Technologiegestützt intelligentes Wissen und Handlungskompetenzen fördern

Prof. Dr. Regina Bruder
Technische Universität Darmstadt
FB Mathematik;
www.math-learning.com

04.07.2014, Krems

Gliederung

1. Paradigmenwechsel zum Technologieeinsatz im MU – und was wir über Potenziale von Technologieeinsatz wissen

2. Vision für einen Mathematikunterricht, der Kompetenzen ausbildet
3. … und Technologie integriert, um intelligentes Wissen herauszubilden

4. Wege zur Handlungskompetenz – auch technologiegestützt !

Paradigmenwechsel im CAS-Einsatz:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Rechnereinsatz und Rechnerpotenzial beschreiben

vor dem Hintergrund variabler Lehr- und Lernmöglichkeiten zur individuellen Verständnisförderung von grundlegenden mathematischen Zusammenhängen,

weniger mit dem Ziel ganz **neue Lerninhalte** zu erschließen.

Lehrer-Demonstration und Schüler-Exploration bauen aufeinander auf und ergänzen sich

Welches **Potenzial** zur mathematischen Kompetenzentwicklung bietet computergestütztes Lernen im MU ?

- **Reduktion** schematischer Abläufe (Befreiung von kognitiver Last)
- Unterstützung beim **Entdecken** mathematischer Zusammenhänge
- Unterstützung **individueller** Präferenzen und Zugänge
- **Verständnisförderung** mathematischer Zusammenhänge

Entscheidend: Erkunden, Ausprobieren, Delegieren <u>und</u> Kontrollieren ist möglich

Nachhaltiges Lernen von Mathematik – mit Technologieeinsatz
Rechnerpotenzial einer Aufgabe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wie kann ein Rechner (CAS/GTR) in einer Aufgabe genutzt werden?

0 – Rechnereinsatz nicht erlaubt bzw. nicht sinnvoll möglich

1 - Rechner übernimmt Kontrollfunktion in einfachen Berechnungen bzw. für Begründungen

2 - Rechnereinsatz reduziert formalen Rechen- bzw. Konstruktionsaufwand; die Aufgabe wäre aber auch noch ohne Rechnereinsatz lösbar

3 – Rechner unterstützt experimentelle Situationen, Prüfen von Vermutungen u.ä.

4 - die Aufgabe ist wegen der Quantität der Daten bzw. Komplexität der Modellierung ohne TR/TC nicht mehr (effektiv) lösbar

5 - durch die Verwendung des TR/TC werden neue mathematische Zusammenhänge erkundet

Gliederung

1. Paradigmenwechsel zum Technologieeinsatz im MU – und was wir über Potenziale von Technologieeinsatz wissen

2. **Vision für einen Mathematikunterricht, der Kompetenzen ausbildet**

3. **… und Technologie integriert, um intelligentes Wissen herauszubilden**

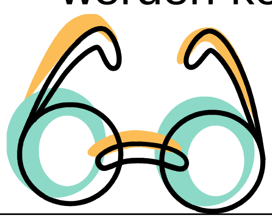
4. Wege zur Handlungskompetenz – auch technologiegestützt !

Vision für modernen MU:

Was soll durch den Mathematikunterricht von der Mathematik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

verstanden,	Mathematische Gegenstände ... als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art ... begreifen.
behalten und	Problemlösefähigkeiten (heuristische Fähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen)
angewendet werden können?	Erscheinungen der Welt um uns ... in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen.



…mit und über Mathematik sprechen können (und wollen).

pro Lehre

Vgl. die drei Grunderfahrungen bzgl. Mathematik nach H.Winter 1995

Präzisierung einer Ziel-Vision für einen nachhaltigen, allgemeinbildenden MU für alle:

Die Lernenden

- *erkennen mathematische Fragestellungen*, auch in Alltagssituationen, und können solche Fragestellungen formulieren und erläutern.

- *kennen Mathematisierungsmuster* und verschiedene *heuristische Vorgehensweisen* sowie *Darstellungsarten* zur Bearbeitung mathematischer Fragestellungen und können diese situations- und sachgerecht anwenden, interpretieren und begründen.

- entwickeln *Anstrengungsbereitschaf*t und *Reflexionsfähigkeit* für ihr eigenes Handeln.

Unterscheidung von Zielkategorien

(nach Weinert):

- Intelligentes Wissen

  Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren **identifizieren** und **realisieren** können; typische Anwendungen und Bearbeitungsstrategien **kennen;** Beispiele und Gegenbeispiele angeben können

- Handlungskompetenz

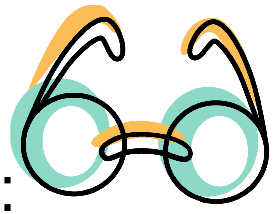
  Mathematisches Wissen vernetzen und in komplexen/variablen Situationen inner- und außermathematisch anwenden können: Operieren – Modellieren – Argumentieren (OMA)

- Metakompetenz

  Reflexionsfähigkeit über den eigenen Lernstand und Lernprozess und Methodenbewusstheit in Verbindung mit einem angemessenen Bild von Mathematik; Fragen stellen…

Zur Metakompetenz:

Reflexion: Wir setzen die Mathebrille auf:



Welches sind typische Fragen, die Mathematiker stellen und auch zu beantworten versuchen?

-etwas optimieren

-etwas schrittweise verfeinern, annähern

-einen Algorithmus finden (eine „Formel“) für einen Zusammenhang

-Mathematische Modelle für Realsituationen finden, Simulationen

Wenn man eine Lösung für ein Problem gefunden hat:

- Ist das die einzige Lösung? Kann man das beweisen?

- Kann man die spezielle Lösung auch verallgemeinern?

„Die beste Methode ist die Methodenvielfalt."

(Zitat: Helmut Heugl)

Lernziele	Lernformen	Lehr-methoden	Lehrer-qualifikation
Intelligentes Wissen	systematischer, kumulativer Wissenserwerb	lehrerge-steuerte direkte Instruktion	disziplinäre Sachkompetenz Klassenführungs-kompetenz diagnostische und didaktische Kompetenz
Handlungs-kompetenzen	praxisnahes, erfahrungsgesättigtes, situiertes Lernen	Projektarbeit	transdisziplinäre Sachkompetenz didaktische Kompetenz
Meta-kompetenzen	reflexiv verarbeiteter Wissenserwerb über eigenes Lernen und Handeln automatisierte Routinen der Überwachung, Kontrolle und Korrektur eigenen Handelns	angeleitetes selbständiges Lernen	diagnostische Kompetenz didaktische Kompetenz

Weinert (1999)

Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

- **Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen**
  - (interaktive) Arbeitsblätter (Regression, Erkundungen mit Schieberegler für Parameter…)
  - Analyseaufgaben – ein umstrittener Aufgabentyp vom Rechner provoziert

Aufgabe :

(a) Wende den Befehl „factor“ eventuell mit „approx“ auf folgende Terme an:

i) $x^2 - 5x + 6$	ii) $x^2 - 6x + 9$	iii) $x^2 - 5x + 10$
iv) $x^2 - 16$	v) $x^2 + 20$	vi) $x^2 - 5x$

(b) Erkläre, so weit du kannst, die Ergebnisse. Du kannst auch einen Graphen zur Erklärung benutzen.

(c) Formuliere mögliche Fragen, die noch geklärt werden sollten.

Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

- **Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen**

  - (interaktive) Arbeitsblätter (Erkundungen mit Schieberegler für Parameter…)

  - Analyseaufgaben – ein umstrittener Aufgabentyp vom Rechner provoziert

  - **Hypothesenbildung**

Aufgabe

(a) Formulieren Sie mit Hilfe des Screenshot eine Ableitungsregel für verkettete Funktionen.

(b) Wenden Sie die gefundene Regel auf folgende Funktionen an:

(1) $f(x) = \cos(2x^3)$

(2) $f(x) = (x^3 - 2x)^4$

(3) $f(x) = \sqrt{4x^3}$

1.1 1.2 2.1 Nicht gespeicherte

$\frac{d}{dx}(\sin(x^2))$	$2 \cdot x \cdot \cos(x^2)$
$\frac{d}{dx}(\sin(x^3))$	$3 \cdot x^2 \cdot \cos(x^3)$
$\frac{d}{dx}(\sin(x^4))$	$4 \cdot x^3 \cdot \cos(x^4)$
$\frac{d}{dx}((x^2+1)^3)$	$6 \cdot x \cdot (x^2+1)^2$

6/99

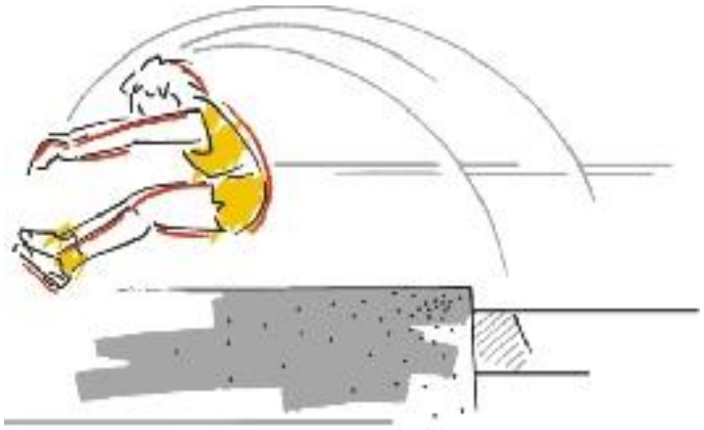
Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen

- **Binnendifferenzierendes Üben**

„Alle üben alles?“

Offene Differenzierung!

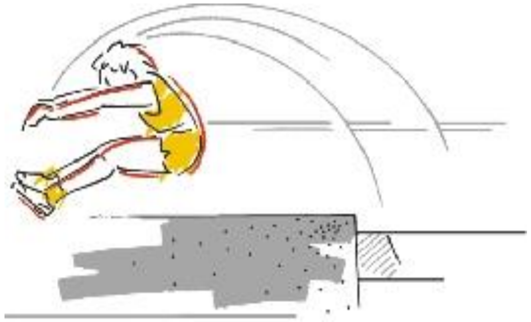


Unterrichtskonzept von MABIKOM

Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen
- **Binnendifferenzierendes Üben**



✓ ✓ ✓
✓ ✓ -
- ✓ ✓
✓ - ✓
✓ - -
- - ✓
- ✓ -
(-) – (-)

Wie findet man „intelligente" (Teil)Aufgaben für Wahlangebote?

Aufgabenset „5 aus 10“

1.
2.
3.
4
5.________________
6.
7.
8.________________
9.
10.

Aufgabenset „5 aus 10“

Scheitelpunkt von Parabeln

1.
2.
3.
4
5.______________
6.
7.
8.______________
9.
10.

In den ersten drei Aufgaben ist jeweils der Scheitelpunkt der quadratischen Funktionen gesucht:

Grundaufgabe

1. $f(x) = (x-3)^2+7$

2. $f(x) = 3(x+5)^2+4$

3. $f(x) = 0{,}5x^2-6$

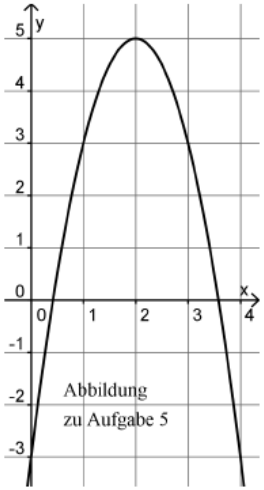
4. Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach rechts und um 6,5 Einheiten nach unten verschoben. Wie lautet die Scheitelpunktform der neuen Parabel?

(- , x, x)

5. Bernd hat zu dem abgebildeten Graphen den Funktionsterm aufgestellt. Sein Ergebnis ist $f(x) = 2(x-5)^2+2$ Erkläre, was Bernd falsch gemacht hat.

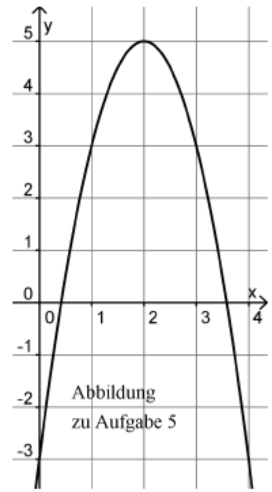
………

(x , x, x)



In den ersten drei Aufgaben ist jeweils der Scheitelpunkt der quadratischen Funktionen gesucht:

1. $f(x) = (x-3)^2+7$
2. $f(x) = 3(x+5)^2+4$
3. $f(x) = 0{,}5x^2-6$
4. Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach rechts und um 6,5 Einheiten nach unten verschoben. Wie lautet die Scheitelpunktform der neuen Parabel?
5. Bernd hat zu dem abgebildeten Graphen den Funktionsterm aufgestellt. Sein Ergebnis ist $f(x) = 2(x-5)^2+2$ Erkläre, was Bernd falsch gemacht hat.



....

6. Die Flugbahn eines Balles wird durch eine Parabel beschrieben. Was bedeuten in dieser Situation der Streckfaktor und der Scheitelpunkt? Welche Werte kann der Streckfaktor hier annehmen?

(- , x, -)

7. Die Normalparabel wurde so verschoben, dass sie die x-Achse an den Stellen 1 und 5 schneidet. Wie lautet die neue Funktionsgleichung?

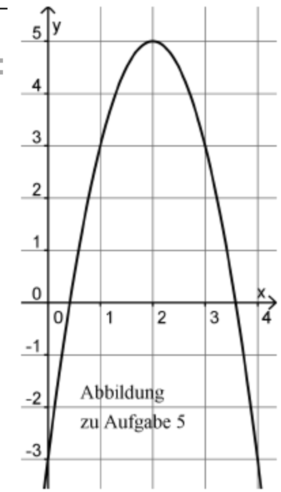
(x , -, -)

8. Gib die Gleichung von zwei möglichst unterschiedlichen Parabeln an, deren Scheitelpunkt im Punkt S(0/3) liegt.

(- , -, x)

In den ersten drei Aufgaben ist jeweils der Scheitelpunkt der quadratischen Funktionen gesucht:

1. $f(x) = (x-3)^2+7$
2. $f(x) = 3(x+5)^2+4$
3. $f(x) = 0{,}5x^2-6$
4. Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach rechts und um 6,5 Einheiten nach unten verschoben. Wie lautet die Scheitelpunktform der neuen Parabel?
5. Bernd hat zu dem abgebildeten Graphen den Funktionsterm aufgestellt. Sein Ergebnis ist $f(x) = 2(x-5)^2+2$ Erkläre, was Bernd falsch gemacht hat.



