

Zahlenzauber und Laufdiktate in einem motivierenden Mathematikunterricht

Thomas Zwicker¹

DOI: <https://doi.org/10.53349/resource.2023.i2.a1178>

Im vorliegenden Text werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie im Mathematikunterricht ab der dritten Schulstufe die intrinsische Lern- und Leistungsmotivation der Schüler*innen erhöht werden kann. Dies kann mittels Zahlenzaubereien und Kartentricks, die auf mathematischen Grundlagen beruhen, geschehen. Die erworbenen Kompetenzen ermöglichen es den Lernenden, die Tricks nicht nur in der Schule, sondern auch zu Hause und im Freundeskreis anzuwenden, wodurch die Selbstwirksamkeitserwartung erhöht werden kann und die Schüler*innen ein besseres mathematisches Selbstkonzept entwickeln können. Darüber hinaus können zu mathematischen Lernzielen auch Laufdiktate eingesetzt werden.

Zahlenzauberei, Laufdiktate, Motivation, Selbstwirksamkeit, Mathematik

1 Zahlenzaubereien und Kartentricks

Lehrer*innen sind ständig auf der Suche nach geistigen Herausforderungen für ihre Schüler*innen. Insbesondere die höher Begabten und Schnelleren brauchen Anregungen, die sich nicht nur auf ein Wiederholen des durchgenommenen Stoffes beschränken. Durch das Einbringen von anregenden Inhalten wird ein Beziehungsaufbau möglich, sodass vermieden werden kann, dass die Schule von den Schüler*innen als „Entfremdungszone“ im Sinne von Beljan (2017) erlebt wird. Das Vorführen der Zaubereien wird von fast allen Schüler*innen gerne durchgeführt. Darüber hinaus ist es für manche von ihnen auch zusätzlich wichtig, die Tricks selbst zu durchschauen und zu verstehen. Manche wollen die Tricks auch weiterentwickeln, um einen eigenen Zaubertrick zu erstellen, wodurch die Kreativität der Lernenden nicht nur herausgefordert, sondern auch gefördert wird. Die Tricks eignen sich also gut, kognitive Herausforderungen in einem angenehmen Lernklima bereitzustellen und erfüllen so wichtige Aspekte der Resonanzpädagogik (Rosa & Endres, 2016).

In Stationenbetrieben sind Kartentricks als Wahl- oder Zusatzaufgaben verwendbar. Trickbeschreibungen (am 6.3.23 ergab die Recherche „Kartentrick Beschreibung“ bei Google 491.000 Suchergebnisse – oft inkl. Videos) stehen umfangreich zur Verfügung. Geeignete Tricks finden

¹Pädagogische Hochschule Oberösterreich, Huemerstraße 3-5, 4020 Linz

Email: thomas.zwicker@ph-ooe.at

sich auch im Buch „Zauberei mit Zahlen“ (Zwicker, 2007) und in der Schulbuchreihe „Mathematik. Verstehen + Üben + Anwenden“ (Zwicker, Breunig, Fitzka & Pawlowski, 2023, S. 37; Fitzka, Zwicker & Breunig, 2023, S. 23)

Weitere Argumente für Kartentricks und Zahlenzaubereien mit mathematischer Grundlage (Zwicker, 2007, S. 5):

- Sie steigern die Motivation, weil nicht nur das Erlernen Freude bereitet, sondern auch der Erfolg beim korrekten Zaubern.
- Sie ermöglichen den Erwerb einer soliden Arbeitshaltung: Ausdauer bei der Arbeit übt man am besten mit Inhalten ein, die auch Spaß machen.
- Sie fördern die Konzentrationsfähigkeit: Beim Kartenzaubern behält man meist zumindest eine Karte im Gedächtnis und im Kartenstapel unter Kontrolle. Das strengt zwar an, steigert aber auch die Denkleistung und ist damit eine wirksame Konzentrationsübung.
- Die für die Feinmotorik der Fingerbewegungen benutzten Nervenbahnen werden auch bei der Verwendung der Schriftsprache genutzt. Oft genutzte Nervenbahnen werden durch Myelinisierung leistungseffizienter (Martini, 2020). Das Üben von Kartentricks führt also indirekt auch zu einer besseren Ausgangsposition beim Schriftsprachgebrauch.
- Das Wissen um Zahlenzaubereien und Kartentricks und deren erfolgreiche Präsentation bewirken Aufmerksamkeit und Anerkennung. So manches Kind kann dadurch sein Selbstwertgefühl steigern und fühlt sich in der Klasse wohler. Dabei ist aber auch die Kehrseite zu beachten: Bisweilen tragen Kinder bzw. Jugendliche das neue Wissen als Überheblichkeit und Besserwisserei zur Schau und machen sich dadurch unbeliebt. Dies sollte in der Klasse angesprochen werden und kann so soziale Kompetenzen fördern.
- Die „Geschichten“, die während der Kartentricks erzählt werden, sind eine sinnvolle Übung zum „freien Vortrag“. Dabei legt man die Scheu ab, vor Publikum zu sprechen.

