r&eSOURCE http://journal.ph-noe.ac.at
Open Online Journal for Research and Education
Ausgabe XXXXXXX

Gleichförmige Bewegungen

Ein Unterrichtskonzept am Weg zur kompetenzorientierten Reifeprüfung

*Gerhard Egger**

Zusammenfassung

Beim Thema „gleichförmige Bewegungen" sollen gezielt Schüler/innen-Kompetenzen in verschiedenen Handlungsbereichen aufgebaut werden. Schwerpunkte liegen in den Bereichen Darstellen/Modellbilden und Interpretieren.

Vor allem soll an Alltagserfahrungen der Schüler/innen angeknüpft werden, und es sollen Eigentätigkeit und kooperatives Arbeiten gefördert werden. Von Schüler/innen-Gruppen erstellte Beispiele werden in der eigenen Klasse präsentiert und als Übungsmaterial zur Verfügung gestellt. Besonderes Augenmerk wird dabei auf Präsentationskompetenz und Kommunikation über Mathematik gelegt. Die Schüler/innen sollen auch zu konstruktivem fachlichen Feedback befähigt werden.

Die Beispiele werden in entsprechend gestalteten Textfiles zur Verfügung gestellt, die Lösungen in PPT-Präsentationen unter Verwendung von GeoGebra. Zum Abschluss werden die Gruppenergebnisse der Klasse vorgestellt.

Anhand des Unterrichtskonzepts soll die Rolle der Technologie am Weg zur Reifeprüfung in Mathematik aufgezeigt werden.

Uniform Motions

A concept of teaching in accordance with the new skill-centered final exam in mathematics

Abstract

Based on the topic of "uniform motions", this concept of teaching is designed to train students in various skills, the emphasis being on the areas of illustrating/developing models and interpreting.

The concept is mainly based on the everyday experience of students and is supposed to improve their independent learning skills as well as their cooperation. First of all, students present examples they have developed themselves to their classmates and in this way provide their colleagues with extra learning material. A major focus is thereby put on the skills of presentation and communication. As a next step, the students are taught how to give constructive professional feedback.

The examples are made available to the students in appropriately designed text files, the solutions are presented as ppt presentations with the help of GeoGebra. At the end the students share the results of group work-with each other.

This concept of teaching thus vividly illustrates the important role of modern technology in the context of the new "Reifeprüfung" in mathematics.

Schlüsselwörter:	*Keywords:*
Technologie im Mathematikunterricht	technology in mathematics education
Reifeprüfung	final exam
lineare Bewegung	uniform motion
Kompetenzorientierung	skill-centered

* Pädagogische Hochschule Niederösterreich, Mühlgasse 67, 2500 Baden.
E-Mail: gerhard.egger@ph-noe.ac.at

1. Mehr als Rechnen – ein Beispiel und seine Präsentation

Im konventionellen Mathematikunterricht hat oft das „Operieren" eine dominante Rolle eingenommen. Beim Einsatz von Mathematik-Technologie treten automatisch andere Kompetenzbereiche in den Vordergrund, vor allem erlangen „kommunikative" Faktoren größere Bedeutung.

Die in der Folge präsentierten Beispiele stellen nicht den Anspruch, einer standardisierten Reifeprüfung zu genügen, im Gegenteil: Sie beziehen sich auf vielfältige Weise auf diese neu zu entwickelnden Beispiele, wollen aber für Erarbeitung, Übung und Prüfung Aspekte aufzeigen, die im zentralen, standardisierten Modell nicht ausreichend berücksichtigt werden können.

Am Beginn steht eine Situation, die der Alltagserfahrung der Schüler/innen entspricht: Der Ort ist bekannt, die Abfahrtszeiten des Schiffes können im Internet gefunden werden (https://www.brandner.at/de/linienfahrten/fahrplan-preise/). Das Beispiel wird präsentiert (hier mittels einer Power-Point-Präsentation), und es sind genügend Informationen vorhanden, um „etwas auszurechnen".

Situation:

Ein Schiff der Reederei Brandner fährt um 9.40 von Dürnstein ab und kommt fahrplanmäßig um 10.05 in Krems an.

Eine Radfahrerin fährt von Krems aus dem Schiff am Donauradweg entgegen, Start ebenfalls 9.40, Geschwindigkeit 24 km/h.

Entfernung Krems – Dürnstein: 8,2 km

Abbildung 1: Beispiel Donauschiff

Doch das ist noch keine richtige Aufgabe, es fehlt eine Handlungsanweisung. Diese kann sehr offen formuliert werden oder eher an einem bestimmten Ergebnis orientiert sein. Der zunächst gestellte Arbeitsauftrag orientiert sich am „halboffenen Antwortformat", wie es für die standardisierte Reifprüfung der AHS in Österreich verwendet wird (bifie, 2013, S. 27):

Arbeitsauftrag:

Ermitteln Sie (auf eine Dezimalstelle genau), welche Strecke die Radfahrerin zurücklegen muss, bis sie am Schiff vorbeifährt!

Strecke = km

Abbildung 2: Beispiel Donauschiff - Arbeitsauftrag

Wird die Lücke mit dem numerischen Wert 4,5 gefüllt, ist die Aufgabe richtig gelöst, der Rechengang und seine Dokumentation interessieren im standardisierten Prüfungsmodell nicht.

Für den Unterricht (und auch für Schularbeiten) ist das freilich wenig befriedigend, da sollten die Überlegungen der Schüler/innen nachvollziehbar sein. Beim Einsatz von GeoGebra sind zwei unterschiedliche Vorgangsweisen möglich (Dokumentation durch Ausschnitte aus dem File):

