

# **Zeitgemäßer Mathematikunterricht und zentrale Matura – passt das zusammen?**

***Dr. Rainer Heinrich***

## **Darstellung der Situation in Deutschland (Stand 1. Juli 2014)**

Die Bundesrepublik Deutschland ist ein föderalistischer Staatenverbund aus 16 Bundesländern mit 16 verschiedenen Schulsystemen. Zwar ist das Fach Mathematik an allen Gymnasien verpflichtend zu belegen, jedoch unterscheiden sich Stundenumfang, Lehrplaninhalte und Prüfungsverpflichtung erheblich voneinander. So beträgt die Unterrichtszeit in der gymnasialen Oberstufe zwischen 3 und 5 Unterrichtsstunden je Woche. In einigen Ländern ist Mathematik verpflichtendes Prüfungsfach am Ende der Abiturzeit, in anderen kann man die Prüfung durch eine Prüfung in einem anderen Fach ersetzen.

Gegenwärtig gibt es drei parallele Entwicklungen, um wenigstens eine inhaltliche Vergleichbarkeit der Abschlüsse zu erreichen:

(1) Es wurden nationale Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife in den Fächern Mathematik, Deutsch und Englisch entwickelt, welche das Endniveau beim Abitur festlegen.

(2) Unter Leitung des Instituts für Qualitätssicherung im Bildungswesen (IQB) in Berlin wird ein zentraler Pool mit Abituraufgaben entwickelt, aus denen sich die Länder ab 2017 Aufgaben auswählen können.

(3) Die Länder Bayern, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Sachsen und Schleswig-Holstein setzen seit 2014 zumindest teilweise identische Aufgaben ein und schreiben die Prüfungen zur selben Zeit.

In den letzten Jahren haben sich immer mehr deutsche Bundesländer für die Einführung zentraler Abiturprüfungen entschieden, so dass mit Ausnahme von Rheinland-Pfalz inzwischen die Mathematikprüfungen in allen Bundesländern mit zentralen Aufgabenstellungen und im jeweiligen Land zum gleichen Zeitpunkt durchgeführt werden.

Der Einsatz von Technologie in den Ländern ist sehr unterschiedlich. In Thüringen ist ein Taschenrechner mit CAS verbindlich vorgeschrieben. In Sachsen ist ein grafikfähiger Taschenrechner verbindlich vorgeschrieben (seit 1997), ob dieser CAS enthält oder nicht entscheidet die jeweilige Schule. In den meisten anderen Ländern sind grafikfähige Taschenrechner mit oder ohne CAS erlaubt, aber nicht verbindlich vorgeschrieben. Sachsen-Anhalt erlaubt nur wissenschaftliche Taschenrechner ohne CAS.

Sehr viele Bundesländer differenzieren deshalb bei den zentralen Prüfungsaufgaben die Aufgabenstellungen nach der Art der zugelassenen Hilfsmittel.

## **Darstellung der Situation in Sachsen**

In Sachsen gibt es seit 1992 zentrale schriftliche Prüfungen. Der grafikfähige Taschenrechner muss seit 1997 verbindlich ab Klassenstufe 8 eingesetzt werden (erstmalig im Abitur 1999). 2004 wurden neue Lehrpläne eingeführt. Diese beschreiben bereits im Vorwort die Rolle der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht und fordern, dass Schüler mathematische Werkzeuge wie CAS, Tabellenkalkulation, Funktionsplotte und dynamische Geometriesoftware einsetzen müssen. Das bedeutet insbesondere, dass auch Schüler, die einen Grafikrechner ohne CAS verwenden, im Unterricht wenigstens am Computer mit CAS arbeiten müssen.