Es hat sich als nützliches Element erwiesen, einer Gruppe von drei bis vier Schüler*innen einen Trick zu zeigen und sie den Trick erarbeiten zu lassen, während die anderen Schüler*innen, z.B. an einem Wochenplan, arbeiten. Die Kleingruppe spricht sich dann ab, wie sie den Trick der Klasse präsentieren möchte. Wer im Laufe eines Semesters einmal einen Trick in der Kleingruppe erlernt und dann in der Großgruppe bei der Vorstellung des Tricks mitgearbeitet hat, profitiert vom Erfolgserlebnis und neuer Motivation für Mathematik. Die selbst erarbeitete Kompetenz erhöht die Selbstwirksamkeitserwartung im Sinne von Bandura (1997). Auch das schulische Selbstkonzept kann sich dadurch merklich verbessern.

1.1 Zahlenzauberei: Die Schnellrechenwürfel

Ablauf

Du würfelst mit fünf Würfeln und kannst die Summe der fünf gewürfelten, dreistelligen Zahlen schneller berechnen als jede*r Mitspieler*in.

Trick

Du addierst die Einer der gewürfelten Zahlen und erhältst eine zweistellige „Einersumme“. Du notierst die Einersumme als Zehner und Einer der Gesamtsumme (z.B. $6+5+4+5+4 = 24$). Du ergänzt die Einersumme auf 63 und erhältst eine zweistellige Differenz (z.B.: $63-24 = 39$). Du schreibst die Differenz als Tausender und Hunderter vor die Einersumme und hast damit die Gesamtsumme ermittelt. (z.B.: 3 924).

So müssen deine fünf Würfel beschriftet sein, damit der Trick gelingen kann!

	Würfel 1	Würfel 2	Würfel 3	Würfel 4	Würfel 5
Seite 1	626	885	894	605	914
Seite 2	428	786	399	803	617
Seite 3	923	489	993	407	716
Seite 4	824	588	597	506	419
Seite 5	725	984	498	902	815
Seite 6	527	687	795	704	518

Man kann auch in z.B. vier Durchgängen sich die Würfelergebnisse ansagen lassen und notieren. Die Lernenden sollen dann die Vorgangsweise beim Trick herausfinden und bekommen erst danach den Text für den Trickablauf zu sehen.

Das Protokollblatt könnte wie folgt aussehen:

	Durchgang 1	Durchgang 2	Durchgang 3	Durchgang 4
1. Zahl	626			
2. Zahl	885			
3. Zahl	894			
4. Zahl	605			
5. Zahl	914			
SUMME	3 924			

1.2 Kartentrick: Zweimal Abheben

Vorbereitung

Du hast ein beliebiges Kartenpaket (Deckblatt nach oben) vor dir liegen.

Durchführung

1. Du forderst eine*n Mitspieler*in aus dem Publikum auf, einen Stoß abzuheben, ihn in der Luft umzudrehen und mit der Bildseite nach oben auf den verbleibenden Stoß zu legen.
2. Jetzt muss sie*er ein zweites Mal abheben, diesmal etwas mehr Karten. Wieder wird der abgehobene Stoß umgedreht und auf den restlichen Stapel gelegt.
3. Du fächerst den gesamten Stapel auf.
4. Du nimmst die oberste Karte, die mit der Rückseite nach oben im Fächer steckt, und schiebst sie der*dem Mitspieler*in zu. Alle Karten mit der Bildseite nach oben werden umgedreht und auf den Stapel gelegt. Alle Karten liegen nun mit der Rückseite nach oben.
5. Du sagst: „Diese Karte hast du dir ausgesucht. Bitte merke dir die Karte (zeige sie auch den anderen). Ich darf sie nicht sehen. Schiebe die Karte an irgendeiner Stelle in den Stoß und mische alle Karten.“
6. Du findest die Karte, nachdem du den gemischten Kartenstoß zurückbekommen hast, indem du den Kartenstoß verdeckt in deiner Hand hältst und dann die Karten einzeln aufblättest. Bei der gemerkten Karte sagst du selbstbewusst: „Das ist deine Karte.“

Trick

Bei diesem Trick musst du nur am Beginn des Tricks die oberste Karte des Stapels (Kartentrückseite nach oben) kennen. Das wird die Karte, die sich die*der Mitspieler*in „aussucht“.