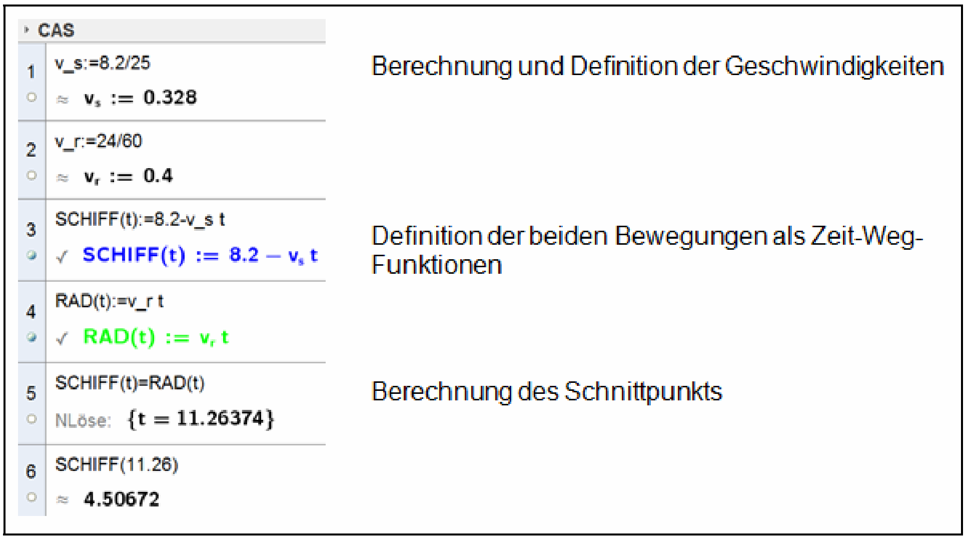

Abbildung 3: Donauschiff - rechnerische Lösung mit CAS

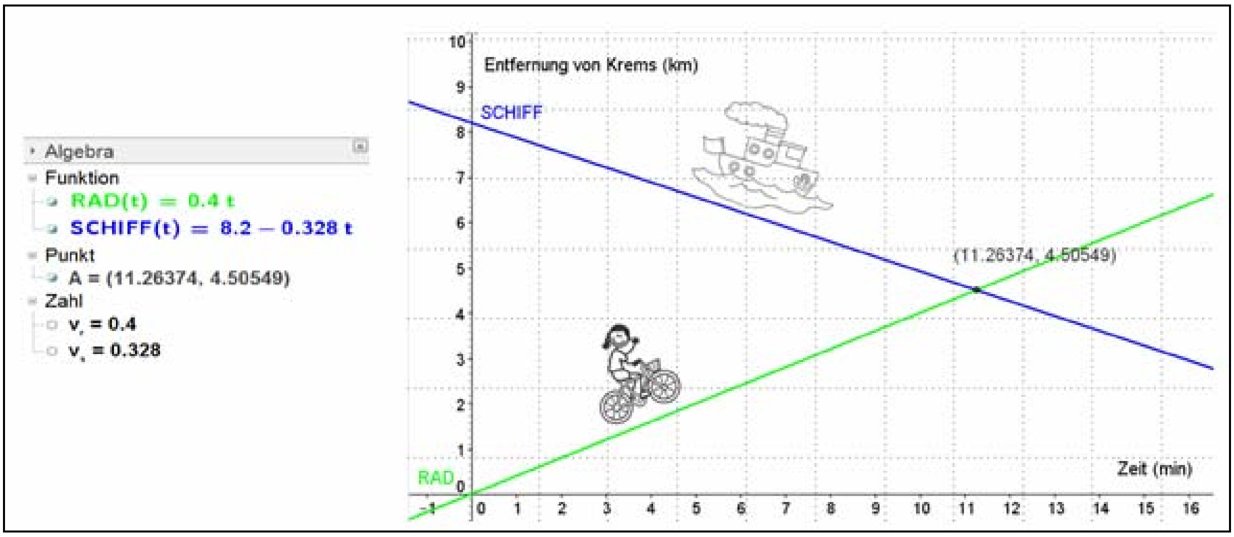

Abbildung 4: Donauschiff - grafische Lösung im Geometriefenster

Eine Erweiterung (Dynamisierung) des Beispiels ergibt sich, wenn man beachtet, dass die beiden Bewegungen in Realität sicher nicht exakt gleichförmig ablaufen. Für beide Geschwindigkeiten wird ein Intervall angegeben, bei der Umsetzung mit GeoGebra werden Schieberegler festgelegt.

Erweiterung:

Ein Schiff der Reederei Brandner fährt um 9.40 von Dürnstein ab und kommt fahrplanmäßig um 10.05 in Krems an.

$0{,}3 \text{ km/min} \leq vs \leq 0{,}4 \text{ km/min}$

Eine Radfahrerin fährt von Krems aus dem Schiff am Donauradweg entgegen, Start ebenfalls 9.40, Geschwindigkeit 24 km/h.

$0{,}35 \text{ km/min} \leq vr \leq 0{,}45 \text{ km/min}$

Abbildung 5: Donauschiff - Erweiterung

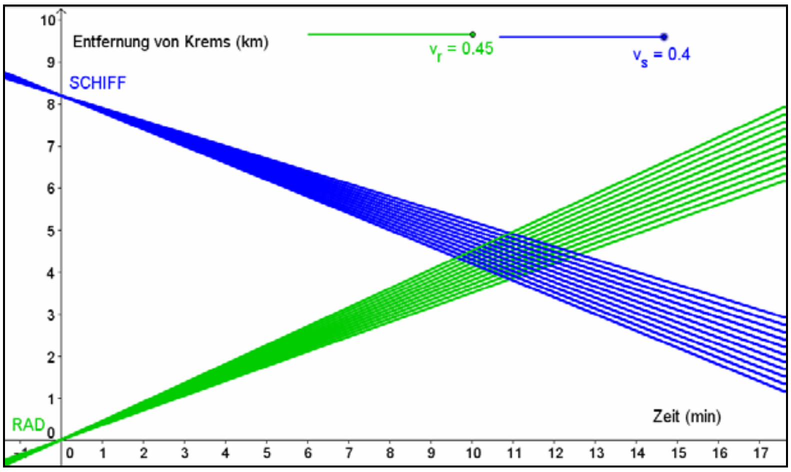

Abbildung 6: Donauschiff - Experimentieren mit Schiebereglern

Durch gezieltes Experimentieren mit den Schiebereglern (Geschwindigkeiten) erhält man Intervalle für Zeitpunkt und Ort des Treffens.

Werden die Spuren der beiden Geraden gezeichnet, ergibt sich ein Viereck, dessen Eckpunkte wiederum interpretiert werden können.

Die Arbeit des Modellbildens (Aufstellen der Funktionen) ist vom Technologieeinsatz unabhängig, allerdings ergeben sich in allen vier Handlungsdimensionen (bmukk, 2012, S. 9) neue Möglichkeiten und Qualitäten.

