

Fake News und realitätsbezogener Mathematikunterricht

Jürgen Maaß¹

<https://doi.org/10.53349/resource.2022.i18.a1123>

Zusammenfassung

Fake News zum Klimawandel, zum Coronavirus und vielen anderen Themen beeinträchtigen uns in wachsendem Ausmaß. „Rationale“ Politik wird immer schwieriger, wenn ein wachsender Teil der Bevölkerung in verschiedenen „Realitätsblasen“ lebt und rationalen Argumenten immer weniger zugänglich ist. Was können wir dagegen tun? Selbstverständlich können wir versuchen, zu allen verbreiteten Fake News Gegendarstellungen zu verfassen. Besser scheint es mir, dem berühmten Motto zu folgen: „Gib einem Hungernden einen Fisch und er wird einen Tag satt. Lehre ihn fischen, und er wird nie wieder hungern!“ Dem Motto folgend sollten wir versuchen, die Menschen zu befähigen, selbst Fake News als solche zu erkennen. Lasst uns versuchen, die in den allgemeinen Lehrzielen für alle Schulen stets prominent vertretene Zielsetzung „Erziehung zur Mündigkeit!“ tatsächlich und ganz konkret im Mathematikunterricht an Schulen zu erreichen!

Was bedeutet das für Mathematikunterricht? Realitätsbezogener Mathematikunterricht insbesondere mit seinen Komponenten „Modellkritik“ und den schon oft thematisierten Beispielen zum Thema „Statistik kritisch hinterfragen!“ kann und soll durchaus dazu beitragen!

Keywords:

Fake News
Realitätsbezogener Mathematikunterricht
Modellkritik

1 Mathematik zum Thema Fake News

1.1 Wie kann eine Sequenz von Unterrichtseinheiten zum Thema "Fake News" im Mathematikunterricht beginnen?

Wie wäre es einmal mit einem unkonventionellen Start, also nicht mit einem einführenden Vortrag der Lehrkraft zum Thema, sondern mit der Aufforderung, in Kleingruppen selbst Fake News zu erfinden und aufzuschreiben? Die so entstandenen Texte werden in der Klasse vorgetragen und besprochen. Was kann dabei herauskommen? Eine mögliche Variante ist, unter die entstandenen Fake News ein paar echte, aber unglaubwürdige Meldungen zu mischen. Die Schülerinnen und Schüler sollen diese dann erkennen. Ich habe die folgende Geschichte erfunden, um zum Nachdenken über Fake News anzuregen.

1.2 James Webb Space Teleskope entdeckt ausgestorbenen Exoplaneten!

Das neue Weltraumteleskop ermöglicht es, Bilder von Planeten ferner Sonnen zu erhalten. Nun wurde bekannt, dass sich darunter ein Planet befindet, auf dem offensichtlich eine Klimakatastrophe stattgefunden hat. Auf den Aufnahmen zu erkennen sind Ruinen großer Städte und viele Wüsten. Berechnungen haben ergeben, dass die Durchschnittstemperatur auf diesem Planeten viel höher ist, als aufgrund des Abstandes zur Sonne und der Charakteristik dieser Sonne zu erwarten ist.

¹ A. Univ.Prof. i.R. Dr. J. Maaß, Eschenstr. 6, A - 4040 Lichtenberg.
E-Mail: familie.maasz@aon.at

1.3 Wie gehen wir mit einer solchen Nachricht um?

Die Lehrkraft fragt die Schulklasse, auf welche Weise Fake News überprüft werden können. Gibt es Kriterien, an Hand derer wir feststellen können, was wahr ist und was nicht? In einer späteren Reflexion wird sich herausstellen, dass „Wahrheit“ gar nicht so einfach zu erkennen und zu bestimmen ist und – ganz wichtig! – dass Mathematik dabei sehr hilfreich sein kann (Stichwort Modellkritik – siehe unten).

Was mag eine Schulklasse an dieser Stelle als Kriterien nennen?

1.3.1 Kennen wir die Personen (oder Institutionen), die etwas berichten? Vertrauen wir ihnen?

Tatsächlich wurde das Teleskop James Webb in Betrieb genommen und liefert spektakuläre Aufnahmen aus dem Weltall. In vielen Medienberichten sind schöne Bilder aus dem Weltall zu sehen, die das Teleskop aufgenommen und zur Erde gesendet hat. Die Grenzen der Leistungsfähigkeit des neuen Teleskops sind für Laien – also auch für die Schülerinnen und Schüler – nicht klar.

Der Rahmen für die Geschichte scheint also glaubwürdig.

1.3.2 Wie steht es mit dem Inhalt?

Hier können die Meinungen wie im realen Leben geteilt sein. Es gibt viele Beispiele für negative Folgen wissenschaftlicher Aktivitäten, für wissenschaftliche Gutachten, die eher den Wünschen des Auftraggebers als der objektiven Wahrheit folgen und damit verbundene Verluste an Glaubwürdigkeit. Nicht zuletzt gibt es starke Quellen für generelle Wissenschaftsfeindlichkeit in politischen, religiösen oder esoterischen Überzeugungen.

