

EMIL – entdeckend mathematische Inhalte lernen mit dem Hamster Emil

Ruth Plank¹, Monika Musilek²

DOI: <https://doi.org/10.53349/resource.2024.i2.a1298>

Zusammenfassung

Dieser Artikel ist ein Plädoyer für entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe. Anhand des praktischen Beispiels der Lernumgebung „Werkstatt, Wolkenkratzer, Luftschlösser: Komm wir bauen!“ wird die dringende Notwendigkeit, den Mathematikunterricht handelnd zu gestalten, unterstrichen. Es wird die Vorbereitung, der Einsatz im Unterricht und eine Möglichkeit gemeinsame Kommunikationsanlässe in der Klasse zu gestalten, vorgestellt. Gleichzeitig wird eine eigenständige Planung von mathematischen Lernumgebungen angeregt. Ziel ist ein Mathematikunterricht, der von den Schüler*innen individuell erlebt wird. Eigenes Hantieren und Handeln ist gefragt. Ganzheitliches Erfahren und Erkennen soll ermöglicht werden. Die Schüler*innen ziehen aus diesen Erfahrungen Rückschlüsse auf bereits Erlerntes. Der Erkenntnisgewinn erfolgt über das Zusammenführen einzelner Teilergebnisse. Der Prozess bietet zahlreiche Kommunikationsanlässe, womit der im Lehrplan geforderten Förderung personaler und sozialer Kompetenzen Rechnung getragen wird.

Stichwörter: Entdeckendes Lernen, Primarstufe Mathematik, Lernumgebung

1 Einleitung

Heterogenität und Vielfalt, wie sie Lehrende in Klassen vorfinden, stellen eine große Herausforderung dar (Syring, 2022, S. 9), eröffnen aber auch die Chance, Mathematikunterricht neu zu entdecken. Im Rahmen des Entwicklungsprojekts EMIL (Entdeckend mathematische Inhalte lernen) an der Pädagogischen Hochschule Wien wird das Entdeckende Lernen ins Zentrum des Mathematikunterrichts der Volksschule gestellt.

Geht man von der Frage „Was ist Lernen?“ aus, so definiert Holzinger (2001, S. 105) Lernen als einen individuellen kognitiven Grundprozess, der von jedem Individuum selbst durchlaufen werden müsse. Bei diesem Prozess sollen Schüler*innen im Unterricht in ihrem Entdeckungs-

¹ Pädagogische Hochschule Wien, Grenzackerstraße 18, 1100 Wien.

E-Mail: ruth.plank@phwien.ac.at

² Pädagogische Hochschule Wien, Grenzackerstraße 18, 1100 Wien.

E-Mail: monika.musilek@phwien.ac.at

prozess bestmöglich unterstützt werden und daraus Schlüsse ziehen, diese miteinander vernetzen, und mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten erwerben.

Entdeckendes Lernen ist eine pädagogische Konzeption, die sowohl früher als auch in der Gegenwart relevant ist. Sie wird durch aktuelle Forschungsergebnisse im Bereich des Lernens bestätigt und weiterentwickelt. (Bruner, 1980; Leuders, 2020; Winter, 1996; Wittmann, 2017) Beim Entdeckenden Lernen geht es um den Prozess „mathematische Phänomene aufzuspüren, zu verallgemeinern, Beziehungen herzustellen und Begründungen für Entdeckungen zu suchen.“ (Bezold, 2011, S. 8). Der Weg zur Erkenntnis bis hin zum Ziel wird von jedem Lernenden eigenaktiv und im eigenen Tempo beschritten. Ausgehend von einer mathematischen Fragestellung, über sinnstiftende Ideen entwickeln die Lernenden Hypothesen. Sie wenden bekannte Methoden an, experimentieren, wägen ab und versuchen herauszufinden, ob die anfänglichen Vermutungen bestätigt werden können oder verworfen werden müssen. Die Lernenden überdenken die Darstellung von Erkenntnissen in Einzel- Partner oder Gruppenarbeit und reflektieren gemeinsam. (Huber et al., 2013). Zusätzlich zum eigenständigen Finden der Lösungswege erwerben die Schüler*innen Kompetenzen wie zum Beispiel Fragekompetenz, Problemlösungskompetenz oder Planungskompetenz.