- Operieren: Es ist nicht mehr das (mehrfache) schematische Lösen einer linearen Gleichung gefordert, sondern die verständige und vielfältige Verwendung der Technologie. Lösungen ohne Technologie müssen explizit durch entsprechende Operatoren („berechne händisch“) gefordert werden. In der Dokumentation ist dann der händische Rechengang nachvollziehbar, allerdings steht immer die Technologie als Kontrollinstrument zur Verfügung.
- Darstellen – Modellbilden: Wechsel der Darstellungsformen (Funktionsterm – Graph) wird erleichtert, die Form der Darstellung wird professioneller.
- Interpretieren: Experimentelles, entdeckendes Arbeiten mit Schiebereglern bringt Ergebnisse, die nur durch ihre Interpretation im Kontext Sinn machen.
- Argumentieren, Begründen: Einerseits sind das Modell und seine Grenzen zu hinterfragen, andererseits kann offen thematisiert werden, wo, wie und warum Technologie eingesetzt wird. Diese Handlungsdimension erhält damit einen stärker kommunikativen Aspekt (Peschek W., 2007, S. 7), sie umfasst nicht nur den klassischen mathematischen Beweis, sondern auch jene Tätigkeiten, die bei der mündlichen Reifeprüfung unter „Reflexion“ (bmukk, 2012, S. 4) gefordert sind.

In der Handreichung des Bildungsministeriums wird ausdrücklich auf die „Werkzeugkompetenz“ (bmukk, 2012, S. 10) verwiesen. Diese muss über reines Operieren hinausgehen und auch Modellierung, Visualisierung und Dokumentation umfassen.

Legt man das Augenmerk nicht nur auf das übliche „Berechnen“, das „Lösen eines Beispiels“, sondern auf dessen Erstellung (auch durch Schülerinnen und Schüler) und Präsentation, so gewinnen andere Facetten des Lehrplans an Bedeutung. Hier eine Sammlung von Begriffen, die im Fachlehrplan für Mathematik explizit genannt werden (Lehrpläne AHS Unterstufe und Oberstufe, 2000 / 2004, S. 44-46):

> *schöpferisch kreativer Aspekt, sprachlicher Aspekt, pragmatisch-anwendungsorientierter Aspekt, Selbsttätigkeit, experimentieren – entdecken, Eigenverantwortung*

Bruder und Collet betonen in ihren Arbeiten Handlungskompetenz („wenn die Lernenden konkrete Fragen in einem Kontext finden und darstellen“) und Metakompetenz („wenn die Lernenden Beurteilungskompetenz für mathematikhaltige Fragestellungen entwickeln bzw. bekannte Fragestellungen selbstständig reflektieren“) (Bruder R. & Collet C., 2011, S. 155).

Um diesen Aufgaben des Mathematikunterrichts gerecht zu werden, ist moderne Kommunikationstechnologie unverzichtbar und darf nicht auf klassische Mathematik-Programme eingeschränkt werden. Für den Einsatz elektronischer Medien im Unterricht stehen vielfältige Möglichkeiten offen:

- Mathematik-Technologie (im Lehrplan explizit gefordert (Lehrpläne AHS Unterstufe und Oberstufe, 2000 / 2004, S. 46))
  - Computeralgebrasystem
  - Dynamische Geometrie
  - Tabellenkalkulation
- Office-Anwendungen
  - Textverarbeitung
  - Präsentation
- Internet
- elektronische Lernumgebung / Lernplattform
- interaktive Tafel
- Notebooks

2. Unterrichtskonzept: gleichförmige Bewegungen

Im Folgenden soll ein Unterrichtskonzept vorgestellt werden, das viele dieser Möglichkeiten nutzt. Konzipiert ist es für die 9.Schulstufe, trotzdem wird versucht, das Ziel – die Reifeprüfung in schriftlicher und mündlicher Form – nicht aus den Augen zu verlieren.

Situation in der Klasse: Jeder Schüler / jede Schülerin hat ein eigenes Notebook zur Verfügung und ist mit grundlegenden Anwendungen vertraut. Im Klassenraum können eine interaktive Tafel und W-Lan genutzt werden.

Die Unterrichtssequenz ist nicht zum Erwerb neuer technischer Fähigkeiten gedacht, die notwendigen technischen Skills werden im folgenden Konzept vorausgesetzt. Erst in der Phase von Reflexion und Überarbeitung kann und soll auf die Art des Technologieeinsatzes und der Präsentation eingegangen werden.

Ablauf der Unterrichtssequenz:

1. sichern der mathematischen Voraussetzungen
2. offenes Einstiegsbeispiel
3. Erstellung und Dokumentation von Beispielen (Arbeitsphase der Schüler/innen)
4. Präsentation / Reflexion / Überarbeitung

2.1. Sichern der mathematischen Voraussetzungen

Die Schüler/innen sollen bereits eine Vertrautheit mit linearen Funktionen in verschiedenen Darstellungsformen mitbringen, ebenso soll das Lösen linearer Gleichungen (auch ohne Technologie) beherrscht werden. Eine weitere Voraussetzung ist die Interpretation von Zeit-Weg-Diagrammen.

Zur Wiederholung und Sicherung der Voraussetzungen wird das Ablesen von Funktionstermen aus vorgegebenen Graphen vorgeschlagen. Als Erweiterung werden in Gruppen eigene Ablesebeispiele erstellt und dann der Klasse präsentiert.

Zunächst ein vom Lehrer vorgegebenes Beispiel:

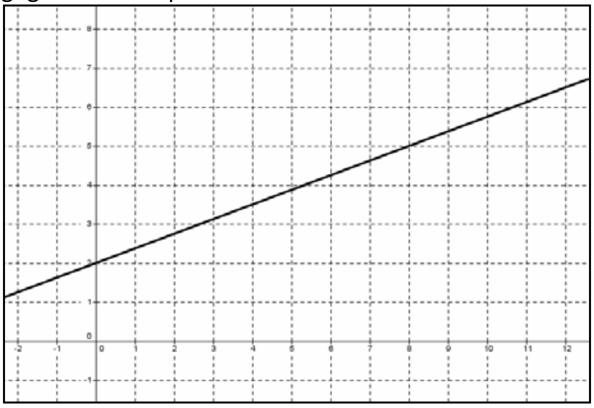

Abbildung 7: Ablesen eines Funktionsterms

Mehrere solche Beispiele können in einem File (am besten in einer Präsentation) zusammengefasst werden. Über Netzwerk oder Lernplattform werden sie verteilt, jeder Schüler / jede Schülerin kann sie dann am eigenen Notebook bearbeiten, Ergebnisse lassen sich leicht in das File einfügen.