Auszug aus den im Lehrplan festgelegten didaktischen Grundsätzen<sup>1</sup>:

- Der Mathematikunterricht benötigt eine Aufgabenkultur, die sich neben den in angemessenem Umfang eingesetzten formalen Aufgaben insbesondere durch die Verwendung folgender Aufgabenarten auszeichnet:
  - sach- und anwendungsbezogene Aufgaben
  - problemorientierte Aufgaben
  - offene Aufgaben
  - Aufgaben, die grundlegende Inhalte aus verschiedenen Teilgebieten der Mathematik verknüpfen
  - Aufgaben, die ausgewählte didaktische und fachdidaktische Strategien wie selbstorganisiertes Lernen, Schulung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit, Finden unterschiedlicher Lösungswege und den Umgang mit Fehlern als Lernanlass unterstützen.
  - Aufgaben mit Antwortauswahlcharakter (Multiple-Choice-Aufgaben)

Aufgaben, die mit bzw. ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, müssen in einem ausgewogenen Verhältnis einbezogen werden. Mathematischen Tätigkeiten wie Kopfrechnen, Schätzen, Überschlagen, Darstellen und Interpretieren wird durchgängige Beachtung geschenkt.

- Modernen Mathematikunterricht kennzeichnet ein fachdidaktisch und mediendidaktisch sinnvolles Nutzen zeitgemäßer Hilfsmittel, das aufwändige algorithmische Tätigkeiten auf einen Umfang begrenzt, der für die Entwicklung elementarer Rechenfertigkeiten notwendig ist. Als Hilfsmittel für die Arbeit im Unterricht, das Lösen von Hausaufgaben und das Absolvieren von Leistungskontrollen werden eingesetzt:
  - Tabellen- und Formelsammlung ohne ausführliche Musterbeispiele
  - Taschenrechner ohne Grafikdisplay (TR) ab Klassenstufe 5, Taschenrechner mit Grafikdisplay (GTR) ab Klassenstufe 8
  - mathematische Software in Form von Computer-Algebra-Systemen (CAS) ab Klassenstufe 8, dynamischen Geometriesystemen (DGS) und Tabellenkalkulation (TK)

Der neue Lehrplan in Sachsen weist darüber hinaus recht stringent aus, welche mathematischen Kompetenzen Schüler ohne Hilfsmittel beherrschen müssen.

Beispiele:

Klassenstufe 7:

**Lernbereich 2: Arbeiten mit rationalen Zahlen 56 Ustd.**

<p>Beherrschen des Darstellens, Vergleichens und Ordnen rationaler Zahlen</p> <p style="padding-left: 20px;">Darstellen der Beziehungen zwischen natürlichen, gebrochenen, ganzen und rationalen Zahlen im Mengendiagramm</p> <p>Beherrschen des Rechnens mit rationalen Zahlen unter Beachtung der Rechengesetze</p> <p>- <b>Grundrechenarten</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· <b>im Kopf: Aufgaben mit überschaubaren Zahlen</b></li> </ul>	<p>→ Kl. 6, LB 1</p> <p>Hinweis auf Teilmenge, Schnittmenge, Vereinigungsmenge</p> <p><b>Bedeutungswandel des Begriffs Summe</b></p> $\left(-\frac{1}{2}\right) \pm \frac{3}{4}; -0,2 \cdot (-0,1)$
---	---

<sup>1</sup> Lehrplan Mathematik – Gymnasium Sachsen, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2004, siehe auch [www.bildung.sachsen.de](http://www.bildung.sachsen.de)

- schriftlich: Aufgaben, die eine geringe Anzahl von Zwischenschritten erfordern
- mit TR: komplexere Aufgaben

- Potenzieren und Quadratwurzelziehen

Beherrschen des Lösens linearer Gleichungen

- inhaltlich im Kopf: einfache Gleichungen mit überschaubarem Zahlenmaterial
- algorithmisch-kalkülmäßig: Gleichungen, die in wenigen Umformungsschritten gelöst werden können und die einfaches Zahlenmaterial enthalten
- Umstellen von Formeln

Anwenden der Prozentrechnung in Sachzusammenhängen

$$\left(-\frac{13}{6}\right) \pm \frac{11}{15}; -3 : (-1,2)$$

Unterschied zwischen Operations- und Vorzeichen

Ausblick auf irrationale Zahlen

→ Kl. 6, LB 4

$$2 \cdot x + 4 = 8; (2 \cdot x + 4) \cdot (3 \cdot x - 1) = 0; |x - 3| = 7$$

$$3 \cdot a + 4 = 2 \cdot a - 8; -3 \cdot (x + 2) = 18$$

$$\frac{3}{b} + 4 = 14$$

→ PH, Kl. 8, LB 3

„Steigerung um“ und „Steigerung auf“

→ Kl. 6, LB 5

Nutzen von TK

Jahrgangsstufe 11

### Lernbereich 1: Differentialrechnung

60 Ustd.

Beherrschen des Ermitteln von Grenzwerten bei Funktionen

- Verhalten im Unendlichen
- Grenzwert an einer Stelle
- Grenzwertsätze für Funktionen
- Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle, in einem Intervall und im Definitionsbereich