Hinweis

Dieser Trick eignet sich gut zur Wiederholung: Wenn du die „ausgesuchte“ Karte aufblättest, hörst du auf und sagst: „So, nun hat sich dein linkes Ohr bewegt. Das passiert nur bei der gemerkten Karte. Also diese Karte muss es gewesen sein.“

Dann nimmst du den Stoß wieder zusammen. Die bereits aufgeblättern Karten (von denen du dir die erste gemerkt hast) legst du zuoberst auf den restlichen Stoß. Du weißt damit die oberste Karte und kannst den Trick wiederholen. Zur Ablenkung erzählst du: „Möglicherweise glaubt ihr, dass ich die Karte nicht wegen des wackelnden linken Ohres gefunden habe, sondern weil ich den Kartenstoß vorher besonders vorbereitet habe. Ich führe den Trick nochmals durch und diesmal ist der Stoß von der*dem Mitspieler*in zuletzt gemischt worden. Ich kann mir den Kartenstoß also nicht vorbereitet haben – und trotzdem werde ich die Karte finden – wenn das linke Ohr rechtzeitig zu wackeln beginnt.“

Beim „Finden“ der Karte (siehe Punkt 6 der Durchführung) merkst du dir wieder die erste Karte und kannst den Trick nochmals vorführen.

Viel Spaß beim Zaubern und beim Verblüffen deines Publikums!

1.3 Tipps für die praktische Umsetzung

Es hat sich bewährt, auch sprachlich zu unterscheiden, ob die Lernenden einen Trick lediglich korrekt durchführen möchten, oder ob sie auch die mathematische Grundlage verstehen

wollen. Damit hat man als Lehrkraft die Möglichkeit zu differenzieren. Am Schluss können (hoffentlich) alle Lernenden den besprochenen Trick präsentieren, einige werden aber auch die mathematischen Grundlagen bearbeitet und verstanden haben.

Für diese beiden unterschiedlichen „Bearbeitungstiefen“ bei einem Trick bieten sich als Bezeichnung die Begriffe „Kellnerniveau“ und „Kochniveau“ an:

- Als Kellner*in muss man die Speisen gut präsentieren können, es ist aber nicht unbedingt nötig, alle Zutaten in ihrer Wirkungsweise durchschaut zu haben.
- Wer den Trick auf Niveau einer Köchin oder eines Kochs beherrschen möchte, sollte zusätzlich die mathematischen Grundlagen verstanden haben.

Im Unterricht hat es sich bewährt, die Lernenden selbst und individuell entscheiden zu lassen, ob sie den Trick auf „Kellnerniveau“ oder „Kochniveau“ beherrschen wollen. Damit ist ein motivationales Element der Selbstbestimmungstheorie nach Deci & Ryan (1993) erfüllt. Falls ein Kind merkt, dass es nicht in der Lage ist, sich alle Elemente der mathematischen Grundlagen selbst zu erarbeiten, ist es noch immer möglich, durch Erklärungen von Mitschüler*innen oder der Lehrkraft unterstützend einzugreifen. So kann eine realistische Einschätzung der eigenen Auffassungsgabe entwickelt werden und trotzdem das Ziel des „Kochniveaus“ erreicht werden. Üblicherweise schätzen sich fast alle Kinder bei mehrmaligen Entscheidungsmöglichkeiten zunehmend realistischer ein.

Präsentationsmöglichkeiten erhöhen die Identifikation mit den Zaubereien:

Es kann eine Nachbarklasse eingeladen werden, die dann in Kleingruppen an Stationen jeweils einige wenige Tricks von den zaubernden Schüler*innen vorgestellt bekommt. Wenn an jeder Station eine andere Kombination von Tricks vorgestellt wird, ermöglicht das Wechseln der Stationen für die Besucher*innen jeweils neue Elemente und Erfahrungen.

Einige Kinder bzw. Jugendliche werden die Tricks so gut und zuverlässig beherrschen, dass es auch möglich sein wird, die Tricks vor einer größeren Gruppe Erwachsener (z.B. bei einem Elternabend oder einem Schulfest) zu präsentieren, ohne dass dabei ein Misserfolg zu befürchten ist.

Eine gelungene Präsentation einer Zahlenzauberei oder eines Kartentricks kann ein positiv prägendes Erlebnis für die Schüler*innen sein!