Natürlich sollten alle in der Lage sein, die Parameter k und d der linearen Funktion ohne Unterstützung der Technologie zu ermitteln. Die Vorgangsweise dabei kann aber besonders gut mit einer interaktiven Tafel vorgezeigt werden, da man über die Grafik einfach darüberschreibt. Das können auch Schülerinnen und Schüler an der Tafel demonstrieren.

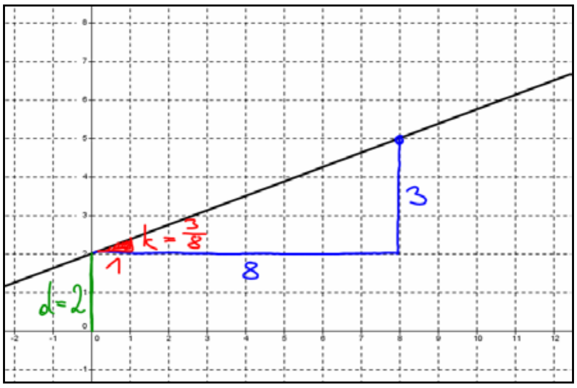

Abbildung 8: Funktionsterm: Lösung an der interaktiven Tafel

Natürlich ist zur Kontrolle auch Technologie zulässig: Der Funktionsterm wird eingegeben, die Grafik wird mit der gegebenen verglichen.

Aber GeoGebra ermöglicht noch andere Vorgangsweisen, die zumindest in der Erarbeitungsphase sehr sinnvoll sind.

Gerade durch zwei Punkte:
Man sucht zwei Punkte, deren Koordinaten man exakt ablesen kann, also z.B. A (0 / 2) und B (8 / 5). Nun legt man entweder im Grafik-Fenster eine Gerade durch die beiden Punkte, oder man verwendet den entsprechenden Befehl:

Gerade [(0 , 2) , (8 , 5)]

In beiden Fällen erhält man allerdings keine Funktionsgleichung, sondern eine Gerade in allgemeiner Form.

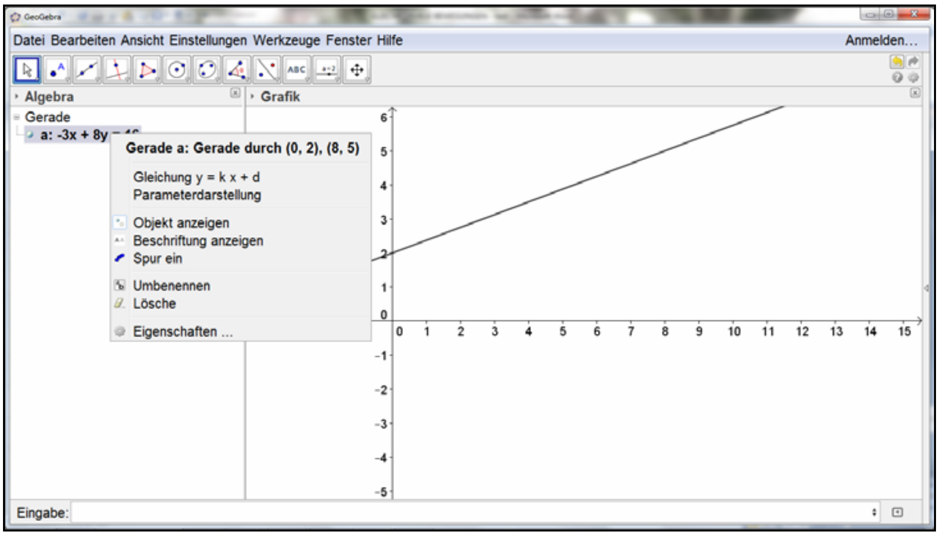

Abbildung 9: Darstellungsformen einer Geradengleichung in GeoGebra

Durch Linksklick lässt sich ein Dialogfenster öffnen, in dem man die Darstellungsform ändern kann. Als Ausblick auf noch zu Lernendes taucht auch der Begriff der Parameterdarstellung auf.

Rechnerisches Ermitteln der Parameter:
Vor allem größere, „unangenehmere" Zahlen verlangen diese Vorgangsweise. Man stellt zwei lineare Gleichungen in k und d auf und ermittelt die Lösung. Hier kann das CAS die Rechenarbeit übernehmen.

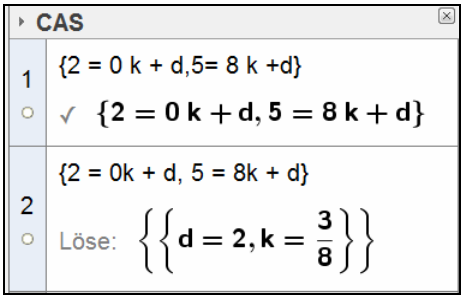

Abbildung 10: Ermittlung von Parametern mit CAS

Die beiden hier geschilderten Vorgangsweisen verlangen nicht nur eine sichere Beherrschung der Technologie, sie setzen auch sicheren Umgang mit linearen Funktionen voraus. Folglich ist der Technologieeinsatz hier nicht einfach eine Entlastung, sondern er verlangt von Schülerinnen und Schülern etwas andere Kompetenzen – und er gibt in der Prüfungssituation Sicherheit.

2.2. Offenes Einstiegsbeispiel

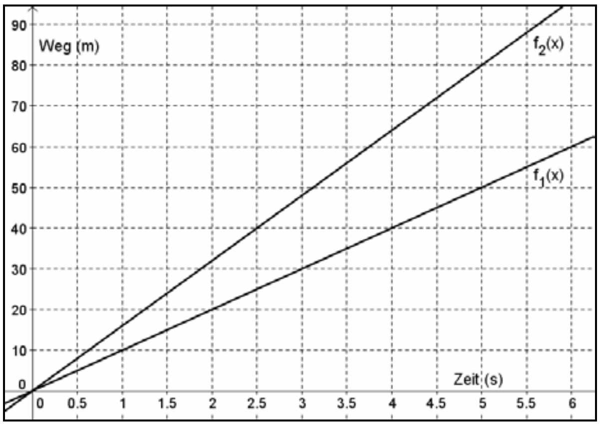

Abbildung 11: Beispiel zwei Bewegungen

zwei Bewegungen:

- Versuche mit GeoGebra exakt dieselbe Grafik zu erstellen! (Gitternetzlinien) Gib die beiden Funktionsgleichungen an!
- Es handelt sich um zwei gleichförmige Bewegungen. Was versteht man unter „gleichförmig“?
- Ermittle die Geschwindigkeiten!
- Beschreibe eine mögliche Situation!
- Stelle 2 Fragen zu dieser Situation und beantworte sie!