Anwenden des Differenzierens

- vertieftes inhaltliches Verständnis des Ableitungsbegriffs
  - Differenzenquotient als Anstieg der Sekante und als mittlere Änderungsrate
  - Differentialquotient als Anstieg der Tangente und als lokale Änderungsrate
- Ermitteln von Ableitungsfunktionen nach Definition
- Ermitteln von Ableitungen mit und ohne CAS
  - Ableitungsregeln, höhere Ableitungen
  - ohne CAS: ganzrationale Funktionen, Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten, einfache Verkettungen und Verknüpfungen mit  $f(x) = e^x$  bzw.  $f(x) = \sin x$

Einblick gewinnen in die Umkehrung des Differenzierens bei Potenzfunktionen

→ Kl. 10, LB 4

Es sollten auch abschnittsweise definierte Funktionen betrachtet werden.

Beiträge von I. Newton und G. W. Leibniz zur Entwicklung der Differentialrechnung

$$f(x) = x^2; f(x) = a^x$$

Einige Ableitungsregeln sollten bewiesen werden.

Der Einsatz von CAS sollte insbesondere entdeckendes Lernen fördern sowie bei sachbezogenen Aufgabenstellungen die Reflexion zum Sachverhalt und die Interpretation des Ergebnisses unterstützen.

→ PH, Lk 11, LB 2

Anwenden der Kenntnisse über Funktionen und ihrer Ableitungen auf das Lösen von Problemen

- lokale und globale Extrema, Wendepunkte, Nullstellen, Polstellen, Monotonie, Symmetrie, Asymptoten
- Bestimmen von Gleichungen ganzrationaler Funktionen durch Lösen entsprechender Gleichungssysteme
  - ohne Hilfsmittel: mit überschaubaren Koeffizienten und bis zu drei Unbekannten
  - mit GTR oder CAS: mehr als drei Unbekannte
- Lösen von Extremwertproblemen

Beherrschen des Findens von linearen und nicht-linearen Gleichungen mithilfe von Regressionsmodellen

Anhand inner- und außermathematischer Problemstellungen sollen die im jeweiligen Fall interessierenden Eigenschaften auch mit GTR/CAS betrachtet werden. Es geht nicht um eine routinemäßige Abarbeitung einer Kurvendiskussion. Polynomdivision mittels CAS  
Skizzieren des Graphen der Ableitungsfunktion zu einem vorgegebenen Graphen

inner- und außermathematische Sachverhalte  
CAS, GTR  
→ Kl. 10, LB 1

Bei der Festlegung des Grades des Beherrschens hilfsmittelfreien Rechnens orientierte sich Sachsen an dem Artikel von Herget, Heugl, Kutzler und Lehmann „Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Zeitalter unverzichtbar?“<sup>2</sup>

### Einsatz von Technologie im Unterricht

Werkzeuge wie Grafikrechner mit und ohne CAS werden in Sachsen zur Unterstützung didaktischen Arbeitens mit Aufgaben im Unterricht eingesetzt, vor allem um

- die Motivation der Schüler für Mathematik zu steigern,
- inhaltliches Verständnis zu fördern,
- entdeckendes Lernen und Experimentieren zu ermöglichen,
- mathematische Sachverhalte zu visualisieren und damit Schülern zugänglicher zu machen,
- Aufgaben auf verschiedenen Wegen und mit verschiedenen Strategien zu lösen,
- realitätsnahe Anwendungen zu ermöglichen,
- fächerverbindendes Arbeiten zu unterstützen.

### Einsatz von Technologie in Prüfungen

Bei Verfügbarkeit der genannten Werkzeuge geht Sachsen seit dem Abitur 1999 konsequenterweise den Weg, diese Hilfsmittel auch in zentralen Prüfungen zuzulassen.