Es mag also durchaus sein, dass in einer Schulklasse der Inhalt der Geschichte als glaubwürdig eingeschätzt wird: Die Bewohner auf jenem Planeten haben ihren Planeten ruiniert. Es mag aber auch sein, dass letztlich die Überzeugung siegt, dass Bewohner nicht so dumm sein konnten, sich selbst auszurotten.

Erstes Zwischenfazit: Die Geschichte erscheint der Schulklasse je nach Vorwissen bzw. Vorurteilen über Wissenschaft glaubwürdig oder nicht. Gibt es einen Weg, über die Glaubwürdigkeit bzw. „Wahrheit“ (im Sinne von realer Möglichkeit auch für unseren Planeten) der Geschichte zu entscheiden? Das ist eine gute Frage... Ich lade Sie ein, mir Ihre Meinung dazu zu mailen!

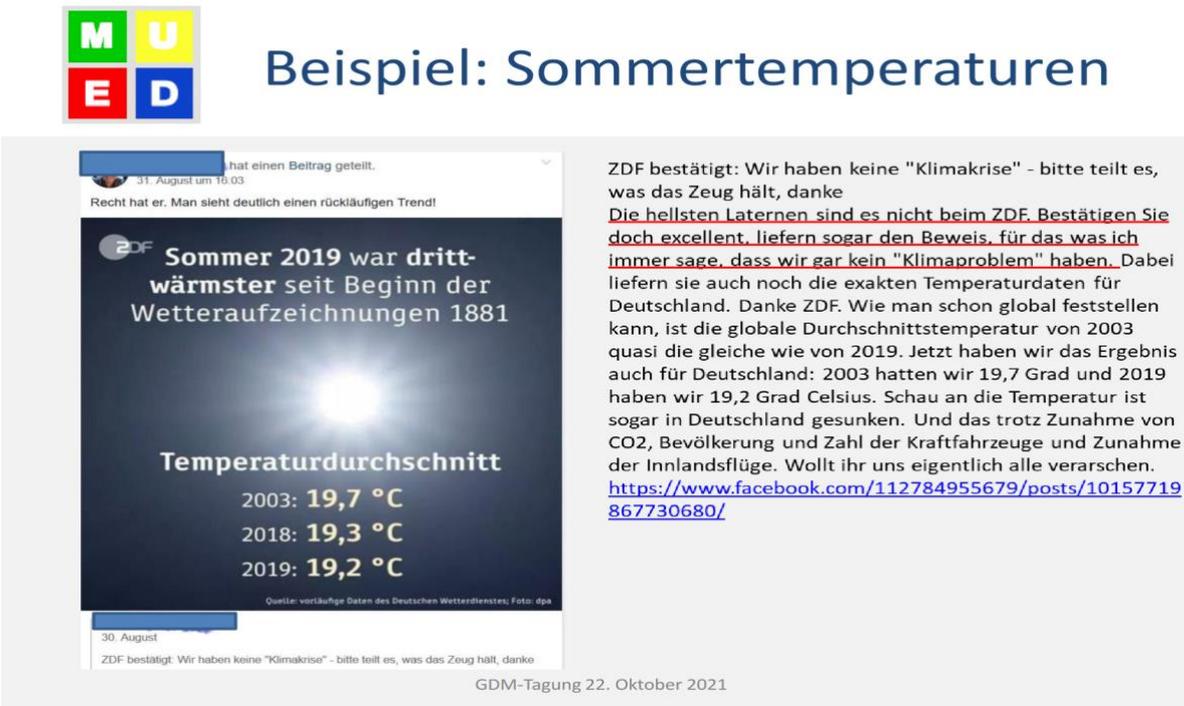
1.4 Wo bleibt die Mathematik?

Auf den ersten Blick hat der bisherige Unterrichtsverlauf wenig mit Mathematik zu tun. Eine fiktive Meldung wurde erstellt, diskutiert und je nach Vorwissen bzw. Vorurteilen für wahr oder möglich oder falsch gehalten. Das ist typischer Alltag im Umgang mit Fake News – soweit sie nicht einfach ignoriert werden. Leuten, die bewusst Fake News produzieren, um für ihre Ansicht Anhängerinnen und Anhänger zu finden bzw. allgemein Angst und Unsicherheit zu verstärken, ist offenbar bewusst, dass sie mit ihren Geschichten hauptsächlich jene Menschen erreichen, die ohnehin schon ähnliche Ansichten haben. Wie lassen sich mehr Leute erreichen und überzeugen? Mit erhöhter Glaubwürdigkeit! Deshalb wird in vielen Fake News Mathematik etwa in Form einer Statistik (grafisch überzeugend aufgearbeitet) verwendet: Zahlen lügen nicht! Mathematik ist wahr! (vgl. Maaß 2006).

In der nun folgenden zweiten Phase des Mathematik-Unterrichts zum Thema Fake News werden die Kinder auf die Suche geschickt: Findet in den Medien oder im Internet Texte, in denen mit Mathematik zu einem Thema argumentiert wird. Je nach Einschätzung der Lehrkraft zur Schulklasse kann „Thema“ auch genauer spezifiziert werden: Findet in den Medien oder im Internet Texte, in denen mit Mathematik dafür argumentiert wird, dass es keine Klimaveränderung gibt oder die Coronaimpfung sehr gefährlich ist oder ...