Abbildung 12: Zwei Bewegungen - Aufgabenstellung

Die Reproduktion der Grafik verlangt Grundfertigkeiten mit GeoGebra, schult aber gleichzeitig das Bewusstsein für Maßstab und Beschriftung.

Das Auffinden der Funktionsgleichungen entspricht dem zuvor Geübten, bei den Geschwindigkeiten könnte man zusätzlich die Umwandlung in km/h verlangen.

Wenn man nicht einfach von „zwei Körpern“ sprechen möchte, verlangt die Einbettung in eine Situation zusätzliches Wissen. In einer Internetrecherche werden mögliche Geschwindigkeiten von Sportlern, Tieren, Fahrzeugen usw. ermittelt und es werden mögliche, realistische Kontexte gefunden.

Typische Fragen (ohne Kontextbezug) sind in der nächsten Abbildung aufgelistet. Zur Berechnung wurden bewusst definierte Funktionen verwendet, um den Schülerinnen und Schülern diese Methode näherzubringen.

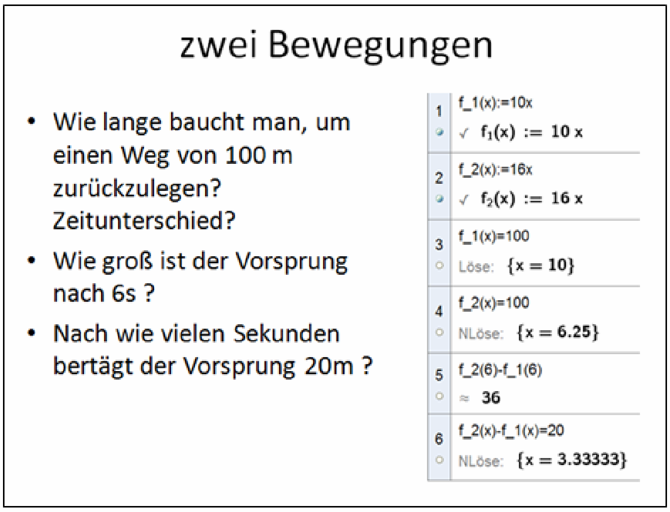

Abbildung 13: Beispiel zwei Bewegungen - Dokumentation

2.3. Erstellung und Dokumentation von Beispielen

Als Input für die Erstellung eigener Beispiele werden der Klasse drei Grafiken präsentiert, im Plenum wird deren mögliche Bedeutung besprochen.

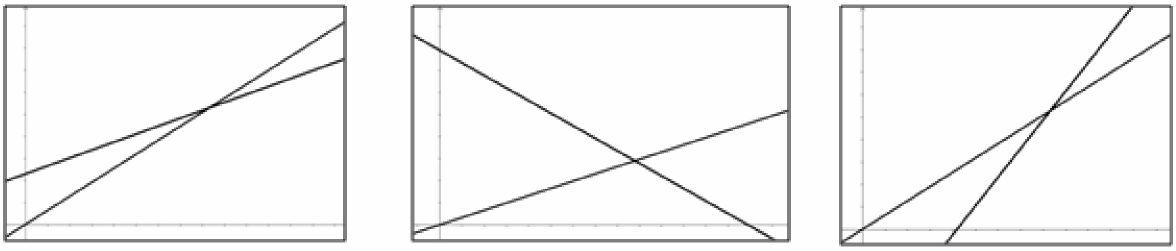

Abbildung 14: drei Grundsituationen für die Aufgabenerstellung

Dann ist es die Aufgabe jeder Gruppe, zu der ihnen durch Zufall zugewiesenen Grafik einen geeigneten Kontext zu finden, eine Situation und Fragen zu formulieren.

Das Beispiel und dessen Lösung (wahrscheinlich mit Hilfe von Technologie) sollten dann sowohl in einem übersichtlichen Textdokument als auch in einer sukzessive aufgebauten Präsentation dokumentiert werden.

2.4. Präsentation / Reflexion / Überarbeitung

Die wichtige letzte Phase wäre nun, die erarbeiteten Beispiele der Klasse zu präsentieren und Rückmeldungen von Klasse und Lehrer einzuarbeiten. Das Endprodukt wird dann der Klasse (am besten auf der Lernplattform) zur Verfügung gestellt.

Am Ende des Schuljahres war dies leider nicht mehr möglich, allerdings ergibt sich somit ein guter Anknüpfungspunkt nach den Ferien.

Das Unterrichtskonzept wurde im Schuljahr 2013/14 in der 5C des BG/BRG Stockerau durchgeführt. Im Folgenden nun einige kommentierte Ausschnitte aus Arbeiten von Schülerinnen und Schülern (vollständige Dokumentationen von allen Arbeiten würden hier den Rahmen sprengen).

Heißluftballon und Fallschirmspringer

Tobias Koy, Matthias Postl, Daniel Spira

Ein Heißluftballon und ein Fallschirmspringer sind 8 km voneinander entfernt. Der Fallschirmspringer hat den Schirm schon geöffnet und fällt mit einer Geschwindigkeit von 0,25 km/min. Der Heißluftballon steigt mit einer Geschwindigkeit von 0,12 km/min.

Abbildung 15: Schülerbeispiel 1

Sink- und Steiggeschwindigkeit sind eher gering, aber realistisch, sie wurden offenbar im Internet recherchiert. Bei zukünftigen Arbeitsaufträgen sollte da auch noch die Quelle angegeben werden.

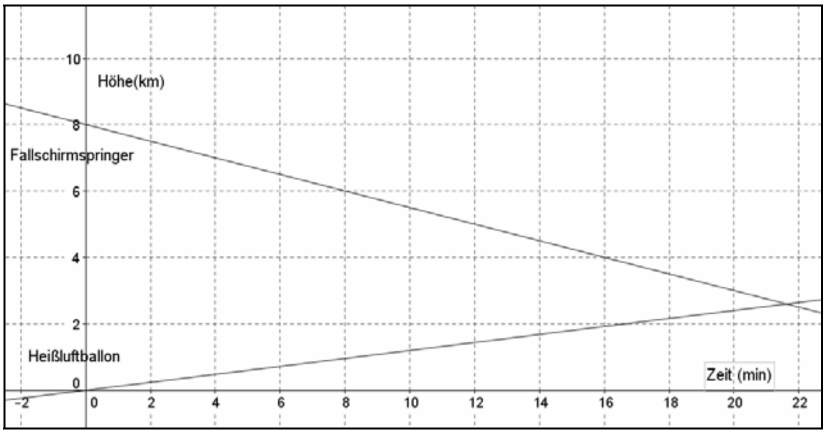

Abbildung 16: Schülerbeispiel 1 - grafische Darstellung

Aufgaben:

1. Gib die Geschwindigkeit in km/h und m/s an!
2. Wie lange dauert es, bis sie auf gleicher Höhe sind?
3. Wie weit sind sie nach 5 min voneinander entfernt?