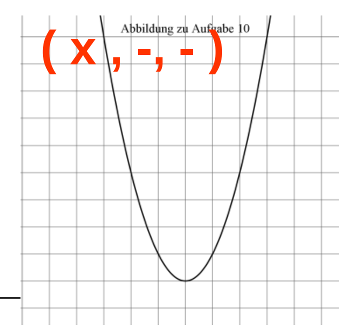
………………………………………………………………………………………………………

6. Die Flugbahn eines Balles wird durch eine Parabel beschrieben. Was bedeuten in dieser Situation der Streckfaktor und der Scheitelpunkt? Welche Werte kann der Streckfaktor hier annehmen?
7. Die Normalparabel wurde so verschoben, dass sie die x-Achse an den Stellen 1 und 5 schneidet. Wie lautet die neue Funktionsgleichung?
8. Gib die Gleichung von zwei möglichst unterschiedlichen Parabeln an, deren Scheitelpunkt im Punkt S(0/3) liegt.

9. Welchen Einfluss haben die Parameter *a* und *d* in der Funktionsgleichung $f(x)=a(x-d)^2+0{,}1$ auf die Anzahl der Nullstellen?

10. In der Abbildung ist der Graph der quadratischen Funktion $f(x)=0{,}5(x-3)^2-1$ dargestellt. Leider wurde vergessen, die Koordinatenachsen einzuzeichnen und zu beschriften. Ergänze sie.

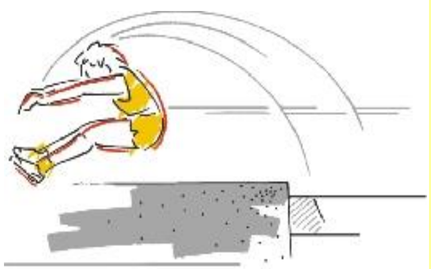
(x , -, -)



Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen

- **Binnendifferenzierendes Üben**



✓ ✓ ✓
✓ ✓ -
- ✓ ✓
✓ - ✓
✓ - -
- - ✓
- ✓ -
(-) – (-)

1.
2.
3.
4
5.______________
6.
7.
8.______________
9.
10.

Lernstile!!

Lernstilbezug

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Didaktische Analyse	Berücksichtigung der vier stilbasierten Zielfragen bei der Stoffanalyse und bei der Aufgabenwahl (vor allem für Einstiege, Übungen und Langfristige HA) 1. Welche Fähigkeiten, Verfahren und Schlüsselbegriffe müssen die Lernenden beherrschen? Checkliste, mind-map, vermischte Kopfübung 2. Welche Kernbegriffe, Muster oder Prinzipien müssen die Lernenden vertieft verstehen? Aufgabenset, Lernprotokoll, 3. Wie werden die Lernenden persönlichen Bezug zur Mathematik herstellen oder gesellschaftliche Relevanz der Mathematik entdecken?  Verschiedene Erkenntnisebenen ansprechen, Lerntagebuch, eigene Beispiele finden, Mathegeschichten erfinden..., 4. Wie werden die Lernenden neue mathematische Sachverhalte erkunden, visualisieren, anwenden oder mit ihnen experimentieren?

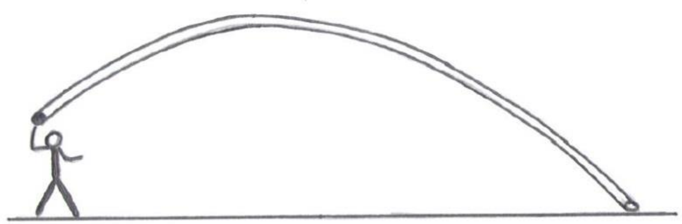
Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen
- Binnendifferenzierendes Üben
- **Unterschiedliche Darstellungsformen und Darstellungswechsel**

Fehleranfällig…

Entsprechend der untenstehenden Skizze wird ein Schneeball in einer ebenen Landschaft aus 2 m Höhe schräg nach oben geworfen. 2 m von der Abwurfstelle entfernt (horizontal gemessen) erreicht der Schneeball seinen höchsten Punkt, nämlich 6 m.



Welche der folgenden Gleichungen beschreibt die Situation korrekt, wenn y die Höhe und x die horizontale Entfernung zur Abwurfstelle jeweils in Metern angibt?

$y= -(x-6)^2+2$

$y= -(x-2)^2+6$

$y= -(x+2)^2+6$

$y= 2x^2+6$

Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen

- Binnendifferenzierendes Üben

- **Unterschiedliche Darstellungsformen und Darstellungswechsel**

Technologiepotenzial:

- Darstellungswechsel werden erleichtert

- **Videotutorials**

- **Digitale Lernumgebung** zur Diagnose und Förderung mit spielerischen Elementen: Mathekrimi "Der Wechsel"