So etwas muss man gesehen und erlebt haben [...] Ebenso wie man [...] keine Mathematik lernt, indem man sie erzählt bekommt. (Hans Freudenthal zit. nach Hengartner et al., 2001, S. 125)

Ausgehend von einer Verantwortlichkeit, Arbeitsaufträge eigenständig zu bearbeiten, ist es wichtig, eine freie Wahl von Arbeitsmethoden und eine individuelle Herangehensweise an die Problemstellung treffen zu dürfen, um das Tun als Grundlage der Einsicht zu nutzen. Handlungsorientiertes Lernen bedeutet, mit allen Sinnen die Vorstellung zu erzeugen.

Handlungsorientierter Unterricht ist ein ganzheitlicher und schüleraktiver Unterricht, in dem die zwischen dem Lehrer und den Schülern vereinbarten Handlungsprodukte die Gestaltung des Unterrichtsprozesses leiten, so dass Kopf- und Handarbeit der Schüler in ein ausgewogenes Verhältnis zueinander gebracht werden können. (Jank & Meyer, 2021, S. 315)

Beim Konzept des handlungsorientierten Unterrichts handelt es sich nicht um ein ausführliches didaktisches Modell, sondern lediglich um eine Unterrichtsform, bei der die Schüler*innen im Mittelpunkt stehen und durch Handlungen lernen. Besonders kennzeichnend für diesen Ansatz ist das Lernen mit allen Sinnen und die damit verknüpfte hohe Bedeutung der Unterrichtsergebnisse.

Der Anteil sinnlich-ganzheitlicher, Kopf, Herz und Hände einbeziehender Lehr-Lern-Formen muss erhöht und der Umfang der Schülerelbstständigkeit ausgeweitet werden, [...]. (Jank & Meyer, 2021, S. 324)

Im Unterricht sollen Schüler*innen darin unterstützt werden, neugierig ihre Entdeckungen zu erforschen, ihre Vorstellungen zu entwickeln und in eigenständige Handlungen umzusetzen. Wissen kann nicht von außen übernommen und kopiert werden. Vielmehr muss jede(r) Einzelne das Wissen selbst entdecken, erfahren, erarbeiten und erkennen, um es später in geeigneten Zusammenhängen anwenden zu können.

Entdeckendes Lernen ist in erster Linie möglich und realisierbar, wenn der Unterricht „offen“ strukturiert wird und im Rahmen dieser Öffnung Schüler*innen die Bedingungen zur Möglichkeit geboten werden, sich forschend und entdeckend mathematischen Problemstellungen und möglichen Lösungswegen zu widmen.

Die Lernenden bemühen sich, vorhandenes Basiswissen zu nutzen, um eine selbstständige Form der Bearbeitung von Fragestellungen zu finden und beschreiten in der Anwendung dieses Wissens eigene Lösungswege, verbunden mit Erfolgen und Misserfolgen. Das vorhandene oder neu angeeignete Wissen wird dabei fortwährend aktualisiert, umgeordnet, verworfen und wieder neu aufgegriffen, wodurch eine sinnige und intensive Form des Übens erreicht wird.

Winter (2016) benennt vier Phasen, die für eine gelingende Unterrichtsgestaltung nach dem Prinzip des entdeckenden Lernens von Bedeutung sind:

1. Angebot einer „herausfordernden Situation“ (Problem-/Aufgabenstellung entwickeln)
2. eigenständige Entwicklungen von Lösungen durch die Schüler*innen (Begriffsbildungen/Lösungsverfahren entwickeln in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit)
3. Vorstellung und Sammlung der Ergebnisse durch die Lösenden (Integration und erste Ausgestaltung vielfältiger Beziehungen)
4. Arbeitsergebnisse bündeln, zusammenfassen, ordnen, korrigieren (Reflexion der Lösungszugänge und Heuristiken, Organisation und gezielte Versuche des Transfers) (Winter, 2016, S. 26–29).