Abbildung 17: Schülerbeispiel 1 - Fragestellungen

Die Schüler haben zuerst die Situation grafisch dargestellt (dazu wurden die Funktionsterme eingegeben), dann erst die Fragen gestellt. Zur Lösung wurden ohne Verwendung der definierten Funktionsterme Gleichungen aufgestellt.

Bei der inhaltlichen Reflexion müsste man nochmals Geschwindigkeiten und Anfangshöhe hinterfragen. Vor allem muss klar sein, dass es sich nicht um senkrechten Fall bzw. Aufstieg handeln kann. Die gewählte Geschwindigkeit deutet z.B. eher auf eine Art Gleitschirm hin.

Für das nächste Beispiel haben die Schülerinnen eigene Fotos für die Titelfolie erstellt. Schön wäre es gewesen, die echten Zeiten der beiden zu stoppen (und dann den Text entsprechend abzuändern).

Abbildung 18: Schülerinnenbeispiel 2 - Titelfolie

100m - Lauf

Jovana Micic, Brigitte Schauer, Leila Jonef

Der Amateurläufer mit einer Geschwindigkeit von 7 m/s will sein Können an einem Spitzenläufer mit einer Geschwindigkeit von 9 m/s testen. Ein Wettbewerb wird veranstaltet, um die Zeiten der beiden zu messen. Sie einigen sich auf einen 100m – Lauf . Der Spitzenläufer will fair sein und gibt dem Amateurläufer 4s Vorsprung.

Abbildung 19: Schülerinnenbeispiel 2 - Situation

Gerechnet wird hier mit der Formel t = s / v, allerdings wird der Vorsprung nicht berücksichtigt.

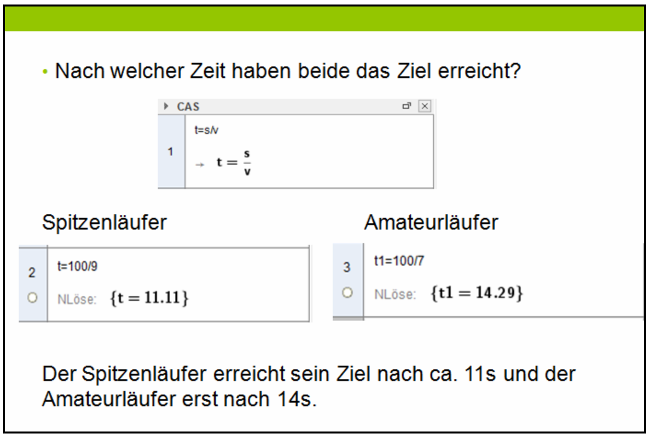

Abbildung 20: Schülerinnenbeispiel 2 - Dokumentation der Lösung

Ein letztes Beispiel stellt zwar keine Bewegung dar, bietet aber eine sehr originelle Umsetzung der Grafik:

Rapunzels Haarwachstum

Maximilian Mason, Katarina Lovric, Heinrich Poigner,
Christoph Kührer, Oleksij Naumenko

Geschichte

Es waren einmal Rapunzel und ihre Stiefschwester. Die Stiefschwester war immer sehr neidisch, da Rapunzel immer schönere, längere, geilere, verführerische Haare hatte. Eines Nachts schnitt die Stiefschwester Rapunzels Haare ab. Rapunzel hatte daraufhin eine Glatze und ihre Stiefschwester 30 cm lange Haare. Doch Rapunzels Haare wachsen 3 cm pro Monat, weshalb sie ihre Stiefschwester, deren Haare nur 1 cm pro Monat wachsen, innerhalb einiger Monate wieder eingeholt hat.

Fragen:

1. Wann hat Rapunzel ihre Schwester mit der Haarlänge wieder eingeholt?
2. Wann hat Rapunzel doppelt so lange Haare wie ihre Stiefschwester?
3. Wann hat Rapunzel wieder 6 m lange Haare?

Abbildung 21: Schüler/innenbeispiel 3

3. Erweiterung

Eine Möglichkeit, die Betrachtung von gleichförmigen Bewegungen zu erweitern, ist die Behandlung von stückweise zusammengesetzten Funktionen. Wieder ist eine Grafik gegeben, die zunächst interpretiert und nachvollzogen, dann dynamisiert werden soll.

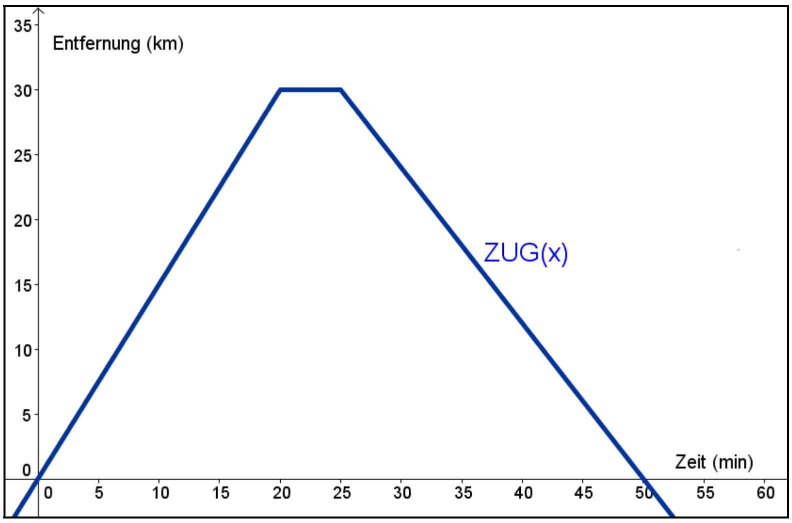

Abbildung 22: Beispiel Zugsfahrt - grafische Darstellung

ZUGSFAHRT

Ein Zug pendelt zwischen zwei 30 km entfernten Bahnhöfen.