Dabei steht im Mittelpunkt, die im Mathematikunterricht erworbenen mathematischen Kompetenzen zu prüfen. Der Schwerpunkt liegt aber nicht mehr in Aufgabenstellungen, in

<sup>2</sup> Siehe auch Beitrag in „Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) 54 (2001) 8, S. 458 - 464

denen routinemäßige algorithmisch zu lösende Rechenaufgaben im Mittelpunkt stehen. Vielmehr sollen Problemlösen, Modellieren, angemessener Umgang mit der mathematischen Fachsprache und sicherer Umgang mit mathematischen Objekten im Zentrum der Aufgaben stehen.

So werden klassische Kurvendiskussionen auch durch eingekleidete, realitätsnahe Aufgaben ersetzt, Beschreibungen, Begründungen und Argumentationen gefordert.

Werkzeuge sind dabei durch die Schüler zu nutzen, aber selbst kein Prüfungsgegenstand. Es gibt also keine Fragen nach Tastenfolgen etc.

## Prüfungsstruktur

In Sachsen wurde in den letzten Jahren ein deutlicher Wechsel der Aufgabenkultur beim Zentralabitur erreicht:

### Beispiel für eine Aufgabe aus einem Zentralabitur 1994

Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{4x - 4}$ .

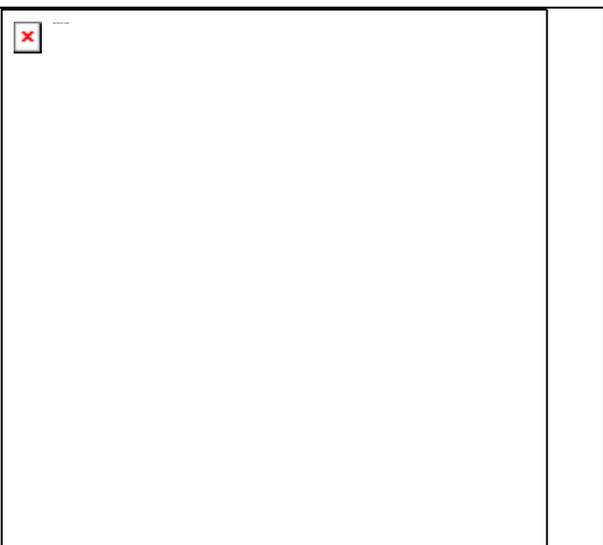
Führen Sie für die Funktion  $f$  eine Kurvendiskussion durch (Nullstellen, Koordinaten des Schnittpunktes mit der  $y$ -Achse, Koordinaten der lokalen Extrempunkte und Art der Extrema).

Mit den heute zur Verfügung stehenden Grafikrechnern wäre diese Aufgabe mit wenigen Knopfdrücken bearbeitet.

### Beispiel für eine Aufgabe aus dem Zentralabitur 1999

Der symmetrische Giebel eines Barockhauses soll rekonstruiert werden. Die Abbildung zeigt den Giebel in einem Koordinatensystem. Eine symmetrische, ganzrationale Funktion  $f$  beschreibt den oberen Giebelrand. Die  $x$ -Achse ist Tangente an den Graphen der Funktion  $f$  in den Punkten  $P(-4;0)$  und  $Q(4;0)$ .

Die Höhe des Giebels beträgt 4m.



- Begründen Sie, dass die Funktion  $f$  mindestens 4. Grades sein muss.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Funktion  $f$ .
- Die Giebelfläche soll durch eine Waagerechte Linie in zwei flächengleiche Teilstücke

zerlegt werden. Der obere Teil soll mit Ornamenten versehen werden, während im unteren Teil Fenster angebracht werden. Berechnen Sie, in welcher Höhe der Giebel geteilt werden muss.

Die schriftlichen Prüfungen sind seit 2010 in Sachsen zweigeteilt. Im ersten Teil arbeiten die Schüler an relativ kurzen Aufgabenstellungen ohne jede Hilfsmittel. Damit werden einerseits diejenigen Basiskompetenzen geprüft, die ohne Hilfsmittel beherrscht werden sollten, andererseits Aufgaben zum inhaltlichen Verständnis gestellt, bei denen der Einsatz von Hilfsmitteln keinen wesentlichen Nutzen bringt.