2 Die Rolle der Lehrperson beim Entdeckenden Lernen

Ein Umdenken, ein Neuüberdenken des Lehrer*innen-Verhaltens braucht Mut und Zutrauen in die eigene Profession. Die Rolle der Lehrperson beim Entdeckenden Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe ist vielfältig. Gelingensbedingungen für eine erfolgreiche Umsetzung des Prinzips des Entdeckenden Lernens sind folgende:

- Grundhaltung: Ko-konstruktive, partizipative und inklusive Unterrichtsprozesse erfordern eine positive und offene Grundhaltung. Beliefs, Werte und Einstellungen der Lehrperson sind entscheidend für den Erfolg des Entdeckenden Lernens.
- Lernumgebung gestalten: Lehrer*innen schaffen eine anregende Lernumgebung, in der ein konkreter mathematischer Inhalt erforscht werden kann. Die Lehrperson verdeutlicht zentrale Ideen und ermöglicht es, Zusammenhänge zu erkennen. Für die Ent-

deckungsprozesse werden vielfältige didaktische Materialien bereitgestellt, die Anknüpfungspunkte in ihrer Lebenswelt aufweisen. Lebensnahe und herausfordernde Fragestellungen sind Inhalt des Unterrichts. Aufgrund dieses Angebots soll Neugier geweckt und Anreize geschaffen werden, dass die Lernenden spielerisch ihre mathematische Kompetenz aufbauen können.

- **Eigenverantwortliches Handeln unterstützen:** Lehrer*innen ermutigen die Schüler*innen, eigenverantwortlich zu handeln und intuitiv zu experimentieren. Die Kinder setzen sich selbsttätig mit den Angeboten auseinander.
- **Impulse geben:** Lehrer*innen stellen gezielte Fragen und geben Impulse, um das Denken der Schüler*innen anzuregen. Sie ermuntern zum Beobachten, Erkunden, Probieren, Fragen. Sie fördern die Neugier und den Wissensdrang.
- **Beobachten und Begleiten:** Lehrer*innen beobachten die Schüler*innen aufmerksam und begleiten sie bei ihren Entdeckungen. Sie erkennen individuelle Bedürfnisse und passen ihre Unterstützung an. (Winter, 2016; Hengartner, 2001; Kobl & Schedl, 2022)

Durch eine bewusste Haltung und gezielte Maßnahmen können Lehrer*innen diesen Prozess erfolgreich unterstützen und sowohl der Neugier als auch dem Wissensdrang der Schüler*innen nachkommen.

3 EMILs Kiste

Das Projekt EMIL basiert auf dem Vorgängerprojekt „Mathematik aus der Kiste“ (Musilek & Varelija-Gerber, 2024). Bedeutsame Aufgaben werden als Ausgangspunkt für EMILs Kiste gesehen. Sie ermöglichen eine natürliche Differenzierung und stellen Entdecken, Beschreiben und Begründen, eigenes Erfinden mathematischer Muster in den Mittelpunkt (Selter, 2006). Aufbauend auf bewährten Gestaltungsmerkmalen, fließen Erfahrungen aus zahlreichen Erprobungen in die Weiterentwicklung ein. Ebenso wurden die Anleitungen für die Kinder um die Unterstützung im (fach-)sprachlichen Bereich erweitert.

Jede EMILs Kiste enthält alle erforderlichen Materialien, um entweder eine einzelne Unterrichtsstunde oder eine ganze Unterrichtssequenz für alle Schüler*innen einer Klasse durchzuführen.

3.1 Bestandteile

Der Grundidee von Entdeckendem Lernen folgend, sollen die Materialien Lernprozesse auf verschiedenen Ebenen anregen. Lernende haben durch konkretes Material die Möglichkeit handelnd Erfahrungen zu machen, werden aber auch angeregt, diese ihre Erkenntnisse zu dokumentieren und zu reflektieren.

Anleitungskarten mit bedeutsamen Aufgaben:

Die Aufgaben sind auf Anleitungskarten dargestellt. Diese Karten sind für Kinderhände gedacht. Auf ihnen werden reichhaltige Aufgabenstellungen in einer Form präsentiert, die ein eigenständiges Arbeiten ermöglichen. Jedes Kind kann auf angemessene Weise in die mathematische Bearbeitung einsteigen und die individuelle Tiefe der Auseinandersetzung wählen.