Beim Hinweg fährt er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 1,5 km/min (= 90 km/h).
Nach 5 Minuten Pause fährt er mit 1,2 km/min (= 72 km/h) wieder zurück.

Abbildung 23: Beispiel Zugsfahrt - Angabe

Zur Erstellung des Graphen werden zunächst die drei Teilfunktionen definiert. Für den dritten Teil (Rückfahrt) muss man wissen, wie Funktionen verschoben werden, sonst wird man spätestens bei der Dynamisierung scheitern. Dann wird die zusammengesetzte Funktion mit Hilfe einer wenn-Abfrage definiert:

ZUG(x) := Wenn[x<20,z1(x),Wenn[x<25,z2(x),z3(x)]]

Algebra

Funktion

$$ZUG(x) = \begin{cases} 1.5\,x & : x < 20 \\ 30 & : 20 \leq x < 25 \\ 30 - 1.2\,(x - 25) & : \text{sonst} \end{cases}$$

$z1(x) = 1.5\,x$

$z2(x) = 30$

$z3(x) = 30 - 1.2\,(x - 25)$

Abbildung 24: Beispiel Zugsfahrt - Definition der zusammengesetzten Funktion

Bei der Dynamisierung des Beispiels sind für die Geschwindigkeiten und die Aufenthaltszeit nur Bereiche gegeben. Für die drei Werte werden Schieberegler festgelegt, dann werden die Definitionen entsprechend abgeändert.

ZUGSFAHRT – Dynamisierung

Nun sind weder Geschwindigkeiten noch Länge der Pause immer konstant:

Hinweg:	v1 = 1,5 ± 0,1 km/min
Rückweg:	v2 = 1,2 ± 0,1 km/min
Pause:	5 ± 2 min

Abbildung 25: Beispiel Zugsfahrt - Dynamisierung

Als Hilfsvariable wird der Wert x1 := 30 / v1 eingeführt, also die Fahrzeit der Hinfahrt.
Somit ergeben sich als veränderliche Intervallgrenzen x1 und x1 + pause.

Für den Rückweg ergibt sich somit die Funktion z3(x) := 30 – v2·(x – (x1 + pause))

Man erhält nun die gewünschte dynamische Grafik und kann auf der x-Achse den Bereich für die Rückkehr des Zuges markieren.

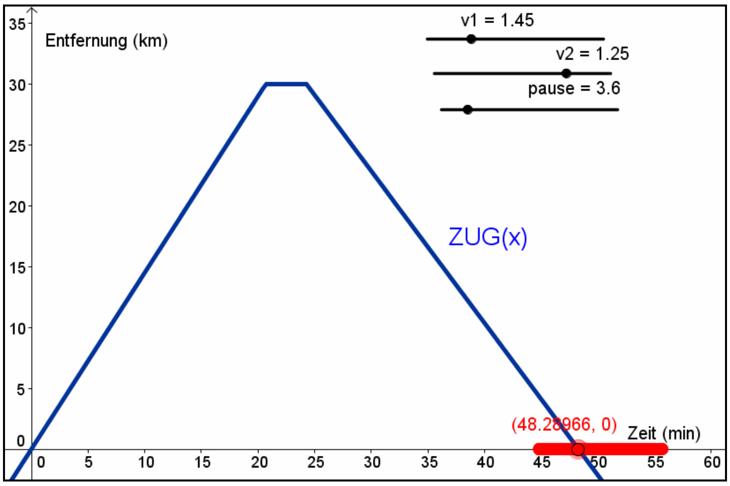

Abbildung 26: Beispiel Zugsfahrt - Grafik zur Dynamisierung

4. Ausblick: Reifeprüfung

Ein Jahr vor der flächendeckenden Einführung der neu konzipierten kompetenzorientierten Reifeprüfung in Österreich ist die Verunsicherung unter Lehrerinnen und Lehrern wohl ebenso groß wie unter Schülerinnen und Schülern.

Für die zentrale standardisierte schriftliche Reifeprüfung gilt es, alle Grundkompetenzen abzudecken und die entsprechenden Antwortformate einzuüben (bifie, 2013). Damit ist allerdings der Lehrplan noch nicht erfüllt, viele Inhalte werden bei der Matura ausgeklammert, sind aber sehr wohl für die mündlichen Prüfungsteile relevant.

Lehrer/innen sehen sich da oft zeitlich unter Druck gesetzt, Technologieeinsatz (über eine unterstützende Rechenmaschine hinaus) erscheint da oft als Zeitverschwendung. Allerdings sollte nicht vergessen werden, dass ab der Reifeprüfung 2018 der Einsatz höherwertiger Technologie auch bei der schriftlichen Klausur verpflichtend ist. Noch lässt sich nicht abschätzen, in welcher Weise dies die Aufgabenstellung beeinflussen wird, doch bietet der gezielte regelmäßige Einsatz verschiedenartiger Technologie sicher eine ideale Möglichkeit, die für die Reifeprüfung erforderlichen Kompetenzen zu erwerben. Für den engeren mathematischen Bereich hat Bruder in ihren Arbeiten den Wert der Technologie aufgezeigt (Bruder R. , 2013). Die obigen Ausführungen sollen zeigen, dass mathematische Programme wie GeoGebra ihren vollen didaktischen Wert erst in Verbindung mit unterschiedlichen „neuen Medien“ und bei Einbettung in eine elektronische Lernumgebung erhalten. Die Prüfung soll dann auf der Unterrichtsarbeit eingehen und kann somit auf Technologie nicht verzichten.

> *Technologie kann als Modellierungs-, als Visualisierungs- und als Rechenwerkzeug die Kompetenzorientierung bei der Prüfung unterstützen.* (bmukk, 2012, S. 11)

Anhand einiger abschließender Beispiele (oder besser: Beispiels-Bausteine) sollen verschiedene Möglichkeiten der Leistungsfeststellung aufgezeigt werden. Die Technologie ist dabei gar nicht immer erforderlich, allerdings zeigt schon die Präsentation der Aufgaben, dass das Thema in einem technologischen Umfeld erarbeitet worden ist.