Zur Verdeutlichung ein Beispiel aus der Abiturprüfung 2012:

In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Welcher der angegebenen Terme beschreibt einen Funktionsterm der ersten Ableitungsfunktion  $f'$  der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 \cdot e^x$  ( $x \in D_f$ )?

- $2 \cdot x \cdot e^x + e \cdot x^2$ 
  $x^2 \cdot e^x$ 
  $2 \cdot x \cdot e^x + x^2$ 
  $2 \cdot x \cdot e^x$ 
  $2 \cdot x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$

1.2 Die Funktion  $f$  mit  $y = f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$  ( $x \in D_f$ ) besitzt für  $x = 1$

- den Funktionswert  $y = 1$   
 keinen Funktionswert  
 eine Nullstelle  
 eine Polstelle  
 eine Extremstelle

1.3 Welches bestimmte Integral mit  $a \in \mathbb{R}$  und  $a > 0$  hat den Wert 0?

- $\int_{-2}^2 (x + a) dx$ 
  $\int_{-2}^2 e^{a \cdot x} dx$ 
  $a \cdot \int_{-2}^2 \sin x dx$ 
  $a \cdot \int_{-2}^2 x^4 dx$ 
  $\int_{-a}^a (x^2 + 2) dx$

1.4 Die Gerade  $g$  mit  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) verläuft

- parallel zur x-y-Koordinatenebene  
 parallel zur y-z-Koordinatenebene  
 parallel zur x-z-Koordinatenebene  
 parallel zur z-Achse  
 durch den Koordinatenursprung

1.5 Gegeben sind alle ganzrationalen Funktionen  $f$  mit  $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ , deren erste Ableitungsfunktion  $f'$  jeweils die folgenden Eigenschaften haben:

- (1) Die erste Ableitungsfunktion  $f'$  besitzt genau eine Nullstelle.
- (2) Für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt:  $f'(x) \leq 0$ .

Welche Aussage ist unter diesen Voraussetzungen für jede dieser Funktionen wahr?

- Die Funktion  $f$  besitzt eine Polstelle.
- Die Funktion  $f$  besitzt ein Minimum.
- Die Funktion  $f$  besitzt ein Maximum.
- Die Funktion  $f$  ist monoton wachsend.
- Die Funktion  $f$  besitzt eine Wendestelle.

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 5

2 Gegeben ist die Ebene  $E$  mit  $E: x + 2 \cdot y - 2 \cdot z = 2$  und für jedes  $a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) eine Ebene  $G_a$  mit  $G_a: 3 \cdot x + 4 \cdot y + a \cdot z = 1$ .

Für jedes  $b$  ( $b \in \mathbb{R}$ ) ist ein Punkt  $P_b(1 \mid -2 \mid b)$  gegeben.

2.1 Geben Sie den Wert für  $b$  an, für den der Punkt  $P_b$  in der Ebene  $E$  liegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 1

2.2 Bestimmen Sie den Abstand der Punkte  $P_b$  zur Ebene  $G_a$  für  $a = 0$ .

Erreichbare BE-Anzahl: 2

2.3 Geben Sie den Wert für  $a$  an, für den die Ebenen  $E$  und  $G_a$  orthogonal zueinander verlaufen.

Erreichbare BE-Anzahl: 1

4 Eine Umfrage unter 32 Schülern hat ergeben:

Genau 20 Schüler besitzen einen internetfähigen Computer, genau 14 Schüler besitzen ein Fahrrad und genau 4 Schüler besitzen weder einen internetfähigen Computer noch ein Fahrrad.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Schüler sowohl einen internetfähigen Computer als auch ein Fahrrad besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

(Ende des Beispiels)

In diesen Aufgabenteilen befinden sich einige wenige Multiple-Choice Aufgaben. Eine Aufgabenkonstruktion mithilfe sogenannter 0-1-Items lehnt Sachsen hier grundsätzlich ab, da sie nicht den Anforderungen an eine Prüfung zum Nachweis von Studierfähigkeit entspricht.