Haptisches Mathe-Material:

Der handlungsorientierte Ansatz, der mit den Kisten verfolgt wird, bedarf adäquater Medien. Alle Materialien, die die Kinder für die Bearbeitung der verschiedenen Aufgabenstellungen brauchen, sind in EMILs Kiste enthalten.

Handout für Lehrpersonen:

Dieses Handout bietet einen Überblick über das jeweilige Thema und enthält methodisch-didaktische Hilfen zur Unterrichtsgestaltung. Ebenso findet sich eine Verortung im Lehrplan. Zur raschen Orientierung für Lehrpersonen sind zu allen Anleitungskarten wichtige Informationen aufgelistet, die die im Fokus stehende mathematische Kompetenz einer Station, aber auch Organisatorisches wie Material, Anzahl der Kinder die gemeinsam arbeiten usw. anführen. Ergänzend werden Einblicke in die Erprobungsphasen gewährt, um den Lehrer*innen einen Erwartungshorizont zu liefern. Diese Dokumente vermitteln, wie die Arbeit gestaltet werden kann und welche Ergebnisse möglich sind.

EMIL-Heft:

Das EMIL-Heft ist ein zentrales Instrument bei der Arbeit. Es dient dazu, individuelle Notizen, Entdeckungen, Zeichnungen, Nebenrechnungen und ähnliche Artefakte festzuhalten. Das Heft ist ein persönliches und gehört dem Kind. Das übergeordnete Ziel des kontinuierlichen Einsatzes des Hefts besteht darin, dass die Schüler*innen im Verlauf ihrer Lernreise befähigt werden, ihre Lösungsansätze und Überlegungen zur Bewältigung mathematischer Aufgaben in einer klaren und verständlichen Art und Weise zu beschreiben.

Die frühzeitige und regelmäßige Nutzung dieses Hefts ist von essenzieller Bedeutung für den Lernprozess der Kinder. Anfänglich kann der Prozess durch Hinweise der Lehrperson unterstützt werden, sodass sich die Schüler*innen nicht alleingelassen fühlen. So können beispielsweise Tipps, dass Striche, Pfeile, Farben, Tabellen, Diagramme und Skizzen bei der Dokumentation mathematischer Ideen behilflich sein können, also ein Zugang auf verschiedenen Darstellungsebenen, das Verständnis erleichtern.

Plenumskarten:

Zu jeder Arbeitskarte gibt es auch eine Plenumskarte. Angedacht ist, dass nach jeder Bearbeitungsphase ein Plenum für die Kinder abgehalten wird. Dadurch wird das Kommunizieren im Mathematikunterricht stark gefördert. In den Plenumsphasen werden die Lernenden aufgefordert, ihre EMIL-Hefte vorzustellen und ihre Gedanken mit anderen zu teilen. Der

konsequente Einsatz des Hefts in Plenumsphasen etabliert eine Kultur der Reflexion, um Lernfortschritte, Schwierigkeiten und Herangehensweisen zu erörtern.

Die Lernenden präsentieren im Plenum ihre Entdeckungen zu den einzelnen Aufgaben, erläutern ihre Ideen, argumentieren mathematisch und sammeln Ergebnisse. Sprachliche Förderung hat in dieser Phase einen immanenten Platz.

Wenn Kinder ihre Ideen Vorgangsweisen usw. erläutern, können diese ein möglicher Anknüpfungspunkt für andere Kinder sein und von diesen bei der Bearbeitung des Auftrages unmittelbar genutzt werden.

3.2 Werkstatt, Wolkenkratzer, Luftschlösser: Komm wir bauen

In diesem Abschnitt werden die grundlegenden Elemente von EMILs Kiste anhand der Lernumgebung „Werkstatt, Wolkenkratzer, Luftschlösser: Komm wir bauen“ konkretisiert.