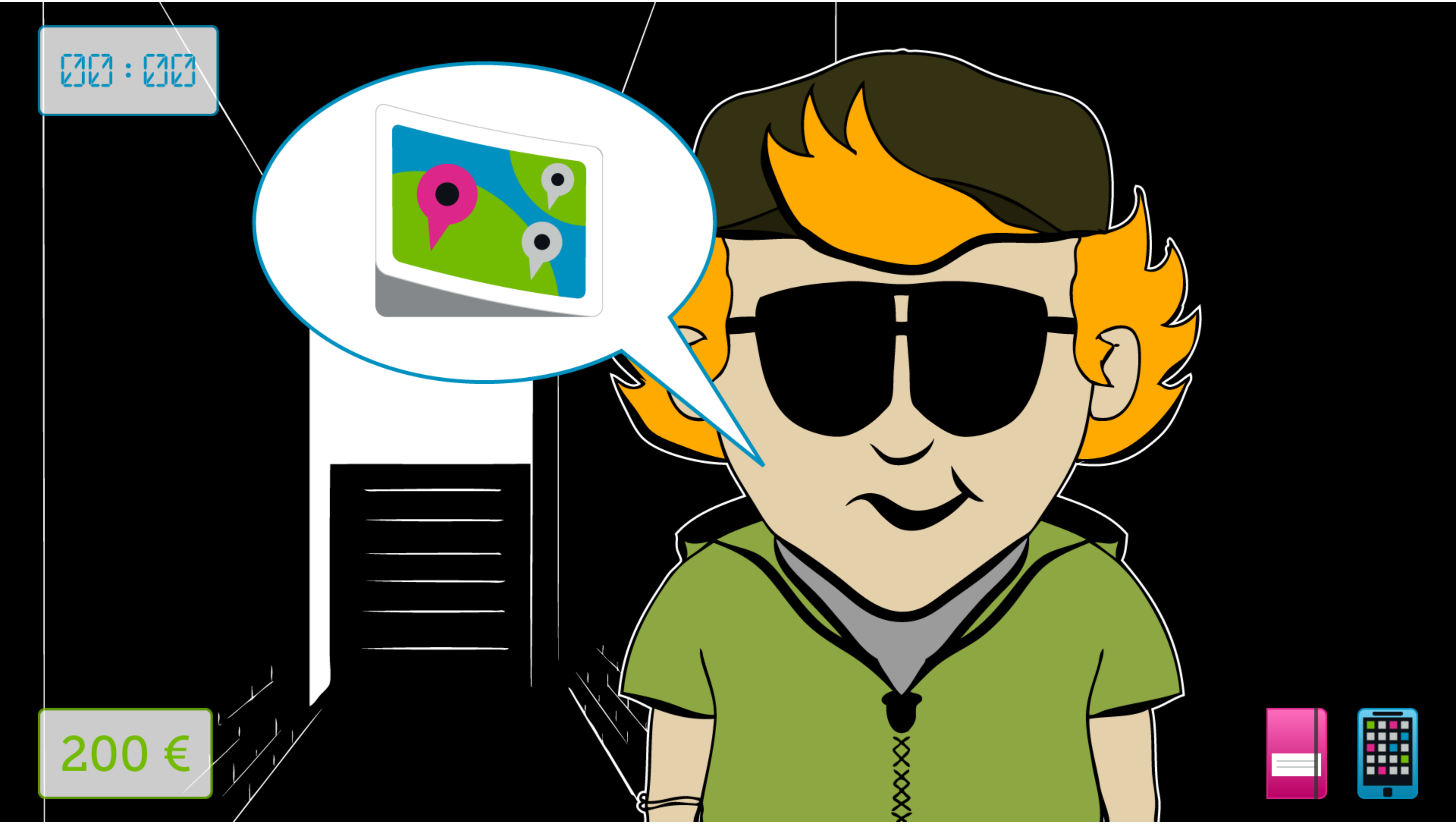
Idee: Mathekrimi als Rahmenhandlung

(Britta Will, wiss. Hausarbeit TU Darmstadt 2011
Zeichnungen: Sabrina Radke)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

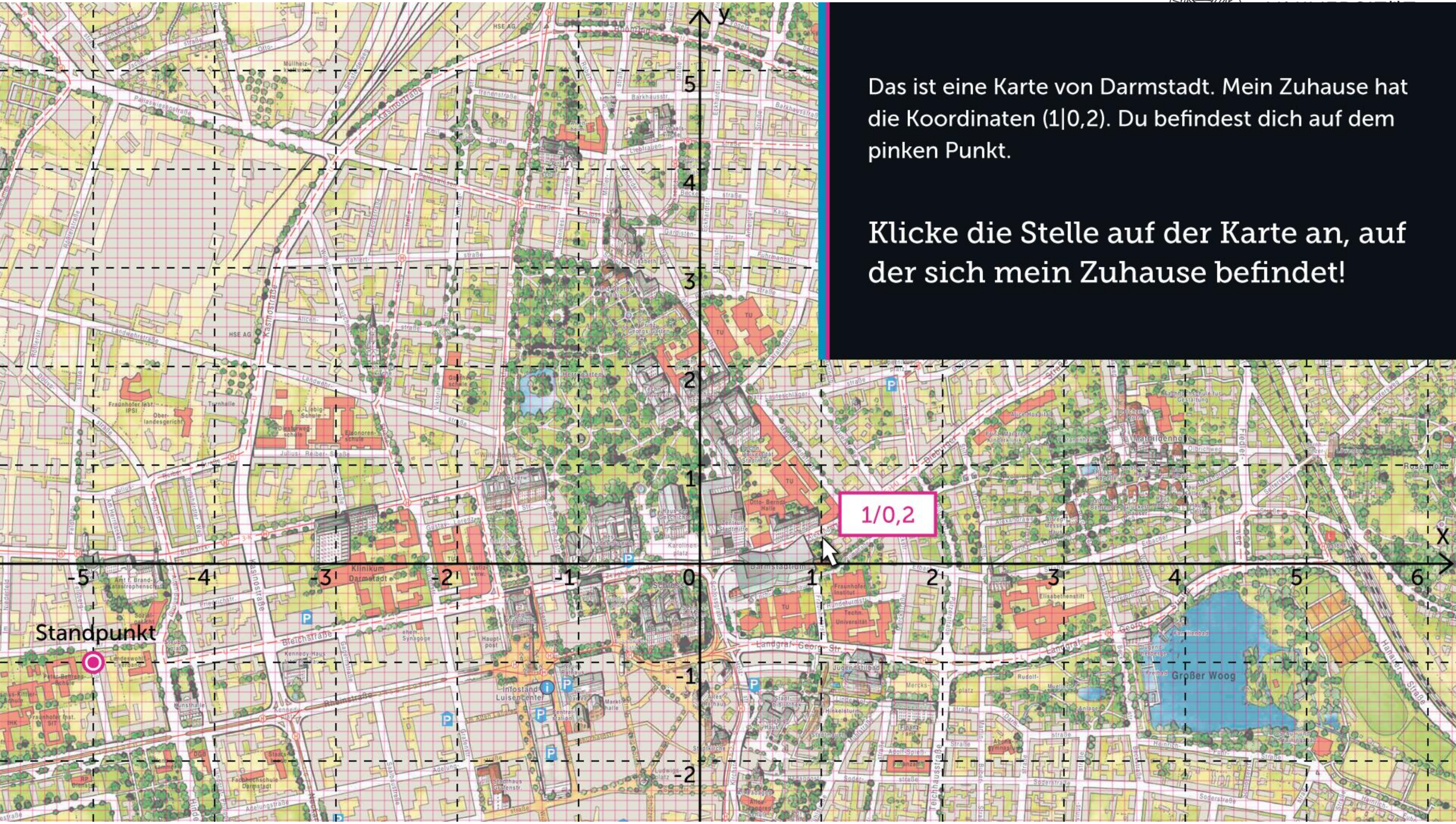
Alex ist ein Jugendlicher aus Darmstadt, der zur Schule geht, sich gerne mit seinen Freunden trifft und Kaugummis liebt. Sein Vater, Harald Weber, ist Polizist bei der Kriminalpolizei in Darmstadt und liebt es Fälle und Alltagssituationen mithilfe von Mathematik zu lösen.

Alex hat einen Plan: In ganz Darmstadt will er unbemerkt Überfälle nach einem mathematisch verschlüsselten Plan begehen: Dem sogenannten W-Plan. Um diesen ungehindert durchführen zu können, beauftragt er den Spieler, für ihn einige Wochen auf Abruf bereit zu stehen, um ihn in seinem Leben zu vertreten.


00 : 00
200 €

Das ist eine Karte von Darmstadt. Mein Zuhause hat die Koordinaten (1|0,2). Du befindest dich auf dem pinken Punkt.

Klicke die Stelle auf der Karte an, auf der sich mein Zuhause befindet!




SMS von Alex Weber
Hmm, dort wohne ich aber nicht. Versuchs nochmal oder schau im Notizbuch nach einem Tipp!
Nochmal versuchen!
Zum Notizbuch!

Weiter

Kiosküberfall – Polizei verhaftet Verdächtigen

Überfall auf Kiosk. Maecenas tempus, tellus eget condimentum rhoncus, sem quam semper libero, sit amet adipiscing sem neque sed ipsum. Nam quam nunc, blandit vel, luctus pulvinar, hendreri. Täter entkommt mit 302 € Beute Donec pede justo, fringilla vel, aliquet nec, vulputate eget, arcu. In enim justo, rhoncus ut, imperdiet a, venenatis vitae. Nach der Bedrohung mit einer Waffe und der Geldübergabe verlangt der Täter ein Minzetto Kaugummipäckchen. Aenean massa. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur rid. Kioskbesitzer Dieter T. schockiert und empört. Donec quam felis, ultricies nec, pellentesque eu, Nulla consequat massa quis enim. Donec pede justo, fringilla vel, aliquet nec, vulputate eget, arcu. In enim justo, rhoncus ut, imperdiet a, venenatis vitae, justo. Nullam dictum felis eu pede pretium quis, sem. Nulla consequat massa quis enim. Donec pede justo, fringilla vel, aliquet Verdächtiger Markus B. verhaftet. Duis leo. Sed fringilla mauris sit amet nibh. Donec sodales sagittis magna. Sed consequat, leo eget bibendum Gerüchte verdichten sich, Markus B. habe ein Alibi. Die Polizei wollte dies jedoch offiziell noch nicht bestätigen. Curabitur ullamcorper ultricies nisi. Nam eget dui. Etiam rhoncus. Maecenas tempus, tellus eget condimentum Zeugen werden gesucht. Rhoncus, sem quam semper libero, sit amet adipiscing sem neque sed ipsum. Nam quconsequat vitae, eleifend ac, enim ante dolum es. Eleifend ac, enim. Aliquam lorem ante, dapibus in, viverra quis, feugiat a, tellus. Phasellus viverra nulla ut metus variu oreet. Quisque rutrum. Aenean imper Etiam ultricies nisi vel augue. Curabitur .