Im zweiten Teil der Prüfung werden dann Anwendungsaufgaben gestellt, bei denen Schüler erworbene Fähigkeiten möglichst in unbekanntem Kontexten anwenden müssen.

Beispiel aus der Abiturprüfung 2012:

**Aufgabe B 1**

Betrachtet wird ein 200 m langer geradlinig verlaufender Abschnitt eines Hochwasserschutzdammes.

Sein Querschnitt kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt werden. Dieser Querschnitt wird im gesamten Abschnitt näherungsweise durch den Graphen der Funktion  $f$  mit  $y = f(x) = \left(\frac{1}{20} \cdot x^2 - \frac{9}{5}\right)^2$  ( $x \in \mathbb{R}, x_A \leq x \leq x_B$ ) und die Abszissenachse begrenzt (siehe Abbildung).

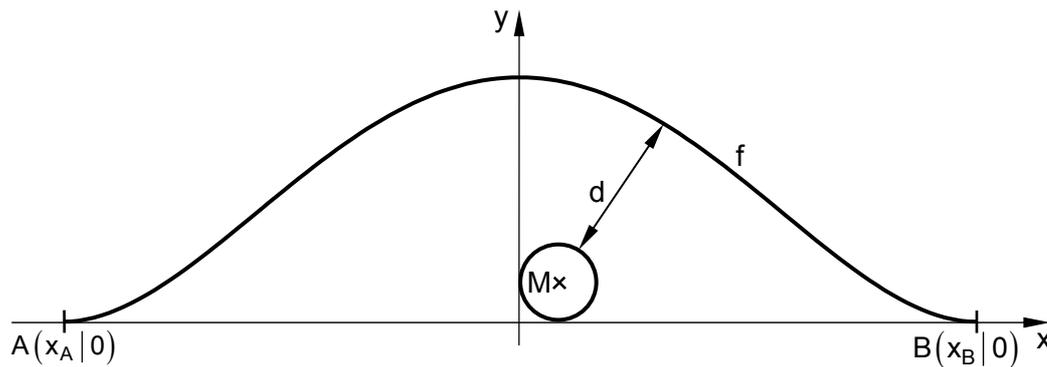


Abbildung (nicht maßstäblich)

1.1 Geben Sie die Breite und die Höhe dieses Dammes an.

Ermitteln Sie den größten Steigungswinkel des Dammes.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

1.2 Im betrachteten Abschnitt soll auf der gesamten Oberfläche des Dammes die Grasnarbe erneuert werden.

Ermitteln Sie, für wie viele Quadratmeter Grassamen bestellt werden müssen.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

1.3 Der Grassamen wird in zwei unterschiedlichen Qualitäten (erste und zweite Wahl) angeboten. Der Hersteller gibt für die Grassamen erster Wahl eine Keimgarantie von 95 % und für die Grassamen zweiter Wahl eine Keimgarantie von 80 % an.

Ein Gartenbaubetrieb erhält vom Hersteller eine unbeschriftete Probepackung Grassamen. Der Hersteller behauptet, dass diese Grassamen von erster Wahl sind.

Der Gartenbaubetrieb will in einer Stichprobe von 100 ausgesäten Grassamen die Nullhypothese  $H_0$  mit  $p_0 = 0,95$  gegen die Alternativhypothese  $H_1$  mit  $p_1 = 0,80$  testen, indem er prüft, wie viele Grassamen von den 100 ausgesäten Samen keimen.

Ermitteln Sie für den Ablehnungsbereich  $\bar{A}$  der Nullhypothese von  $\bar{A} = \{0; \dots; 90\}$  die Wahrscheinlichkeiten für die Fehler 1. und 2. Art.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

1.4 Grassamen wird in Tüten angeboten. Bestimmt man von diesen Tüten mit Grassamen jeweils die Masse, dann sind diese Massen annähernd normalverteilt.

Für Tüten mit Grassamen erster Wahl ergibt sich für die Masse einer Tüte mit Grassamen der Erwartungswert  $\mu_1 = 3\,000$  g und die Standardabweichung  $\sigma_1 = 30$  g.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Masse  $m$  einer zufällig ausgewählten Tüte mit Grassamen erster Wahl im Intervall  $2\,980\text{ g} \leq m \leq 3\,020\text{ g}$  liegt.