Gemeinsam mit dem Hamster Emil erkunden die Kinder innerhalb der Lernumgebung geometrische Inhalte, „begreifen“ wortwörtlich erste geometrische Zusammenhänge, wie das Erfahren räumlicher Positionen und Lagebeziehungen, das Erfassen und Beschreiben einfacher geometrischer Figuren und das kreativ handlungsorientierte Gestalten mit geometrischen Körpern und Flächen. Sie notieren ihre Entdeckungen im EMIL-Heft und tauschen sich während des Arbeitsprozesses dazu aus. Dieses Material kann in Verbindung mit den Themenbereichen „Erfahrungs- und Lernbereich Raum“ (Sachunterricht) und „Sprechen“, „Erstlesen“ (Deutsch) eingesetzt werden.

Die Lernumgebung „Werkstatt, Wolkenkratzer, Luftschlösser: Komm wir bauen!“ richtet sich an sehr junge Lernende. Bei der Gestaltung der acht Arbeitskarten wurde versucht, dies zu berücksichtigen, indem die Aufträge kurz und prägnant formuliert sind. Weiters wurde Bedacht auf den Wortschatz der betreffenden Altersgruppe im Sprachgebrauch genommen. Es wurden „nur“ Worte verwendet, die die Kinder bereits in ihrem Sprachgebrauch haben. Piktographische Hinweise ersetzen das Beschreiben von Dynamiken (z.B. Hinweise zu Sozialformen, Partnertausch). Die Karten werden nur als Ausgangspunkt für Mathematiktreiben genutzt, sollen aber nicht vom Wesentlichen – dem Ausprobieren selbst – ablenken, was sich in der schlichten Gestaltung widerspiegelt (siehe Abbildung 1).



Abbildung 1: Anleitungskarten für Kinderhände aus EMILs Kiste (Eigendarstellung)

Ein wichtiges Merkmal der Arbeitskarten sind die Unterstützungsangebote des Hamsters Emil. Er schenkt Ideen, um Kindern Hinweise zu geben, in welche Richtung die Entdeckungsprozesse gehen könnten. Sprachliche Hilfestellungen werden durch zur Verfügung gestellte Wörter angeboten, die für die Bearbeitung dieser konkreten Aufgabe wesentlich sind.

Die Lehr-Lernforschung zeigt, dass die Rückschau auf den Lernprozess wesentlich ist. Durch den Hinweis „Emil will wissen“ wird dieser Aspekt aufgegriffen (siehe Abbildung 2).



Abbildung 2: Unterstützungsangebote auf verschiedenen Ebenen (Eigendarstellung)

EMILs Kiste bietet in drei bewusst gewählten Bereichen Möglichkeiten auszuprobieren und Erfahrungen zu sammeln (siehe Abbildung 3).



Abbildung 3: Anleitungskarten zu EMILs Kiste:
Werkstatt, Wolkenkratzer, Luftschlösser: Komm wir bauen (Eigendarstellung)

Die Aufgabenstellungen im Bereich „Werkstatt“ beziehen sich auf den Erwerb grundlegender Fertigkeiten. Erste Entdeckungen mit Bausteinen werden spielerisch gemacht. Sie führen zum Beschreiben, Ordnen und Sortieren, Auffinden von Gemeinsamkeiten und Unterschieden. Die Lernenden erfinden Muster, die sie fortsetzen. Grundlegende mathematische Einsichten, wie die Reihung, werden über das Spiel erkannt. Dabei nutzen die Kinder viele mathematische Fachbegriffe.

„Wolkenkratzer“ hat als Ausgangspunkt das freie Bauen. Kinder setzen ihre Kreativität ein und erkunden dabei geometrische Körper und ihre Eigenschaften. Sie dokumentieren ihre Bauwerke einerseits unter Verwendung von Zeichengeräten und andererseits digital durch selbstgemachte Fotografien. In der fortsetzenden Bearbeitung lernen sie verschiedene Arten von Ansichten kennen und verstehen. Dadurch werden aufmerksames Zuhören, das manchmal notwendige Nachfragen und das Gehörte in Handlungen umzusetzen geübt.

„Luftschlösser“ bieten weitere Möglichkeiten zu spannenden und kreativen Auseinandersetzungen. Eine geheimnisvolle Fühlbox wird genutzt, um alle Sinne anzusprechen. Zukunftsideen zur Gestaltung von Häusern werden ausgetauscht. Die Kinder schneiden, falten und kleben geometrische Körper, die Bestandteile einer Mathematik-Stadt werden können.

