pädagoginnen entwickeln.

#### Literatur

- Allen, S. (2004). Designs for learning. Studying science museum exhibits that do more than entertain. *Science Education*, 88 (S1), S17-S33. <http://dx.doi.org/10.1002/sci.20016>
- Allen, S. & Gutwill, J. (2004). Designing With Multiple Interactives. Five Common Pitfalls. *Curator: The Museum Journal*, 47 (2), 199–212. <http://dx.doi.org/10.1111/j.2151-6952.2004.tb00117.x>
- Altrichter, H. & Posch, P. (2007). *Lehrerinnen und Lehrer erforschen ihren Unterricht. Unterrichtsentwicklung und Unterrichtsevaluation durch Aktionsforschung* (4., überarbeitete und erweiterte Auflage). Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- Bortz, J. & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation. Für Human- und Sozialwissenschaftler ; mit 87 Tabellen* (Springer-Lehrbuch Bachelor, Master, 4., überarb. Aufl., [Nachdr.]). Heidelberg: Springer-Medizin-Verl.
- Borun, M. & Dritsas, J. (1997). Developing Family-Friendly Exhibits. *Curator: The Museum Journal*, 40 (3), 178–196. <http://dx.doi.org/10.1111/j.2151-6952.1997.tb01302.x>
- Caulton, T. (1998). *Hands-on exhibitions. Managing interactive museums and science centres*. London: Routledge.
- CEUD, Centre for Excellence in Universal Design. (2002). *What is Universal Design? Definition*. Zugriff am 18.11.2016. Verfügbar unter <http://universaldesign.ie/What-is-Universal-Design/>

- Csikszentmihaly, M. & Hermanson, K. (1995). Intrinsic motivation in museums: Why does one want to learn? In J. H. Falk & L. D. Dierking (Eds.), *Public institutions for personal learning. Establishing a research agenda* (pp. 67–77). Washington, D.C.
- Duit, R. (1995). Zur Rolle der konstruktivistischen Sichtweise in der naturwissenschaftsdidaktischen Lehr- und Lernforschung. *Zeitschrift für Pädagogik*, 41, 905–923.
- Duit, R. (2007). Alltagsvorstellungen und Physiklernen. In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler (Hrsg.), *Physikdidaktik. Theorie und Praxis* (Springer-Lehrbuch, S. 1–26). Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Flick, U. (2010). *Qualitative Sozialforschung. Eine Einführung* (Rororo Rowohlts Enzyklopädie, Bd. 55694, 3. Aufl.). Reinbek bei Hamburg: rowohlts enzyklopädie im Rowohlt Taschenbuch Verlag.
- Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. *Zeitschrift für Pädagogik*, 41 (6), 867–888.
- Gutwill-Wise, J., Soler, C., Allen, S., Wong, D. & Rezny, S. (2000). *Revealing bodies summative evaluation* (Exploratorium, Hrsg.), San Francisco. Zugriff am 18.11.2016. Verfügbar unter [www.exploratorium.edu/partner/evaluation.html](http://www.exploratorium.edu/partner/evaluation.html)
- Ilias, P. & Vareljija, G. (2011). Hands on Fibonacci. *Erziehung und Unterricht*, 161 (3-4), 231–238.
- Koujou, S. & Engel, M. (2012). *Schriftarten für legasthene Menschen*, EÖDL - Erster Österreichischer Dachverband Legasthenie. Zugriff am 13.11.2016. Verfügbar unter [http://www.legasthenie.at/Fonts\\_Broschuere.pdf](http://www.legasthenie.at/Fonts_Broschuere.pdf)
- Labudde, P. (2000). *Konstruktivismus im Physikunterricht der Sekundarstufe II* (Schulpädagogik - Fachdidaktik - Lehrerbildung, Bd. 5). Zugl.: Bern, Univ., Habil.-Schr., 1999. Bern: Haupt.
- McLean, K. (1996). *Planning for people in museum exhibitions*. Washington, DC: Association of Science-Technology Centers.
- McLean, K. (2003). Visitor Voices. *Journal of Museum Education*, 28 (3), 3–5. <http://dx.doi.org/10.1080/10598650.2003.11510482>
- Norman, D. A. (2013). *The design of everyday things* (Revised and expanded edition). New York, NY: Basic Books.
- Pawek, C. & Euler, M. (2009). *Schülerlabore als interessefördernde außerschulische Lernumgebungen für Schülerinnen und Schüler aus der Mittel- und Oberstufe*. @Kiel, Univ., Diss., 2009.
- Pearce, M. (2003). "They said that the glass is full of friendship": Visitor stories in a memory exhibition. *Journal of Museum Education*, 28 (3), 26–30.
- Perry, D. L. & Tisdal, C. (2004). *Going APE! at the Exploratorium. Interim Summative Evaluation Report* (Exploratorium, Hrsg.), San Francisco. Verfügbar unter <https://www.exploratorium.edu/pdf/going-ape-exploratorium-interim-summative-evaluation-report>
- Warwitz, S. A. (2016). Das Phänomen des Flow-Erlebens. In S. A. Warwitz (Hrsg.), *Sinnsuche im Wagnis. Leben in wachsenden Ringen : Erklärungsmodelle für grenzüberschreitendes Verhalten* (2., erweiterte Auflage, S. 207–226). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Wesseler, M. (2009). Evaluation und Evaluationsforschung. In R. Tippelt (Hrsg.), *Handbuch Erwachsenenbildung / Weiterbildung* (3., überarb. u. erw. Aufl., S. 1031–1048). Wiesbaden: VS Verl. für Sozialwissenschaften.