Für Tüten mit Grassamen zweiter Wahl ergibt sich für die Masse einer Tüte mit Grassamen der Erwartungswert  $\mu_2 = 3\,000\text{ g}$  und die Standardabweichung  $\sigma_2$ .

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 58 % beträgt die Masse einer zufällig ausgewählten Tüte mit Grassamen zweiter Wahl mindestens  $2\,990\text{ g}$ .

Ermitteln Sie die Standardabweichung  $\sigma_2$ .

Erreichbare BE-Anzahl: 4

- 1.5 Eine Rohrleitung mit einem Außendurchmesser von 1 Meter verläuft im Innern des Dammes (siehe Abbildung).

Im Querschnitt hat der die Rohrleitung darstellende Kreis den Mittelpunkt  $M(0,5 | 0,5)$ .

Ermitteln Sie den minimalen Abstand  $d$  der Rohroberfläche zur Profillinie der Dammoberfläche.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- 1.6 Für Werte  $a$  und  $b$  ( $a, b \in \mathbb{R}; a > 0; b > 0$ ) begrenzen der Graph der Funktion  $f_{a,b}$  mit

$$f_{a,b}(x) = \left( \frac{1}{a} \cdot x^2 - b \right)^2 \quad (x \in D_{f_{a,b}})$$
 und die Abszissenachse den Querschnitt eines

Dammes.

Beschreiben Sie ein Verfahren zum Nachweis dafür, dass der Graph jeder dieser Funktionen die Abszissenachse als Tangente hat.

Ermitteln Sie die Werte für  $a$  und  $b$  so, dass der Damm eine Höhe von 4 m und eine Breite von 8 m besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 6

(Ende des Beispiels)

Wichtig erscheint hierbei auch die (mehr oder weniger gelungene) Vernetzung von unterschiedlichen mathematischen Teilgebieten. Es gibt keine Aufgaben, die mit Analysis oder Stochastik usw. überschrieben werden.

Im vorliegenden Beispiel muss der Schüler bei 1.6 eine Verfahrensbeschreibung anfertigen.

Es wird dabei nicht differenziert, ob Schüler einen Grafikrechner mit oder ohne CAS benutzt. In den Lösungsdarstellungen wird dann ersichtlich, ob Schüler Gleichungen eher grafisch lösen oder ein CAS einsetzen.

In der Darstellung der Lösungen wird erwartet, dass der Lösungsweg nachvollziehbar ist. Auf keinen Fall werden Tastenkombinationen oder Maschinenschreibweisen abgefordert, sondern mathematisches Vorgehen ist zu beschreiben. Ggf. kann ein Schüler auch hinter einem Ergebnis angeben „Ablesen der Koordinaten in der grafischen Darstellung“ o.ä.

## Ausblick

Zukünftig bleibt die Frage, inwieweit weitere Kompetenzen, wie mathematisch Argumentieren oder Problemlösen im Team geprüft werden können. Hier gibt es gegenwärtig noch starke Vorbehalte aus traditionellen aber auch rechtlichen Überlegungen. Denkbar wären praktische Prüfungsteile, in denen einer Schülergruppe ein mathematisches

Problem gestellt wird und Lehrer das Lösungsverhalten der Schüler im Lösungsprozess dokumentieren und bewerten.

#### Literatur:

Lehrplan Mathematik – Gymnasium Sachsen, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2004, siehe auch [www.bildung.sachsen.de](http://www.bildung.sachsen.de)

Herget, W., Heugl, H., Kutzler, B., Lehmann, E.: Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Alter unverzichtbar? In: „Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) 54 (2001) 8, S. 458 – 464

Böhm, J, Forbes, I. u.a.: The case for CAS: - Westfälische Wilhelms-Universität Münster: - Münster 2004

Heinrich, Rainer: Basiskompetenzen in hilsmittelfreien Abiturprüfungsteilen: - In: Praxis der Mathematik in der Schule 51 (55. Jahrgang). – Aulsi-Verlag, Hallbergmoos, 2013, S.39 – 43

Bossek, H., Heinrich, R.: Lehrbuch Mathematik Gymnasiale Oberstufe. – Duden Schulbuchverlag. – Berlin, Mannheim, 2012