4 Zusammenschau

Die Idee eine Lernumgebung regelmäßig im Unterricht einzusetzen, kann unabhängig von der bereits gestalteten EMILs Kiste verstanden werden. Übergreifende mathematische Inhalte bieten sich, den Schulstufen angepasst, geradezu an, auf diese Weise erforscht zu werden. Der Kreativität der Lehrperson, diese Ziele zu erreichen, sind hier keine Grenzen gesetzt. Die Vorgehensweise im Unterricht, wie im Artikel beschrieben, garantiert, dass die Kinder sich auf

die Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten einlassen, über das Handelnde Tun Denkprozesse starten und über die Kommunikation im täglichen Plenum Inhalte vernetzen. Alle hier vorgestellten Materialien und weiterführende Überlegungen für den Unterricht können unter <https://shorturl.at/cdFTU> nachgelesen werden.

Literatur

- Bezold, A. (2011). Forschen im Mathematikunterricht - faszinierend! In: *Fördermagazin. Grundschule*, 3/11, S. 8–12.
- Bruner, J. S. (1980). *Der Prozess der Erziehung* (5. Aufl.). Berlin: Berlin-Verl.
- Hengartner, E. (Hrsg.). (2001). *Mit Kindern lernen* (1. Aufl., (Nachdr.)). Klett und Balmer Baar.
- Hengartner, E., Hirt, U., & Wälti, B. (2001). *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht* (1. Aufl., Nachdr.). Klett und Balmer Baar.
- Holzinger, A. (2001). *Basiswissen Multimedia. 2: Lernen: kognitive Grundlagen multimedialer Informationssysteme* (1. Aufl.). Vogel Würzburg.
- Huber, L., Hellmer, J., & Schneider, F. (Hrsg.). (2013). Warum Forschendes Lernen nötig und möglich ist. In L. Huber, J. Hellmer & F. Schneider (Hrsg.): *Forschendes Lernen im Studium: Aktuelle Konzepte und Erfahrungen* (2. Auflage, S. 9–35). Universitäts Verlag Webler Bielefeld.
- Jank, W., & Meyer, H. (2021). *Didaktische Modelle* (14. Auflage). Cornelsen Berlin.
- Kobl, K., & Schedl, T. (2022). *Meine 1. Klasse fördern & fordern Mathe. Individuelle Lernwege für jedes Kind*. Auer Verlag Donauwörth.
- Leuders, T. (2020). Entdeckendes Lernen—Produktives Üben. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.): *Fachdidaktik Mathematik: Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II* (2. Auflage, S. 236–263). Hannover: Klett/Kallmeyer.
- Musilek, M., & Varelija-Gerber, A. (2024). Mathematik aus der Kiste. In: S. Rogl, C. Resch, E. Bögl, B. Gürtler, S. Hinterplattner & J. Klug (Hrsg.), *Begabung verändert—Förderliche Lernwelten erforschen, gestalten, implementieren*, Waxmann Münster, S. 437–448.
- Syring, M. (2022). „Ich finde Vielfalt im Klassenzimmer gut, aber...“ Einstellungen von Lehrkräften zum Umgang mit Heterogenität. *Schulmagazin 5-10*, 2022(7+ 8), S. 9–11.
- Sundermann, B., & Selter, C. (2013). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht* (4., überarbeitete Neuauflage). Cornelsen Scriptor Berlin.
- Winter, H. (1996). *Mathematik entdecken: Neue Ansätze für den Unterricht in der Grundschule; Reformen und Gegenreformen; Entdeckendes Lernen; Kreatives Üben* (5. Aufl.). Frankfurt am Main: Cornelsen Scriptor.
- Winter, H. (2016). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht: Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik* (3., aktualisierte Auflage). Springer Spektrum Heidelberg.
- Wittmann, E. Ch. (2017). Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In E. Ch. Wittmann, & G.N. Müller: *Mathe 2000+: Vom Einspluseins zum Einmaleins* (Neufassung, 1. Auflage, S. 152–166). Seelze; Stuttgart: Klett/Kallmeyer.