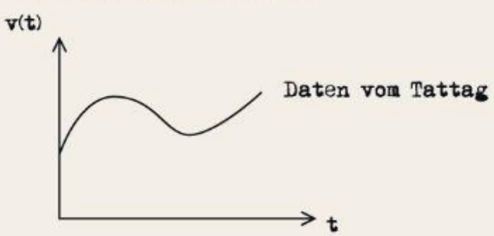
Datum: [redacted], Uhrzeit: 12.30 Uhr

Ermittlungsakte 47
Überfall auf Kiosk

Beweismittel:
Fahrradcomputer
(Typ: X2F, Marke: Biky)

Fundort:
Viktoriastraße
direkt vor dem Kiosk
(Tatort)

Die Datenanalyse hat folgenden Sachverhalt ergeben:



Man kann darauf erkennen, dass der Fahrradfahrer eine Rechts- und dann eine Linkskurve fuhr.

Warum ist diese Aussage falsch?
Welche Begründung ist richtig?

- Die Aussage passt nicht zum Graphen, weil er zeigt, dass der Fahrradfahrer zunächst einen Berg hoch fährt und dann wieder hinunter.
- Die Aussage passt nicht zum Graphen, weil der Graph die Geschwindig- keit wiedergibt. Laut Situationsbeschreibung müsste der Fahrradfahrer wegen der Kurven zunächst langsamer, kurz schneller und dann wieder langsamer werden. Im Graph zeigt sich aber, dass er zunächst schneller wird, bevor er kurz langsamer und dann wieder schneller wird.
- Die Aussage passt nicht zum Graphen, weil der Fahrradfahrer zunächst eine Links- und dann eine Rechtskurve gefahren ist.
- Die Aussage passt nicht zum Graphen, weil die Kurve dann am Nullpunkt starten müsste.

Weiter

Handlungsbedarf im Mathematikunterricht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Langzeitstudien zeigen:

Computereinsatz im MU kann die Lernmotivation fördern.

- Kontrollmöglichkeit bringt Sicherheit
- Zusammenhänge werden besser verstanden (Dynamisierung)
- Zusammenhänge selbst entdecken fördert auch pos. Einstellungen

Die Präsenz von digitalen Hilfsmitteln im Unterricht führt nicht automatisch zu höheren Leistungen.

Professionelles Lehrerhandeln ist die eigentliche Wirkungsursache für ein höheres Leistungsniveau. (Lipowsky 2006).

Bedenken gegen Computereinsatz im Unterricht, insbesondere bei Spielen:

-Spielsucht bereits im Unterricht fördern?
-Oberflächliche Auseinandersetzung mit Lerninhalten? Was bleibt?

Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen
- Binnendifferenzierendes Üben
- Unterschiedliche Darstellungsformen
- **Wissensspeicher**
  Was war wichtig in der Stunde zum Behalten?

  (auch Medien-kompetenz!)

CAS-Fertigkeiten

Du sollst mithilfe des TC ...

- mit dem ‚factor'-Befehl die Linearfaktorzerlegung geeigneter Funktionen durchführen können.
- für gegebene Funktionen mithilfe des Ableitungsbefehls und des ‚Solve'-Befehls Kandidaten für Extremstellen bestimmen können.

Beispiele:

Zu 1: Eingabe: factor(3x^4-6x^3-24x^2+54x-27) Ausgabe: $3\cdot(x-3)\cdot(x-1)^2\cdot(x+3)$

Zu 2: Eingabe: $f(x)=3\cdot(x-3)\cdot(x-1)^2\cdot(x+3)$

Eingabe: d(f(x),x) Ausgabe: $6\cdot(x-1)\cdot(2x^2-x-9)$

Eingabe: solve(□=0,x) Ausgabe: $x=\frac{-(\sqrt{73}-1)}{4}$ or $x=1$ or $x=\frac{(\sqrt{73}+1)}{4}$

Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

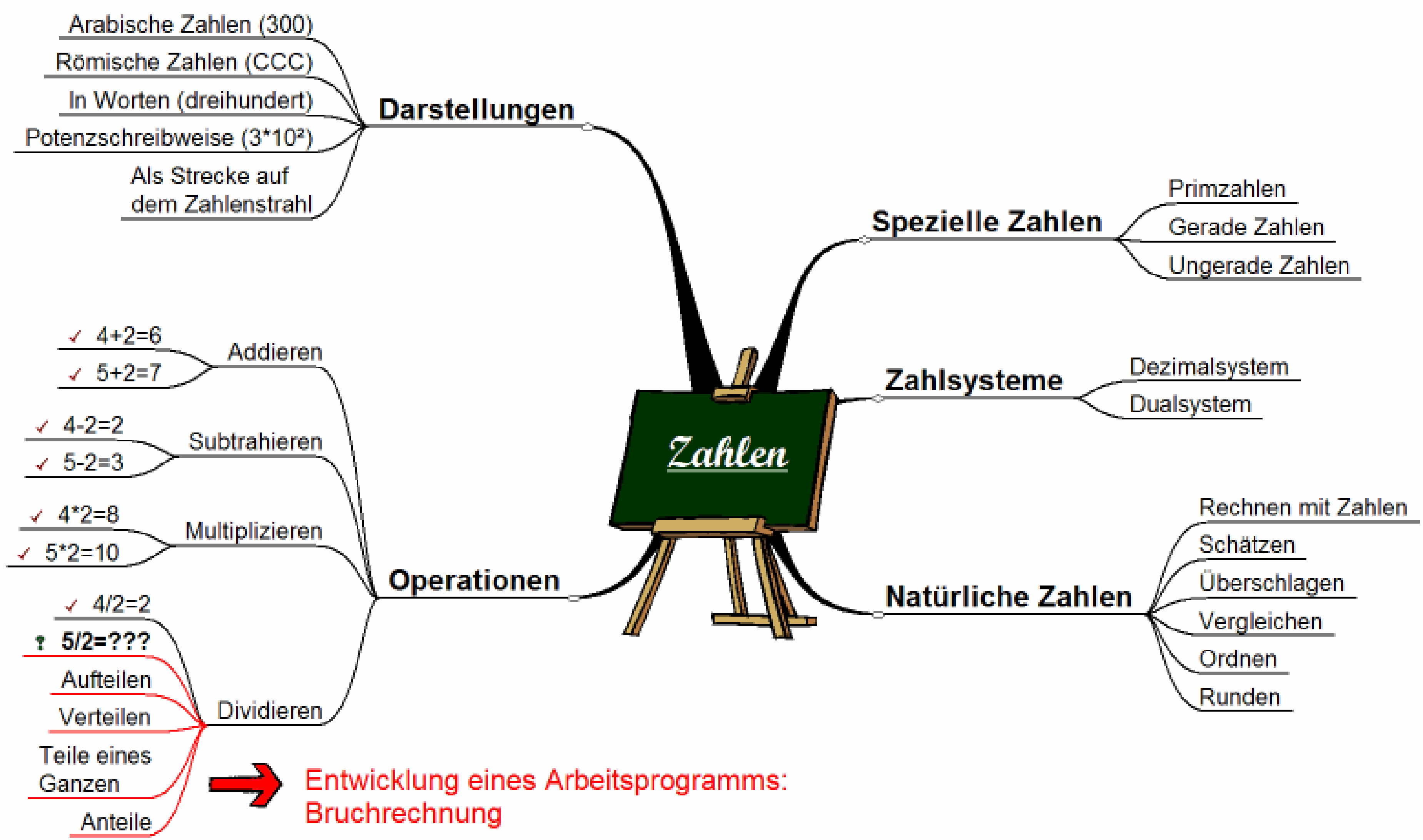
- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen
- Binnendifferenzierendes Üben
- Unterschiedliche Darstellungsformen
- Wissensspeicher anlegen: Was war wichtig in der Stunde zum Behalten?
- **Mind Maps (oder semantische Netze, Lernlandkarten) für die Struktur und den „roten Faden"**
  - Idee: Tony Buzan (1971)
  - MindMapping ist eine Visualisierungstechnik, aber auch eine effiziente und universelle Notiz-und Merktechnik