Prüfungsbaustein 1:

Wieder ist eine Situation vorgegeben, aus der unterschiedliche „Fragen“, „Aufgaben“ oder „Arbeitsaufträge“ entwickelt werden:

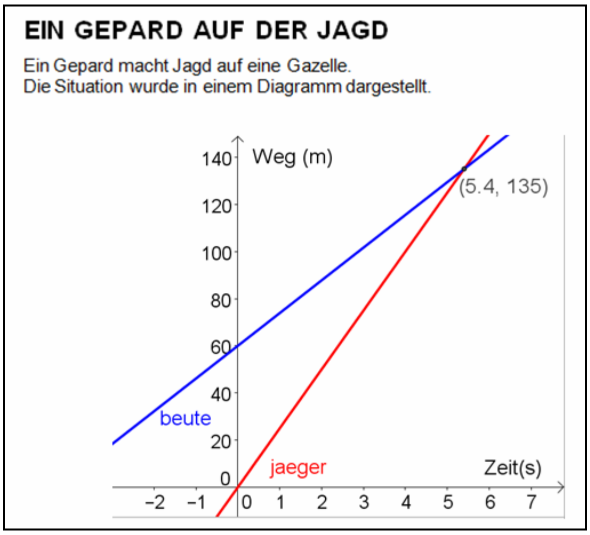

Abbildung 27: Prüfungsbaustein 1

Bei einer Grundkompetenzaufgabe Typ1 kann man die Grafik interpretieren oder die Funktionsterme aufstellen lassen. Bei einer mündlichen Prüfung kann man vielfältige Fragestellungen anschließen, etwa auch die Ermittlung eines Intervalls, wenn die Geschwindigkeiten mit Ungenauigkeiten gegeben sind.

Prüfungsbaustein 2:

Umgekehrt könnte man auch einen gegebenen CAS-Ausdruck interpretieren lassen. Hier ist Kompetenz im verwendeten Programm verlangt, ohne dass es in der Prüfungssituation verwendet wird.

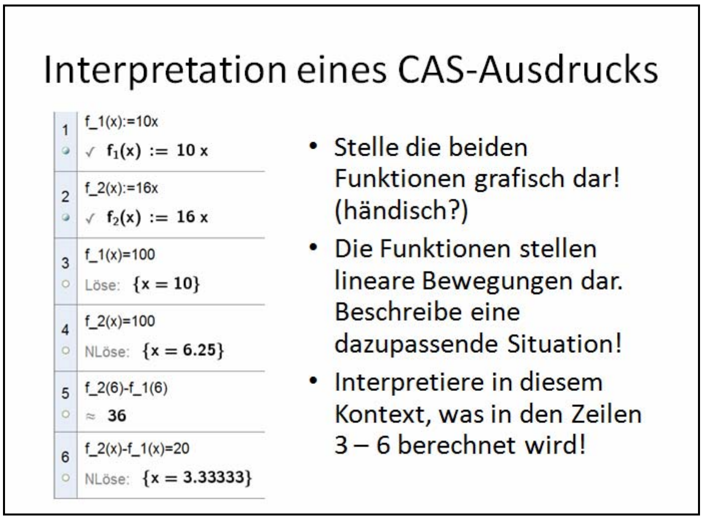

Abbildung 28: Prüfungsbaustein 2

Prüfungsbaustein 3:

Schließlich könnte man versuchen, eines der typischen Frageformate für Typ1-Beispiele auf CAS-typische Art zu formulieren. Das sollte auch dann lösbar sein, wenn der Unterricht ohne Technologieunterstützung stattgefunden hat, allerdings dürfte CAS-Kompetenz doch zu größerer Vertrautheit mit solchen Fragestellungen führen.

Zwei Schiffe sind voneinander 200 km voneinander entfernt und fahren mit 45 km/h und 50 km/h aufeinander zu. Zur Modellierung der Situation werden folgende zwei Funktionen verwendet:

S1(x) = 45 x   S2(x) = 200 – 50 x

Ordne den Fragestellungen die geeigneten Gleichungen zu!

Zu welchem Zeitpunkt treffen sich die Schiffe?			A	S1(x) – S2(x) = 20
Zu welchem Zeitpunkt treffen sich die Schiffe, wenn S1 um 20min später wegfährt?			B	S2(x) – S1(x) = 20
Zu welchem Zeitpunkt haben sich die Schiffe erstmals auf 20km genähert?			C	S2(20) – S1(20) = z
Wie weit sind die Schiffe nach 20min entfernt?			D	S2(x) = S1(x)
			E	S1(x + 20) = S2(x)
			F	S1(x – 20) = S2(x)

Abbildung 29: Prüfungsbaustein 3

Abschließend soll noch festgehalten werden, dass es wenig Sinn macht, den Mathematikunterricht auf punktgenaue Maturavorbereitung zu beschränken („teaching to the test“). Lehrerinnen und Lehrer müssen Freiräume schaffen, um einzelne Kapitel ausführlicher zu behandeln und somit ein tieferes Verständnis für mathematische Vorgehensweisen und Zusammenhänge zu erzeugen. Der Einsatz verschiedenster elektronischer Medien ermöglicht da neue Arbeitsweisen und stärkt individuelles Arbeiten und Eigenverantwortung der Schülerinnen und Schüler.

Literatur

bifie (2013). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik*. (Siller, H.-S., Hrsg.) Abgerufen am 15. 07 2014 von https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_2013-03-11.pdf

bmukk (2012). *Die kompetenzorientierte Reifeprüfung im Fach Mathematik an AHS.* (Zeiler, H. & Liebscher M., Hrsg.) Abgerufen am 15. 07 2014 von https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung_ahs_lfmath.pdf?4e8u7u

Bruder, R. (2013). *Kompetenzorientierter MU mit Technologieeinsatz.* Abgerufen am 16. 07 2014 von http://moodle.ph-noe.ac.at/ph-noe/pluginfile.php/5029/mod_resource/content/1/130107Bruder_Salzburgvortrag_KoMMT.pdf

Bruder, R. & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bruder, R., Leuders, T. & Büchter, A.. (2008). *Mathematikunterricht entwickeln.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Götz, S. & Sallelberger E.. (2009). *"Warum?" - Einsichten, Argumente und Begründen im Standards-Modell*. Mathematik im Unterricht. Newsletter *3*, S. 96 - 121. Abgerufen am 15. 07 2014 von http://www.mathematikimunterricht.at/Newsletter/Newsletter_gesammelt/Newsletter3.pdf

Lehrpläne AHS Unterstufe und Oberstufe. (2000 / 2004). Abgerufen am 15. 07 2014 von https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/11668_11668.pdf?4dzgm2

Peschek W., Heugl, H. (2007). *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8.Schulstufe.* Abgerufen am 15. 07 2014 von http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept_Version_4-07.pdf