2 Laufdiktate im Mathematikunterricht

Im Sprachenunterricht haben Laufdiktate bereits eine lange Tradition. Dabei werden an verschiedenen Orten im Klassenraum Aufgaben positioniert, die von den Lernenden dort gelesen, gemerkt und dann auf ihrem Arbeitsblatt bearbeitet werden.

Bislang sind im Veritas-Verlag drei Bücher mit mathematischen Laufdiktaten erschienen, wobei jedes Laufdiktat 12 voneinander unabhängige Rechenwege in mindestens drei unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden umfasst. Als Lehrkraft hat man damit eine gute Möglichkeit zu differenzieren. Die Kontrolle der Laufdiktate ist einfach durchzuführen, weil wenn das letzte Ergebnis korrekt ist, sind (höchstwahrscheinlich) alle sechs Rechnungen eines Laufdiktates korrekt. Aber auch bei einem Rechenfehler lässt sich eine rasche Kontrolle der weiteren Rechnungen durchführen.

Für die Volksschule gibt es das Buch „Laufdiktate Mathematik (2. bis 4. Schulstufe)“ (Zwicker, 2015a), das im Veritas-Verlag erschienen ist. Für 10- bis 14-Jährige gibt es zwei Bücher mit mathematischen Laufdiktaten: „Mathe, fertig, los!“ (Zwicker, 2010) enthält arithmetische Aufgaben, während „Laufdiktate Geometrie“ (Zwicker, 2015b) Übungsmöglichkeiten der ebenen und räumlichen Geometrie enthält, von denen einige Laufdiktate auch exaktes Konstruieren erfordern.

Mit diesen Laufdiktaten haben Lernende aus Klassen mit großen Leistungsunterschieden die Möglichkeit, gemeinsam am selben Stoff zu üben. Jedes Kind kann dabei auf einem von mindestens drei Leistungsniveaus arbeiten, ohne dass dies in der äußeren Organisation des Unterrichts für die anderen Kinder besonders augenscheinlich wird. Für jeden Schwierigkeitsgrad gibt es mehrere Laufdiktate, daher kann dasselbe Laufdiktat auch mehrmals innerhalb eines Unterrichtsabschnittes eingesetzt werden. Manche Lernende wählen bei der Wiederholung des Laufdiktates auch gerne einen schwierigeren Laufweg und haben durch die vorherige Übung des einfacheren Laufdiktates eine bessere Chance, auch beim erhöhten Schwierigkeitsgrad erfolgreich zu sein.

Die Schüler*innen üben im wahrsten Sinne des Wortes „laufend“. Das heißt, sie suchen sich eine Aufgabe bei einer Station und lösen sie auf ihrem Platz. Das Ergebnis dieser Aufgabe führt das Kind zur nächsten Station und Aufgabe. Sind die Aufgaben eines Laufdiktats gelöst, wird bei der Lehrkraft kontrolliert, ob alles stimmt. Dabei erkennt die Lehrkraft am Ergebnis der letzten Aufgabe die Richtigkeit des Lösungsweges.

2.1 Wozu Laufdiktate? – Vorteile aus Sicht der Lernenden

- Laufdiktate verbinden das nützliche Üben von Lerninhalten mit dem kindlichen Bewegungsbedürfnis.
- Sie machen den Kindern Spaß und die Bewegung fördert die Durchblutung des Gehirns. Einige Kinder zeigen bei Laufdiktaten deswegen bessere Leistungen als beim Einsatz traditioneller Übungsblätter.
- Die Verbindung von Lerninhalten mit Bewegung sorgt für ein angenehmes Lernempfinden, baut bei den Kindern Stress ab und führt zu einer positiven Lernmotivation (Zwicker, 2015a).

2.2 Wozu Laufdiktate? – Vorteile aus Sicht der Lehrenden

- Die Laufdiktate in den drei erwähnten Büchern enthalten überprüfte Aufgabenstellungen, die einen hohen Vorbereitungsaufwand ersparen. Für ca. 15 bis 20 Minuten arbeiten die Kinder selbstständig und üben grundlegende Rechen- und/oder Konstruktionsverfahren.
- Die Lehrkraft kann diese Zeit für individuelle Förderung einzelner Kinder verwenden, sei es, um Kindern, die längere Zeit gefehlt haben, die versäumten Inhalte zu erklären, oder sei es, um schnelleren Schüler*innen weiterführende Lerninhalte anzubieten.
- Laufdiktate eignen sich sehr gut zur Wiederholung und Vertiefung von Lerninhalten. Sie sind daher in Vertretungsstunden gut einsetzbar.
- Die Kinder erhalten im Laufe eines solchen Diktats Rückmeldung über ihr Arbeitstempo (sie haben den direkten Vergleich mit ihren Mitschüler*innen und brauchen darüber hinaus von der Lehrkraft keinen Hinweis, was sie noch nicht können bzw. um wie viel langsamer sie sind usw.). Die Lehrkraft kann dadurch leichter aus der beurteilenden Funktion heraustreten und die Rolle Richtung Lerncoach verändern.
- In Elterngesprächen taucht immer wieder der Wunsch nach Übungsmaterialien auf. Als Lehrkraft kann man den Eltern die Laufdiktate empfehlen und damit erprobtes Übungsmaterial anbieten, das problemlos zu Hause einsetzbar ist und den Kindern neben dem Übungsgewinn auch noch Spaß macht.