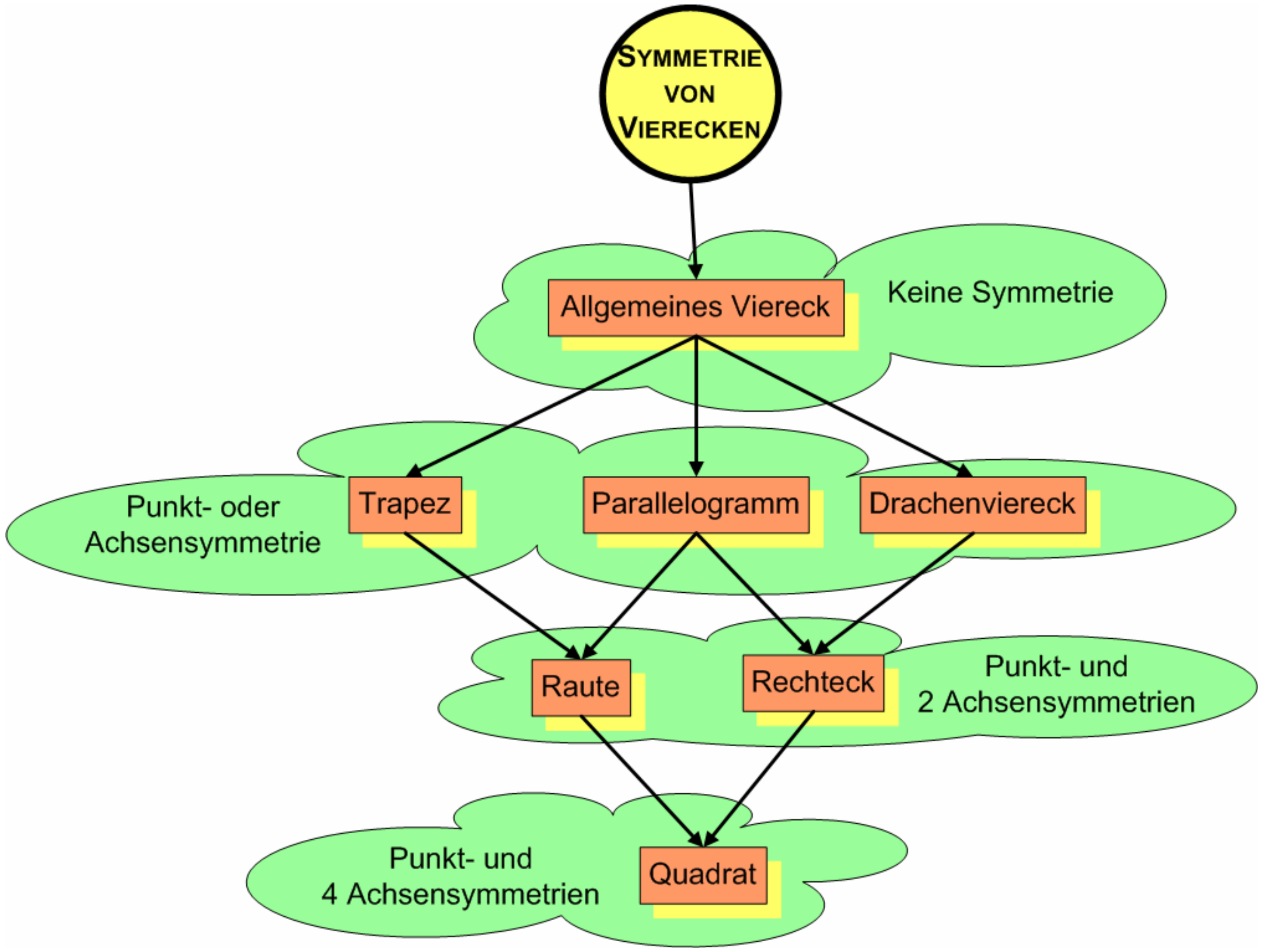
Vorzüge von MIND-MAPs

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Erweiterbare, offene Struktur eines solchen Netzwerks
- Anregung der Kreativität, um ein Bild zu vervollständigen
- Begriffe werden in der visuellen Vernetzung leichter behalten
- die Grundidee ist für den Leser schnell erfassbar
- Unterstützung explorativerZugänge in Lernumgebungen
- Entwicklung von Arbeitsprogrammen in Projektphasen
- Standortbestimmung in Reflexionsphasen: „Was kann ich schon?“
- Erkennen von Fehlvorstellungen

Vorteile von Software zur Erstellung von Mind-Maps-
Flexible Darstellungsmöglichkeiten,
Veränderbarkeit,
Erweiterbarkeit,
Transferierbarkeit in andere Dokumente,
Mind-Map-Struktur als Analysehilfe


Zahlen
Darstellungen
Arabische Zahlen (300)
Römische Zahlen (CCC)
In Worten (dreihundert)
Potenzschreibweise (3*10²)
Als Strecke auf dem Zahlenstrahl
Spezielle Zahlen
Primzahlen
Gerade Zahlen
Ungerade Zahlen
Zahlsysteme
Dezimalsystem
Dualsystem
Natürliche Zahlen
Rechnen mit Zahlen
Schätzen
Überschlagen
Vergleichen
Ordnen
Runden
Operationen
Addieren
4+2=6
5+2=7
Subtrahieren
4-2=2
5-2=3
Multiplizieren
4*2=8
5*2=10
Dividieren
4/2=2
5/2=???
Aufteilen
Verteilen
Teile eines Ganzen
Anteile
Entwicklung eines Arbeitsprogramms: Bruchrechnung


SYMMETRIE VON VIERECKEN
Allgemeines Viereck
Keine Symmetrie
Punkt- oder Achsensymmetrie
Trapez
Parallelogramm
Drachenviereck
Raute
Rechteck
Punkt- und 2 Achsensymmetrien
Punkt- und 4 Achsensymmetrien
Quadrat

Intelligentes, verfügbares Wissen mit Technologieunterstützung

- Angeleitete Erkundungen und Entdeckungen
- Binnendifferenzierendes Üben

- Unterschiedliche Darstellungsformen (und Erkenntnisebenen nach Bruner)

- Wissensspeicher anlegen: Was war wichtig in der Stunde zum Behalten?