1.5 Ein Beispiel: Sommertemperaturen

Ich bin gespannt, welche Beispiele Ihre Schulklasse findet. Ich habe für diesen Text eines ausgewählt, das A. Warmeling (ein langjähriges und engagiertes Mitglied der MUED – siehe www.mued.de) im Rahmen der Jahrestagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung“ zum Thema „Mathematik, Gesellschaft und Wahrheit“ am 22.10.2021 vorgetragen hat: „Fake News entlarven – manchmal hilft Mathematik ...“. Folie 7 seines Vortrages zeigt ein Beispiel aus dem Internet:



The image shows a screenshot of a Facebook post. On the left is a graphic with the ZDF logo and the text: "Sommer 2019 war drittwärmster seit Beginn der Wetteraufzeichnungen 1881". Below this, it says "Temperaturdurchschnitt" and lists: "2003: 19,7 °C", "2018: 19,3 °C", and "2019: 19,2 °C". On the right is a text block that reads: "ZDF bestätigt: Wir haben keine 'Klimakrise' - bitte teilt es, was das Zeug hält, danke". It continues with a long paragraph of text and a Facebook link. At the bottom of the screenshot, it says "GDM-Tagung 22. Oktober 2021".

Abb.1: Sommertemperaturen - Fake News aus dem Internet

Wie könnten wir in der Schulklasse vorgehen, um diesen Facebook - Beitrag zu überprüfen? Zunächst fassen wir zusammen, was die zentrale Botschaft ist: „Wir haben keine „Klimakrise“.“

Womit wird argumentiert? Als Beleg werden drei Zahlen für den Temperaturdurchschnitt aufgeführt, die der Autor der von A. Warmeling analysierten Facebookseite nach eigenen Angaben beim ZDF gefunden hat. Das soll zumindest das ZDF Logo oben links in der Grafik belegen. Die drei Zahlen werden immer etwas kleiner und beweisen damit nach Ansicht des Autors seine Botschaft. Als zusätzlichen Beleg führt er an, dass die Zahlen kleiner werden, obwohl es seit 2003 mehr Energienutzung gegeben hat.

Zwei Säulen der Argumentation sollen für Glaubwürdigkeit sorgen: Die Zahlen lügen nicht! Der Abwärtstrend ist eindeutig und nicht zu bezweifeln. Und: Die Zahlen stammen vom ZDF (das ZDF wird hier offenbar nicht als Teil der „Lügenpresse“ gesehen wird bzw. diffamiert).

Was nun? Aus guten Gründen raten alle seriösen Stellen, die Hinweise zum Umgang mit möglichen Fake News geben, die Quellen für die angeführten Daten zu überprüfen. Solche eine Überprüfung kann und soll zeigen, ob die Zahlen frei erfunden sind, richtig oder falsch zitiert wurden etc. Das ZDF bietet auf der Homepage www.zdf.de eine Vielzahl von Grafiken, Informationen, Hinweisen, Argumenten etc. zum Thema Klimawandel an. A. Warmeling hat die Quelle gefunden, auf die sich das ZDF seinerzeit bezogen hat – und aus der die zitierten Zahlen stammen:



Beispiel: Sommertemperaturen

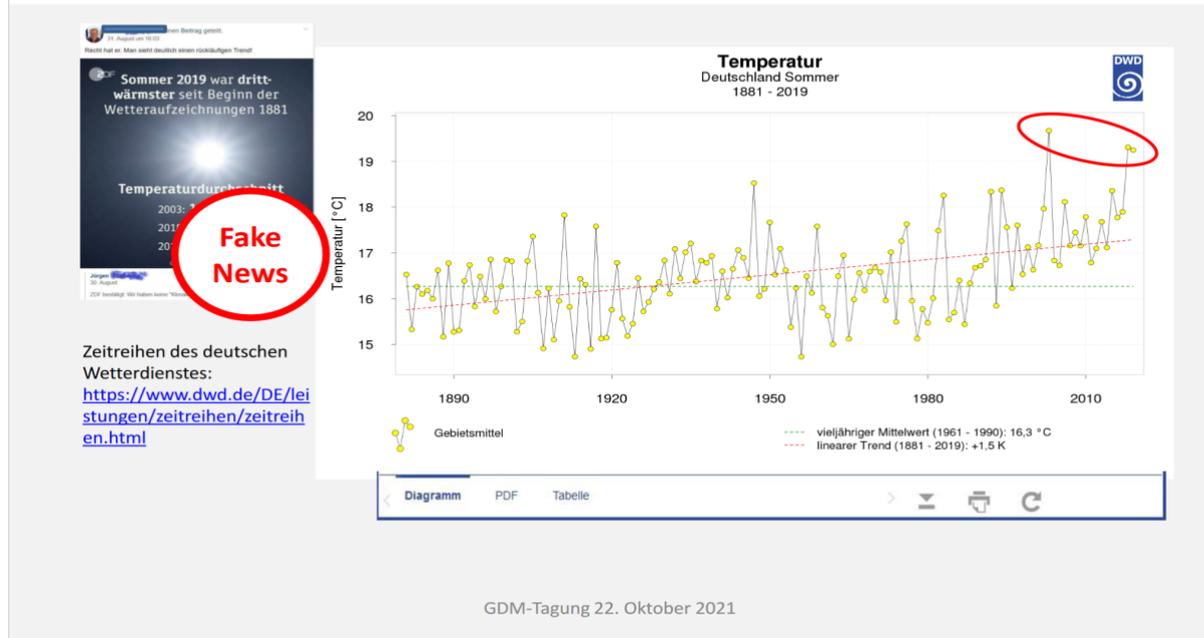


Abb.2: Sommertemperaturen – des Rätsels Lösung

Der Deutsche Wetterdienst ist eine Bundesoberbehörde im Geschäftsbereich des Bundesministeriums für Digitales und Verkehr und stellt unter der Adresse www.dwd.de Daten ins Internet. Die Quelle der verwendeten Zahlen ist demnach seriös und glaubwürdig. A. Warmeling hat mit einem kleinen roten Kreis oben rechts in der Grafik des Deutschen Wetterdienstes gekennzeichnet, welche drei Zahlen ausgewählt wurden. Damit wird auf einen Blick deutlich, wo und wie manipuliert wurde. Die Aussage der Gesamtgrafik (also aller Daten) wird durch die rote Trendlinie angedeutet: Die Durchschnittstemperatur steigt. Die Auswahl der drei einzelnen Werte legt den Verdacht nahe, dass genau diese drei Werte ausgewählt wurden, um zu einer gegenteiligen Aussage zu kommen.

A. Warmeling nennt diese Methode der Datenmanipulation „Rosinenpicken“ – aus einer Menge von Daten werden jene ausgewählt, die die eigene Position bestärken oder gar „beweisen“ (was prinzipiell aber gar nicht geht – was nach einem kleinen Ausflug in die Wissenschaftstheorie klar ist).

Zweites Zwischenfazit: Mathematik macht den Unterschied zwischen den beiden Beispielen. Selbst aus Universitäts-sicht sehr einfache Mathematik, nämlich das Lesen und Verstehen von einer Statistik des Deutschen Wetterdienstes, gibt eine klare Entscheidungsgrundlage: Fake News!

A. Warmeling hat in seinem Vortrag eine Reihe weiterer Beispiele aufgeführt und als Fake News überführt, die ich hier nicht wiedergeben möchte. Selbstverständlich steigt mit dem Niveau der eigenen Mathematikkenntnisse auch die Fähigkeit, mathemathaltige Fake News als solche zu erkennen.

1.6 Ausblick auf weitere Beispiele:

Sehr viele Mathematiklehrerinnen und -lehrer haben schon mit Erfolg Medienbeiträge zum Unterrichtsthema für guten Mathematikunterricht gemacht, in denen eine Statistik in schöner Grafik mit manipulativer Absicht verwendet wurde. Oft reichen schon sehr einfache mathematische Methoden, um die Tricks zu durchschauen: Die Beschriftung der Achsen genauer anschauen (der Unterschied zwischen 100000 und 100001 wirkt viel größer, wenn die Achse die ersten 100000 einfach weglässt), die Daten statt dreidimensional eindimensional darstellen (Punkte im Koordinatensystem statt Säulen), eingezeichnete Trends überprüfen (weshalb soll und kann es hier

linear oder exponentiell weitergehen?) usw. Vermutlich kennen Sie zumindest dem Titel nach den Klassiker dazu von Durrell Huff: „How to lie with Statistics?“ (1982). Quellen für Unterrichtsvorschläge dazu sind insbesondere die MUED (www.mued.de), das schöne Buch von W. Herget und D. Scholz (1998) und Zeitschriften wie „Stochastik in der Schule“ oder „mathematik lehren“.

1.7 Das wichtigste Gegenargument: Dafür haben wir keine Zeit!

In vielen Veranstaltungen zur Aus- und Fortbildung von Mathematiklehrerinnen und -lehrern gab es immer wieder ein zentrales Argument gegen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Das klingt alles schön und gut, aber dafür haben wir angesichts der überwältigenden Stofffülle keine Zeit im Unterricht.

Wenn ich näher auf dieses Argument eingehe, fallen mir selbstverständlich die Stoffkataloge ein, die jeden Mathematiklehrplan füllen - obwohl fast jede neue Ministerin bzw. jeder neue Minister für Bildung zu Beginn der Amtszeit angekündigt hat, dass die Lehrpläne für Mathematikunterricht reformiert/durchforstet/ausgemistet/etc. werden sollen. In der Tat haben mir viele Kolleginnen und Kollegen, die in daraufhin eingesetzten Lehrplan – Erneuerungskommissionen tätig waren, von mehr oder weniger starkem Druck der Beamtinnen und Beamten im Ministerium berichtet, etwas zu kürzen. Als Folge davon kamen teilweise Kürzungen zustande, indem ein Lehrziel wie „Prozentrechnung“ selbstverständlich weiterhin aufgeführt wurde, aber nicht mehr im Detail ausgeführt wird, was unter diesem Ziel alles gelehrt werden soll.

Nur wenige Lehrkräfte haben diese Chance genutzt, ihren Unterricht zu ändern, weniger Detail, weniger spezielle Algorithmen bzw. Berechnungsverfahren zu üben und stattdessen mehr sinnstiftende, realitätsnahe Fragestellungen zur Prozentrechnung zu behandeln. Der erste Teil meiner Antwort auf das Stofffülle – Argument ist also, dass diese Fülle zumindest teilweise eine von Lehrkräften selbsterzeugte Fülle ist. Eine Lehrplanvorgabe wie „Rechnen mit Formeln“ oder „Gleichungen lösen können“ kann sehr unterschiedlich interpretiert werden.