Durch abwechslungsreiche Durchmischung mit anderen bewährten Übungsformen stellen Laufdiktate eine unterhaltsame Bereicherung des Unterrichts dar (Zwicker, 2015b).

2.3 Teile und Durchführung eines mathematischen Laufdiktats

Jedes Laufdiktat der drei erschienenen Bücher umfasst in der Regel sechs Seiten:

- Vier Seiten mit je drei Aufgabenzetteln: Zu jedem Laufdiktat gibt es 12 verschiedene Wege zur Auswahl (Blätter A bis M auf mindestens drei Schwierigkeitsstufen). Jedes Kind hat pro Laufdiktatdurchgang (Blatt A, B oder C etc.) maximal sechs Aufgaben zu bearbeiten.
- Ein Angabebblatt mit Rechnungen bzw. Angaben: Es lässt sich in vier Zettel teilen. Diese werden an vier verschiedenen Plätzen im Klassenraum angebracht.
- Ein Ergebnisblatt (zur Kontrolle/Korrektur)

Im Rahmen eines Laufdiktats bekommen die Lernenden je einen Aufgabenzettel (der links mit einem Großbuchstaben gekennzeichnet ist, das ist für die spätere Ergebniskontrolle von Bedeutung). Auf dem Aufgabenzettel steht die erste Aufgabe dieses Laufweges. Das Ergebnis der ersten Aufgabe führt zur Nummer der zweiten Aufgabe, die dann auf einem der vier Angabebblätter zu suchen ist. Das Ergebnis der zweiten Aufgabe führt zur dritten Aufgabe und so weiter. Auf dem Aufgabenzettel werden die Ergebnisse vom Kind der Reihe nach notiert. Jedes Kind kommt spätestens nach der Lösung der letzten Aufgabe zur Lehrkraft, die mithilfe des

Ergebnisblattes die Aufgaben einfach und schnell kontrollieren kann, indem nach dem Buchstaben und dem letzten Ergebnis gefragt wird. Wenn das sechste Ergebnis stimmt, dann kann man davon ausgehen, dass alle Rechnungen korrekt gelöst wurden (zumindest in jenen Bereichen, die für das Aufsuchen der Folgerechnung von Bedeutung waren).

Literatur

- Bandura, A. (1997). *Self-Efficacy. The exercise of control*. New York: W.H. Freeman.
- Beljan, J. (2017). *Schule als Resonanzraum und Entfremdungszone*. Weinheim: Beltz.
- Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik*, 39(2), S. 223 – 238.
- Fitzka, E., Zwicker, T. & Breunig, E. (2023). *Mathematik 1. Verstehen + Üben + Anwenden. Übungen*. Linz: Veritas.
- Rosa, H. & Endres, W. (2016). *Resonanzpädagogik. Wenn es im Klassenzimmer knistert*. 2. Auflage. Weinheim: Beltz.
- Martini, R. (2020). *Highspeed dank Myelin* unter <https://www.dasgehirn.info/grundlagen/struktur-und-funktion/highspeed-dank-myelin>, abgerufen am 8.3.2023
- Zwicker, T., Fitzka, E., Breunig, E. & Pawlowski, D. (2023). *Mathematik 1. Verstehen + Üben + Anwenden*. Linz: Veritas.
- Zwicker, T. (2015a). *Laufdiktate Mathematik. Materialien für die 2. – 4. Klasse*. 4. Auflage. Linz: Veritas.
- Zwicker, T. (2015b). *Laufdiktate Geometrie*. 2. Auflage. Linz: Veritas.
- Zwicker, T. (2010). *Mathe, fertig, los! Laufdiktate für 10- bis 14-Jährige*. 2. Auflage. Linz: Veritas.
- Zwicker, T. (2007). *Zauberei mit Zahlen*. Wien: G&G-Verlag.