- Mind Maps (oder semantische Netze, Lernlandkarten) für die Struktur und den „roten Faden"

- **Regelmäßige „Kopfübungen" zum Wachhalten von Grundwissen und Grundkönnen hilfsmittelfrei**

Handlungsbedarf im Mathematikunterricht

- Weiterführende Bildungseinrichtungen signalisieren Probleme im verfügbaren mathematischen Grundwissen

IHK Braunschweig 2010:
Projekt Notstand Mathematik

Fast alle Universitäten und Hochschulen haben Vorkurse/Brückenkurse in Ma eingeführt (Tagung Kassel 2011)

Empfehlungen (Therapie):
Regelmäßiges implizites und explizites Wiederholen von Grundwissen in HA und mit vermischten Kopfübungen (einmal wöchentlich 10min)

Begründung: Verfügbares Grundwissen entlastet (kognitive load theory) und unterstützt flexible Assoziationen beim Problemlösen

Antworten auf das Problem:

- **Nicht** der Taschenrechner oder Computer selbst ist schuld, wenn die Grundlagen eines Faches nicht beherrscht werden…

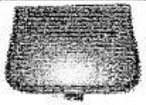
- …sondern die Art des Umgangs mit der Technologie sowie der Anteil an Lerngelegenheiten zum Wachhalten von Grundwissen und Grundkönnen

- …sondern eine Gründung des Strebens nach Sicherheit allein auf die Technologie.

Steuerungsinstrument:

Typ 1-Aufgaben in der Matura technologiefrei stellen!

Rechnerfreie Fertigkeiten



Obwohl die Einheit ‚Ganzrationale Funktionen' mit Verwendung des TC als Werkzeug unterrichtet wird, sollst du bestimmte Fertigkeiten auch rechnerfrei erwerben und beherrschen. Diese Fertigkeiten wirst du in der Klassenarbeit oder in Kurztests nachweisen müssen.

Du sollst bei einer ganzrationalen Funktion n-ten Grades…

- Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung erkennen.
- die maximale Anzahl von Nullstellen, Extrempunkten und Wendepunkten angeben können.

Zu 1: $x^6 + x^4 - 2$ ist achsensymmetrisch, da nur gerade Exponenten vorhanden sind.

$x^7 - 2x^5 + 5x$ ist punktsymmetrisch, da nur ungerade Exponenten vorhanden sind.

Zu 2: $x^6 + x^4 - 2$ hat höchstens

- 6 Nullstellen, da die Funktion den Grad 6 hat,
- 5 Extrempunkte, da die erste Ableitung den Grad 5 hat,
- 4 Wendepunkte, da die zweite Ableitung den Grad 4 hat.

Intelligente regelmäßige Kopfübungen für die Grundlagensicherung

- Löse die Gleichung im Kopf: $3x - 5 = 1$
- Gib Maße für zwei verschiedene Dreiecke an mit $20cm^2$ Flächeninhalt.
- Gib einen Überschlag an für den Umfang eines Kreises mit 15cm Durchmesser.
- Auf einer Karte im Maßstab 1: 200000 werden 4cm zwischen zwei Orten gemessen. Wie groß ist die reale Entfernung?
- Gib zwei Beispiele an, die in der Form $a \cdot b = c$ beschrieben werden können und eins, bei dem das nicht sinnvoll ist!
- Notiere alle Primzahlen bis 20.
- Unter welchen Voraussetzungen kann man den Satz des Pythagoras anwenden?
- Was ist 80cm lang?
- Schreibe drei Achtel als Kommazahl
- $11^2 = ?$
- …

Gliederung

1. Paradigmenwechsel zum Technologieeinsatz im MU – und was wir über Potenziale von Technologieeinsatz wissen

2. Vision für einen Mathematikunterricht, der Kompetenzen ausbildet

3. … und Technologie integriert, um intelligentes Wissen herauszubilden

4. **Wege zur Handlungskompetenz – auch technologiegestützt !**

Idee: Kompetenztraining

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Hintergrund: **Übungskonzept** **(ml**

- Erste Übung
  mit Identifizierungs- und Realisierungsaufgaben für die neuen Stoffelemente (in unmittelbarer Verbindung mit der Einführung)

- **Vielfältige Übung (auch vertiefende Übung genannt)**
  Vertiefend, binnendifferenzierend und als produktive bzw. „intelligente" Übung gestaltet

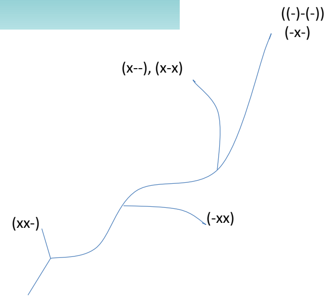
- **Komplexe Übungen und Anwendungen**

  Vernetzungen der aktuellen Stoffelemente mit bereits bekannten herstellen;
  Komplexität erhöhen und Transfer ermöglichen

- Aufgabenset

1.
2.
3.
4
5.______________
6.
7.
8.______________
9.
10.

- Blütenaufgaben



Projektartiges „Kompetenztraining" mit Schwerpunkt **Argumentieren** oder **Modellieren** oder **Problemlösenlernen** rückblickend und Inhalte vernetzend

pro Lehre

„Kleiner" Transfer – Handlungskompetenz ist diagnostizierbar

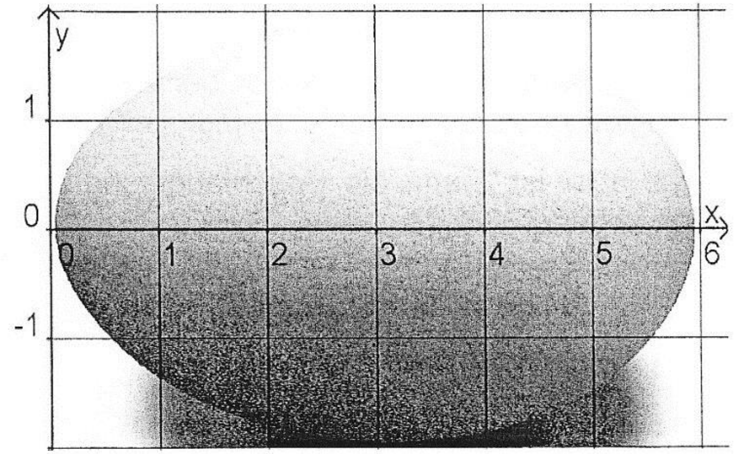
In erster Näherung ist das Ei ellipsenförmig. Eine Ellipse lässt sich beschreiben durch folgende Funktionsgleichung:

$$f_e(x) = a \cdot \sqrt{1 - \frac{(x-b)^2}{b^2}}\ .$$

Begründen Sie am Term und anhand der Abbildung, dass $a \approx 2$ und $b \approx 3$ als erste Näherungswerte geeignet sind.

Passen Sie durch Experimentieren die Parameter dem Verlauf an.

Erarbeiten Sie eine Strategie zur Berechnung des Eivolumens.