Der zweite Teil meiner Antwort betrifft die **Nachhaltigkeit** des gelehrtens Stoffes. Sehr oft beklagen Lehrkräfte, dass ihre Schülerinnen und Schüler schon bald nach einer Schularbeit oder im nächsten Schuljahr den mühsam eingeübten Stoff nicht mehr beherrschen. Viel Zeit geht z.B. dabei verloren, beim Lösen eines Systems von zwei linearen Gleichungen mit zwei Unbekannten erst einmal ausführlich wiederholen (oder gar neu lehren) zu müssen, wie sich eine lineare Gleichung mit einer Unbekannten lösen lässt.

Noch negativer wird die Antwort auf die Frage nach der Nachhaltigkeit, wenn Erwachsene befragt oder getestet werden, die einige Jahre oder Jahrzehnte zuvor die Schule verlassen haben und nicht beruflich mit Mathematik beschäftigt sind. Die Ergebnisse solcher Befragungen und Test lassen sich international in zwei Punkten zusammenfassen: Viele Erwachsene haben eine negative Einstellung zur Mathematik und sehr wenig Mathematik-Kenntnisse über jene hinaus, die sie in Beruf und Alltag nutzen (vgl. Maaß 1997 oder international: ALM-online.net).

1.8 Gegenstrategien: Vernetzung und Realitätsbezug als Sinnstiftung

Zwei bewährte Gegenstrategien sind bekannt, werden aber zu wenig genutzt. Mit „Vernetzung“ ist gemeint, dass die im Mathematikunterricht gelehrtens Inhalte mehr als bisher miteinander verbunden werden sollen. Eine häufig geäußerte Kritik am üblichen Unterricht ist, dass einzelne Teile der Mathematik jeweils gerade soweit unterrichtet werden, dass die nächste Prüfung bestanden werden kann, indem die Lösungswege für Standardaufgaben aus diesem Teilgebiet mit Fleiß geübt werden können. Wenn sich solch ein Unterricht einmal eingespielt hat, wird zu Beginn eines neuen Unterrichtsteils gar nicht mehr erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler auf eventuell vorhandenes Vorwissen zurückgreifen - bis auf die Grundrechenarten wird einfach alles Notwendige kurz wiederholt. Selbstverständlich kostet das extra Zeit und erhöht den empfundenen Stoffdruck. Nach dem Test kann dann ohne Sorgen alles zu diesem Thema Gelernte vergessen werden. Was dann eventuell später einmal gebraucht wird, wird ja zu Beginn der entsprechenden Unterrichtseinheit wiederholt. Gegen dieses „bulimische“ Lehren hilft eben die Vernetzung: Wo immer es geht, wird auf Verbindungen zu schon Gelerntem und künftigem Stoff hingewiesen. So wird aus einem sinnentleerten Inseln springen ein solider Weg (mit Brücken von Insel zu Insel und helfenden Netzen) zum besseren Verständnis von Mathematik erzielt (vgl. Maaß 2012 oder allgemeiner die Buchreihe „Vernetzung im MU“ bei der MUED²).

² https://sage-shop.com/epages/MUEDe_V_44658923.sf/de_DE/?ObjectPath=/Shops/MUEDe_V_44658923/Products/10708

Realitätsbezogener Mathematikunterricht klärt die Sinnfrage: Wozu sollen wir das lernen? Wenn im Unterricht gemeinsam ausgerechnet wird, welches der kostengünstigste Tarif für eine bestimmte Nutzungsart eines Smartphones ist, fragt niemand nach dem Sinn solcher Berechnung. Aus der Lebenswelt der Lernenden gibt es sehr viele – von Lehrkräften zu bewährten Unterrichtseinheiten aufbereitete – Themen für den Mathematikunterricht (vgl.: MUED.de). Die Erfahrung lehrt auch, dass umfangreiche, fächerübergreifende Projekte (vgl. Maaß 2020) sehr zur langfristigen Motivation und Akzeptanz des Faches Mathematik beitragen können. Immer wieder berichten Studierende, dass ein solches Projekt zu ihrer Wahl des Studienfaches Mathematik (oder eines anderen MINT-Faches) beigetragen hat.

1.9 Zwischenfazit: Für nachhaltigen Mathematikunterricht ist immer genug Zeit

Zwei Hauptargumente für diese Um-Orientierung des Mathematikunterrichts möchte ich an dieser Stelle ins Gedächtnis rufen. In den allgemeinen Lehrzielen steht sehr deutlich, dass der Mathematikunterricht dazu beitragen soll, die Schülerinnen und Schüler zu mündigen Bürgerinnen und Bürgern zu erziehen. Ganz offensichtlich gelingt das durch den bisher vorherrschenden Unterricht nicht. Ein guten Beleg dafür bietet die Erforschung des Themas „Erwachsene und Mathematik“, zu der am Institut für Mathematik der Universität Linz einige wesentliche Beiträge geleistet wurden (vgl. International Handbook of Mathematics Education 1997). Aus Sicht vieler Erwachsener bleiben als nachhaltige Eindrücke und Ergebnisse des erlebten Mathematikunterrichts wenig Kenntnisse und eine negative Einstellung zur Mathematik.

2 Realitätsbezogener Mathematikunterricht, mathematisches Modellieren und Fake News

Nehmen wir einmal an, realitätsbezogener Mathematikunterricht kann tatsächlich dazu beitragen, dass die Heranwachsenden mehr Mathematik lernen und nach der Schule eine bessere Einstellung zur Mathematik haben. Was nützt das in Sachen Fake News? Um diese Frage zu beantworten, muss ein wenig genauer erläutert werden, wie Mathematik realitätsbezogen angewendet wird und gelernt wird. Der zentrale Punkt ist die „Modellierung“. Damit aus einem mathemathhaltigen Text (etwa einer Tarifinformation, einem Backrezept, einer Finanzierung fürs Haus oder Auto, einer Gebrauchsanweisung für Farbe oder einen Fußbodenbelag etc.) etwas wird, das berechnet werden kann, muss diese Information in die Sprache der Mathematik übersetzt werden. Aus der Information werden Gleichungen formuliert, die – hoffentlich – den Sachverhalt passend wiedergeben und – hoffentlich – mit der verfügbaren Mathematik lösbar sind. An dieser Übersetzung, der Modellierung eines Sachverhaltes, scheitern die meisten Menschen (auch viele, die studiert haben), weil es im Mathematikunterricht nicht gelehrt wird. Im üblichen Unterricht wird meist erst nach der Modellierung eingesetzt, Rechenaufgaben (auch Gleichungen) fallen vom Himmel und müssen nur noch ausgerechnet werden. Es fehlt dann nicht nur Information zum Sinn des Rechnens, sondern auch ein Weg, aus alltäglichen, technischen, kaufmännischen etc. Fragestellungen mathematische Modelle zu machen. Dementsprechend fehlt auch eine ganz wichtige Fähigkeit für das Enttarnen von Fake News: Modellkritik. Wer selbst gelernt hat, mathematische Modelle zu erstellen, lernt dabei auch, selbst erstellte oder andere mathematische Modelle kritisch zu analysieren. Sinnvoller Weise werden Situationen schrittweise modelliert: Ein erstes, bewusst ganz stark vereinfachtes Modell liefert erste Anhaltspunkte. Ein zweites Modell ist in einigen Aspekten besser, ein drittes noch besser. So geht es weiter, bis die Resultate der Berechnungen mit dem letzten Modell hinreichend gut erscheinen, die Zeit oder die Daten für noch bessere Modelle nicht vorhanden sind oder einfach die Geduld ausgeht: Jetzt ist Schluss! Der Weg vom ersten zum jeweils nächsten Modell gelingt mit Hilfe einer erfolgreichen Kritik des jeweils aktuellen Modells: Was leistet es? Was nicht? Was fehlt noch? Welche zusätzlichen Daten oder mathematischen Hilfsmittel werden gebraucht? Ist etwas falsch berechnet worden? Weshalb?

2.1 Modellkritik als zentrales Mittel

Genau diese Modellkritik ist ein Schlüssel zum Umgang mit Fake News. Wer den kritischen Umgang mit eigenen Modellierungen gewohnt ist, durchschaut andere Modelle viel einfacher. Wer selbst Übung im mathematischen Modellieren hat, weiß auch, dass ein mathematisches Modell immer auf einer Auswahl von Informationen und

Aspekten einer komplexen Situation beruht. Der Sinn des Modellierens ist es ja, einen komplexen Zusammenhang so weit zu vereinfachen, dass wesentliche Strukturen erhalten und sichtbar werden. Was „wesentlich“ ist, entscheiden die Modellmacherinnen und -macher bzw. diejenigen, die sie dafür bezahlen (wenn es Profi-Modelle sind, die technologischen Entwicklungen, ökonomische Analysen, ökologische Prognosen oder so etwas zum Thema haben). Wer selbst modelliert, kommt schnell auf die Frage, welche Auswahlentscheidungen in andere Modelle eingegangen sind. Weshalb? Bei jedem Schritt im Prozess des Modellierens sind Entscheidungen notwendig: Welche Aspekte der Realität erkenne ich als wichtig, sammle Daten und Informationen über Strukturen und wie modelliere ich das Ganze? Der berühmte Gründer der Technomathematik in Kaiserslautern, Helmut Neunzert³, berichtete einmal am Kaffeetisch, dass er immer wieder beim Gang durch eine Werkshalle Ansatzpunkte für technomathematische Projekte entdeckt hat, die dann tatsächlich realisiert wurden. Ein Kollege von ihm, der nicht wie H. Neunzert mit Differentialgleichungen und deren numerischer Lösung arbeitet, sondern mit stochastischen Methoden, habe beim Gang durch dieselbe Werkshalle andere Projektmöglichkeiten für Stochastik entdeckt.

Nehmen wir zur Erläuterung ein einfaches Beispiel: Ein Mathematiker steht in einem Stau auf der Autobahn⁴, der laut Verkehrsfunk 3 km lang ist und langweilt sich. Also überlegt er, wie kurz der Stau wäre, wenn alle Menschen, die jetzt in PKW's im Stau stehen, in Bussen sitzen würden. Dazu bildet er ein einfaches mathematisches Modell mit folgenden Schätzungen:

- Ein PKW ist im Durchschnitt 4 bis 5 Meter lang
- im Stau beträgt der durchschnittliche Abstand zwischen zwei Autos 5 Meter
- im Stau stehen nur PKW's
- in jedem Auto sitzen 2 Personen
- in einem Reisebus (Länge 12 Meter) können 60 Personen sitzen

Damit kann er rechnen: 3 km geteilt durch 10 Meter pro Auto ergibt 300 Autos pro Fahrspur. In den 300 Autos sitzen nach seiner Schätzung 600 Leute. Die würden 10 Busse füllen. Die Busse mit je 5 Meter Abstand brauchen 120 Meter plus $9 * 5$ Meter, also 165 Meter Fahrbahn. Aha!

Mit den vereinfachenden Annahmen kommt er also leicht zu einer groben Schätzung. In seine Annahmen ist vieles nicht eingegangen, etwa welche Farbe die Autos haben, wie alt die Leute in den Autos sind, wohin die Leute fahren wollen und vieles mehr. Auch relevantere Informationen hat er einfach weggelassen. Wie hätte sich sein Modell geändert, wenn jedes 10. Fahrzeug kein PKW, sondern ein LKW von 15 oder 20 Meter Länge (besetzt mit einer Person) ist? Wer hat ein Interesse, LKWs mitzuzählen, wer nicht? Welche Gründe können dafür oder dagegen angeführt werden?

Erkennen Sie, wie viele Entscheidungen notwendig sind? Und wie die Entscheidungen das Ergebnis beeinflussen? Bisweilen kommt man erst nach einer Entscheidung und einer darauf beruhenden Rechnung darauf, dass diese Entscheidung zu einem unzureichenden Modell führt. In der Schule ist das nicht schlimm, sondern lehrreich: Die Entscheidung kann rückgängig gemacht werden. In Technik, Politik und Wirtschaft hingegen können Entscheidungen oft nicht so einfach rückgängig gemacht werden: Eine Brücke wurde gebaut, eine neue Gesetzesregelung für Motoren oder Hausheizungen ist in Kraft und Investitionen werden dementsprechend getätigt oder auch nicht.

2.2 Sind die mathematischen Werkzeuge angemessen?

Mit dieser Frage komme ich zu einem Aspekt der Modellkritik, der mathematisches Wissen und Erfahrung mit Modellierung voraussetzt: Wer zum ersten Mal überlegt, wie sich eine Genauigkeit der verwendeten Messwerte von plus/minus fünf Prozent auf das errechnete Endergebnis auswirken kann, lernt viel über Fehlerfortpflanzung. Wer in dieser Frage mehr mathematisches Wissen und Erfahrung mitbringt, kann vielleicht schon vor der ersten Berechnung treffend einschätzen, ob es sich mit der gegebenen Genauigkeit der Messwerte überhaupt lohnt, weiter zu rechnen.

³ https://de.wikipedia.org/wiki/Helmut_Neunzert

⁴ Einige Kollegen haben ihre Überlegungen zum Modellieren eines Staus publiziert, etwa: Thomas Jahnke: Stunden im Stau – eine Modellrechnung, in: Hans-Stefan Siller, Gilbert Greefrath, Werner Blum (Hrsg.): Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 4, SPRINGER Verlag 2018

Wer schon oft Wachstumsprozesse modelliert hat (Zinseszinsen, Vermehrung von Lebewesen,...), wählt ohne Zögern eine Exponentialfunktion als Ausgangspunkt für die mathematische Modellierung. Ohne diese Erfahrung versucht es vielleicht jemand mit einer linearen Funktion oder quadratischen Funktion und wundert sich, weshalb das so erstellte mathematische Modell die Daten so schlecht repräsentiert. Wer zu wenig von Stochastik versteht, sieht oft Kausalitäten, wo es nur Korrelationen gibt. Wenn über eine Zeit lang Daten in einer Grafik ganz ähnlich aussehen, heißt das nicht, dass die Vorgänge, die mit den Daten dargestellt werden, inhaltlich oder gar kausal zusammenhängen müssen.

Im Beispiel: Die Gewichtszunahme einer Katze im ersten Lebensjahr lässt sich vielleicht in einer Grafik darstellen, die genauso aussieht wie die Steigerung der Preis für Benzin in diesem Jahr. Wer die arme Katze deshalb im zweiten Lebensjahr hungern lässt, wird damit sicher keine Senkung des Preises für Benzin erreichen.

2.3 Umfragen: Fake News oder Wahrheit?

Ein besonders wichtiger Aspekt des Umgangs mit möglichen Fake News sind Umfrageergebnisse. Frei erfundene Umfrageergebnisse, die publiziert und verwendet werden, um politische Meinungsbildung zu manipulieren, sind offensichtlich weniger „wahr“ als methodisch korrekt durchgeführte Umfragen. Wie weit aber können auch solche Umfragen von „der Wahrheit“ entfernt sein? Stefan Götz und ich haben in einem Aufsatz (2021) versucht, philosophische (erkenntnistheoretische) Überlegungen und Theorien auf realitätsbezogenen Mathematikunterricht zu beziehen. Dabei haben wir auch über die „Wahrheit“ von Umfragen geschrieben (S. 11f.) und u.a. einen Vorschlag für den Schulunterricht gemacht. Zur Eröffnung möge die Lehrkraft berichten, dass eine Schulklasse anlässlich des fünfzigjährigen Jubiläums der ersten Mondlandung eine Umfrage gemacht hat: „Wie weit ist der Mond von der Erde entfernt?“ Das Ergebnis bei über 1000 Befragten in einem Einkaufszentrum war: Etwa 4800 km. Was nun? Nach unserem Vorschlag stellt die Lehrkraft dieses Ergebnis zur Diskussion. Die durchschnittliche Meinung der Befragten stimmt offenbar nicht überein mit dem astronomischen Wissen über die „tatsächliche“ Entfernung⁵. Sie ist offenbar wesentlich größer. Damit haben ein Beispiel für ein methodisch korrektes, sicher nicht bezahltes Umfrageergebnis, das aber eine falsche Aussage liefert.

Die folgende Unterscheidung ist wichtig und soll im Unterricht herausgearbeitet werden: Eine methodisch korrekt durchgeführte und ausgewertete Umfrage offenbart etwas über die Meinung der Befragten. Die Mehrheitsmeinung muss aber nicht den „Tatsachen“ entsprechen, die auf andere Weise (z.B. mit physikalischen Methoden) untersucht wurden.

Wie ist die Situation, wenn die Umfrage nicht astronomische „Tatsachen“, sondern politische Einschätzungen (vertritt Person x die richtige Auffassung zum Thema y?) oder optische Eindrücke und oder gefühlsmäßige Einstellungen betrifft? In diesem Fall kann die Veröffentlichung eines solchen Umfrageergebnisses dazu beitragen, die mehrheitliche Einschätzung der Befragten zur „Wahrheit“ werden zu lassen – wenn sich in der Politik die Mehrheit aller Wahlberechtigten dieser Meinung anschließt (oder ohnehin mit ihr übereinstimmt, weil die Umfrage ein repräsentatives Ergebnis hatte).

Die methodische Korrektheit einer Umfrage lässt sich meist schwer überprüfen. Bei einer ersten Überprüfung geht es in der Regel um die Glaubwürdigkeit der Institution, die sie veröffentlicht bzw. erstellt hat. Zusätzlich gibt es ein paar Dinge, die im Hinblick auf Fake News überdacht werden können. Zu fragen ist, wer befragt wurde, wer die Befragung in Auftrag gegeben hat und – wenn möglich – wie die Fragen gelautet haben. All das lässt sich sehr gut im Mathematikunterricht selbst üben, wenn die Schulklasse selbst Meinungsumfragen macht (z.B. zur selben Sache mit unterschiedlichen Fragestellungen) und die Ergebnisse analysiert.

Resümee: Wenn der Mathematikunterricht seine Aufgabe „Erziehung zur Mündigkeit!“ durch mehr realitätsbezogenen Mathematikunterricht erfüllen würde, wäre das nicht irgendwie abstrakt gut, sondern ganz konkret für die Menschen hilfreich, die dadurch in Beruf und Alltag kompetenter mit Mathematik umgehen könnten und als mündigere Bürgerinnen und Bürger weniger anfällig für Fake News und auf dem Missbrauch von Mathematik beruhenden Manipulationsversuchen wären.

⁵ <https://de.wikipedia.org/wiki/Mondbahn>

Literatur

- G. FitzSimons, H. Jungwirth, J. Maaß, W. Schlöglmann (1997): Adults and Mathematics (Adult Numeracy), International Handbook of Mathematics Education, Klüver - Verlag Dordrecht
- W. Herget, D. Scholz (1998): Die etwas andere Aufgabe – aus der Zeitung. Mathematik-Aufgaben Sek. I. - Seelze: Kallmeyer
- Durrel Huff (1982): How to lie with Statistics?, W. W. Norton & Company, New York
- J. Maaß (1997): Was bleibt? Erfolge und Misserfolge des Mathematik-unterrichts aus der Sicht von Erwachsenen, in: ÖMG (Eds.): Vorträge der ÖMG – Lehrerfortbildungstagung, 1997 in Wien
- J. Maaß (2006): Manipulation durch Mathematik? Wie aus logisch wahren mathematischen Aussagen mächtige Instrumente für die eigenen Interessen werden können, in: Gerfried Sperl, Michael Steiner (Hrsg.): Hirnverkehr. Wissenschaft treibt Wirtschaft, auch die Zivilisation?, Leykam Verlag, Graz
- J. Maaß, M. Wildt (2012): Vernetzen lohnt sich: Nachhaltiger Lernen hilft Zeit sparen!, in: Matthias Brandl, Astrid Brinkmann, Jürgen Maaß, Hans-Stefan Siller (Eds.): Mathe vernetzt, Volume 2, Page(s) 9-22
- J. Maaß (Hrsg) (2020): Attraktiver Mathematikunterricht. Motivierende Beispiel aus der Praxis, SPRINGER Verlag
- J. Maaß, S. Götz (2021): Philosophische Fragen und didaktische Überlegungen zu einem realitätsbezogenen Mathematikunterricht, in: <https://journal.ph-noe.ac.at>, Online Journal for Research and Education, Ausgabe 15