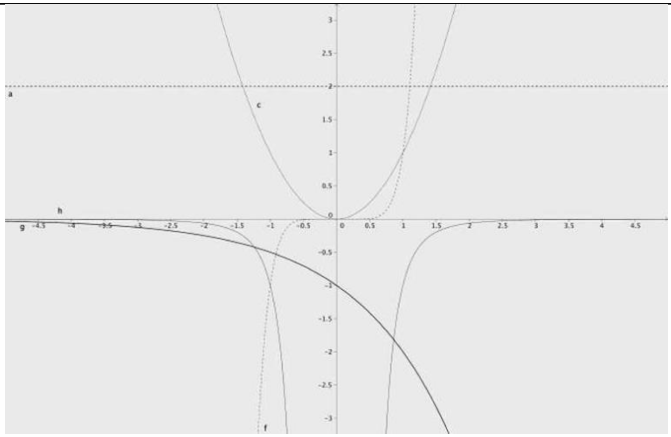
Lernprotokoll - Methodensteckbrief

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Das Lernprotokoll bietet eine Lerngelegenheit zur Feststellung des aktuellen Verstehensniveaus nach den ersten Stunden zur neuen Unterrichtseinheit. Mit spezifischen Aufgabenstellungen wird Grundverständnis diagnostiziert und gleichzeitig gefördert. Dazu beantworten die Schülerinnen und Schüler schriftlich und für sich allein die genannten Reflexionsfragen zum neuen Thema – ohne Benotung.	**Das aktuelle Verstehensniveau reflektieren durch:** • **Erläutern des Einstiegsbeispiels** **(Worum geht es?)** • **Lösen einer Grundaufgabe und ihrer Umkehrung** • **Herstellen von Sinn- und Sachbezug** **(Wo kann man das Neue anwenden und wo nicht?)** • **Benennen typischer Fehler**

Beispiel für ein Lernprotokoll (Potenzfunktionen)

- Auf der folgenden Abbildung siehst du die Graphen verschiedener Funktionen. Entscheide, bei welchen der Funktionen es sich um Potenzfunktionen handelt.



- Bestimme die Gleichung einer Potenzfunktion f(x)= ax^b, die durch folgende Punkte läuft: P(-1,5/ -22,78) und Q(2,5/ 292,97).

Rechner zur Kontrolle

- Entscheide (begründet!) welche der folgenden Zusammenhänge durch eine Potenzfunktion modelliert werden können.
  a) Das Volumen eines Würfels in Abhängigkeit von seiner Kantenlänge a.
  b) Pauls Ersparnisse vermehren sich jährlich um 4%.
  c) Der Flächeninhalt einer zentrisch gestreckten Figur in Abhängigkeit vom Streckfaktor.

- **Lisa hat die Funktion $f(x)=x^{1/3}$ in ihren Taschenrechner eingegeben und wundert sich, dass der Graph eine Gerade ist.**

Lernprotokoll zum Begriff der Änderung und lokalen Änderungsrate (SII) – Rechner nicht sinnvoll

Aufgabe 1: Erläutere die Begriffe *Änderung* und *Änderungsrate* an einem der Einstiegsbeispiele.

Aufgabe 2:

Paul macht eine Fahrradtour. Zu Beginn schwitzt er stark, weil er sich anstrengen muss, am Ende freut er sich über viel Fahrtwind.

Skizziere das Höhenprofil seiner Fahrtstrecke.

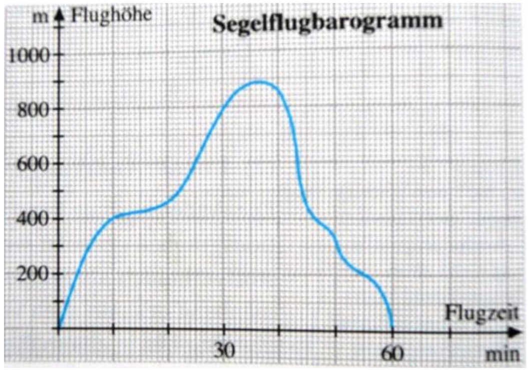
Teile dein Höhenprofil in Zeitabschnitte ein. Beschreibe die mittlere Änderungsrate für diese Abschnitte.

Aufgabe 3:

Die Flughöhe eines Segelflugzeuges wird während eines Fluges ständig gemessen und von einem Barometer festgehalten.

Zu welchen Flugzeiten war die lokale (momentane) Änderungsrate der Flughöhe am größten, wann war sie am kleinsten?

Gibt es Zeitpunkte, an denen sie Null war?



Aufgabe 4:

Saskia bemerkt zu dem folgenden Graphen (siehe Materialsammlung):

„Die Funktionswerte sind alle negativ, deshalb ist die lokale Änderungsrate auch überall negativ.“

Nimm Stellung dazu.

Ausblick…

- Technologieeinsatz im Unterricht breit interpretieren und nutzen (CAS, Videotutorials, interaktive Lernumgebungen, serious games, online-Tests zur Diagnose…)

… aber mit Qualitätsbrille !

- Die Existenz von Technologie allein liefert noch keinen guten Unterricht und keine mathematische Kompetenz!

- Risiken und Nebenwirkungen: Teaching to the test und Technologieabhängigkeit der Lernenden

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit –
und auf Wiedersehen „digital“!

Kontakt:

bruder@mathematik.tu-darmstadt.de

www.madaba.de

www.math-learning.com **Vorträge (auch zum download)**

www.proLehre.de

Fortbildungsangebote online –

ab 1.9.2014 für das 1.Schulhalbjahr

Quellen

- GREGORY, Gayle H.: *Differentiating Instruction With Style - Aligning Teacher and Learner Intelligence for Maximum Achievement*. Corwin Press, 2005.
- Lipowsky, F.: Auf den Lehrer kommt es an. In C. Allemann (Hrsg.): Kompetenzen und Kompetenzentwicklung von Lehrerinnen und Lehrern. Weinheim: Beltz (2006).
- Schützkowski, Katrin: Untersuchung zum Einfluss verschiedener Lernstile auf die Beurteilung von mathematischen Online-Lernspielen. Wissenschaftliche Hausarbeit am FB Mathematik, TU Darmstadt 2012 (unveröff.).
- Will, Britta E.: Eine digitale Lernumgebung mit spielerischen Elementen zu Darstellungswechseln bei funktionalen Zusammenhängen. Wissenschaftliche Hausarbeit am FB Mathematik, TU Darmstadt 2011 (unveröff.).
- Bruder/Weiskirch (Hrsg): CAliMERO - Computer-Algebra im Mathematikunterricht. Bände 1-9: Methodische und didaktische Handreichung. T³ Münster. (download-Möglichkeit bei T³)
- Bruder, R.: Üben mit Konzept. In: mathematik lehren Heft 147, Friedrich Verlag 2008, S.4-19
- Bruder, R.: Wider das Vergessen. Fit leiben durch vermischte Kopfübungen. In: mathematik lehren Heft 147, Friedrich Verlag 2008, S.4-19
- Bruder, R., Leuders, T., Büchter, A.: *Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetentorientiertes Unterrichten.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2008.
- Ingelmann, M.: Evaluation eines Unterrichtskonzeptes für einen CAS-gestützten Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Berlin: Logos 2009
- Pinkernell, G. (Hrsg.): Mathematikunterricht mit einem Computer-Algebra-System. Der Mathematikunterricht. Heft 4, Seelze: Friedrich 2009: