R&E-SOURCE http://journal.ph-noe.ac.at
Open Online Journal for Research and Education
*Sonderausgabe Nr. 23, Juli 2022, ISSN: 2313-1640*

PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE NIEDERÖSTERREICH

# Erdachte Dialoge im Mathematikunterricht – inhaltliches Verstehen und aktivierendes Gestalten unter dem Blickwinkel lokaler Subkonzepte

*In Memoriam ANDREAS VOHNS*

*Petra Gössinger*[1]

https://doi.org/10.53349/resource.2022.iS23.a1083


### *Zusammenfassung*

Das Anliegen dieses Beitrages ist es, in Memoriam ANDREAS VOHNS die Konzeptionen fundamentaler (globaler) und vor allem lokaler mathematischer Ideen in das Zentrum der Diskussion zu rücken. Beide Komponenten werden in den größeren Kontext mathematischer Ideen eingegliedert. Fundamentale Ideen haben sich von einem primär konzeptuellen Mittel der Mathematikdidaktik zu einem didaktischen Leitbegriff mit relevantem operativem und konstruktivem Gehalt weiterentwickelt. Der Begriff der lokalen Ideen subsummiert Konzeptionen, die entweder explizit als ‚Ideen' bezeichnet werden, beispielsweise Kernideen, sowie solche, die in Konzeptualisierung und Zielsetzung vergleichbar sind, beispielsweise Grundvorstellungen und heuristische Strategien. Lokale mathematische Ideen richten sich an Lehrende und Lernende. Sie inkludieren insbesondere auch das, was unter Schüler*innenvorstellungen oder als tacit models firmiert wird. Inwiefern jedoch die Elemente lokaler Subkonzepte in den Gedanken von Schüler*innen als Vorstellungsbilder existieren, lässt sich schwer feststellen. Erdachte Dialoge werden als Hilfsmittel vorgestellt, diese Gedankengänge zu erfassen.



| *Schlüsselwörter:* | *Keywords:* |
|---|---|
| Mathematikdidaktik | Mathematics education |
| Lokale Subkonzepte | Concept of local ideas |
| Erdachte Dialoge | Imaginary dialogues |


## 1 Einleitung

In diesem Beitrag wird in Anlehnung an die Arbeiten von ANDREAS VOHNS - der im Januar 2021 plötzlich und unerwartet verstorben ist - das Konzept der erdachten Dialoge vorgestellt. Der Fachdidaktiker mit profundem Sachwissen und einer ihm eigenen Reflektiertheit hat seine Dissertation der Thematik der grundlegenden Ideen im Mathematikunterricht gewidmet und dabei auf die Bedeutung lokaler Subkonzepte verwiesen. Seine Dissertation, der von ihm publizierte Artikel über fünf Thesen zur Bedeutung von Kohärenz- und Differenzerfahrungen im Umfeld einer Orientierung an mathematischen Ideen sowie darauf aufbauende Ausführungen des Didaktikers in Vorträgen und weiterführenden Veröffentlichungen sind Basis für die folgende Arbeit.

[1] Pädagogische Hochschule Niederösterreich, Mühlgasse 67, 2500 Baden.
E-Mail: petra.goessinger@ph-noe.ac.at

# 2 Grundlegende mathematische Ideen und lokale Subkonzepte

Mathematische Ideen beschreiben nach VOHNS entscheidende fachliche Gedanken, die Lernende durch erworbene Strategien, Techniken, Handlungs- und Denkmuster identifizieren können. Sie legen den Kern eines mathematischen Inhalts offen und formen durch aktive Auseinandersetzung den Verstehensprozess (Vohns, 2010, S. 230). Mathematische Ideen lassen sich in grundlegende (globale) und lokale Komponenten gliedern.
Grundlegende (oder auch zentrale, globale, universelle, fundamentale) Ideen bezeichnen nach VOHNS Metakonzepte, die mathematisches Wissen übergreifend charakterisieren. Der verwendete Begriff der Metakonzepte lehnt sich an den Vorschlag von PESCHEK an, der sie als Bündel von Strategien, Handlungen, Verfahren, Techniken, Zielvorstellungen und Fragestellungen skizziert (Peschek, 2005).

Darauf aufbauend subsummiert VOHNS unter globalen Ideen

- mathematische Denkweisen und Handlungsmuster, die mathematisches Wissen charakterisieren und die Beziehung zu alltäglichen Betrachtungsweisen in den Fokus rücken;
- bildungstheoretisch bedeutsame Ideen, die Leitlinien für die curriculare Stoffauswahl darstellen;
- Anhaltspunkte für die Akzentuierung von Inhalten im Rahmen der Unterrichtsplanung von Lehrenden;
- Impulse für eine erkenntnisleitende Orientierung von Lernenden, die zur tieferen Durchdringung der Unterrichtsinhalte beitragen (Vohns, 2007, S. 94ff; Vohns, 2010, S. 242f).

Lokale Ideen sollen demgegenüber das Nachdenken über spezifische schulmathematische Inhalte fördern, sie sind Grundlage für das Verstehen und Einordnen hinsichtlich der kontextualen mathematischen Bedeutung. Ziel ist das Hinterfragen von Beziehungen, Gemeinsamkeiten und Unterschieden bereits gelernter, thematisierter, aber auch implizit verankerter Sachverhalte (Vohns, 2010, S. 232). Lokale Ideen werden von VOHNS auch als lokale Subkonzepte bezeichnet und umfassen Grundvorstellungen, Kernideen sowie heuristische Konzepte (Vohns, 2007, S. 94).

## 2.1 Grundvorstellungen

Normativ erwünschte und deskriptiv auffindbare Annahmen zu mathematischen Begriffen, Verfahren und Vorstellungen sind in der Mathematikdidaktik eng mit dem Konzept der Grundvorstellungen verbunden. Sie konzeptualisieren „idealtypische mentale Repräsentationen“ (Griesel et al., 2019, S. 129) mathematischer Objekte und Sachverhalte. In der Kognitionspsychologie bezeichnet der Begriff Repräsentation innere Bilder und mentale Organisationsformen. Die geistigen Modelle sind nicht ausschließlich bildhaft zu verstehen, sie können enaktiv, ikonisch, symbolisch in Form von Schemata, Netzwerken und Skripts verankert sein. Mentale Organisationsformen umfassen individuelles Wissen sowie dessen Veränderungsprozesse, die Ableitung neuer Wissensinhalte durch eigene Schlussfolgerungen sowie das Generieren von Handlungsplänen zur Problemlösung. (Salle & Clüver, 2021, S. 556).
Nach der Begriffslegung durch VOM HOFE (1985) erfährt das Konzept der Grundvorstellungen im fachdidaktischen Kontext durch sukzessive Weiterentwicklung eine signifikante Ausgestaltung. Einerseits werden auf Grundlage des Konzepts Leistungsunterschiede von Schüler*innen erfasst, andererseits finden Grundvorstellungen in Lehrplänen und bei curricularen Entscheidungen explizit Berücksichtigung (vom Hofe et al., 2005; Prediger, 2008; Salle & Clüver, 2021).
VOHNS führt aus, dass das Konzept der Grundvorstellungen auf einen verständnisorientierten Erwerb mathematischer Begriffe und Verfahrensweisen zielt. Grundvorstellungen sind Deutungsmöglichkeiten eines Sachzusammenhangs und erfassen dessen mathematischen Kern. Sie sind für das Verstehen eines Phänomens konstituierend (Vohns, 2007, S. 95). Grundvorstellungen beschreiben aber auch Phänomene, die eine Basis für die individuelle, subjektive Konkretisierung verschiedener mathematischer Inhaltsbereiche darstellen und Überlegungen, Anschauungen und Verinnerlichungen von Schüler*innen in Bezug auf mathematische Begriffe fassbar machen.

Seinen Ausführungen über Grundvorstellungen aus inhaltsanalytischer Perspektive lehnt VOHNS an die Akzentuierungen von VOM HOFE (1995) an. Er führt drei Aspekte an, die diese charakterisieren:

- Die Sinnkonstituierung eines Begriffs durch Anknüpfung an bekannte Sach- oder Handlungszusammenhänge bzw. Handlungsvorstellungen;
- Den Aufbau entsprechender (visueller) Repräsentationen als Basis von operativen Handlungsmöglichkeiten;
- Die Fähigkeit, entsprechende Strukturen zu erkennen und in Sachzusammenhängen anzuwenden (Vohns, 2007, S. 95f).

Sinnkonstituierung versteht sich dabei aber nicht nur auf der normativen Ebene als allgemeingültige Erkenntnisform. Auf der deskriptiven Ebene werden individuelle Vorstellungen von Schüler*innen rekonstruiert. Es soll ein persönliches Erklärungsmodell erfasst werden, das in das System der Erfahrungsbereiche von Schüler*innen eingebunden und entsprechend aktivierbar ist (vom Hofe, 1995; Salle & Clüver, 2021).
Die Herleitung von Grundvorstellungen erfolgt zumeist auf Grundlage von Definitionen mathematischer Objekte, relevanter Anwendungskontexte oder fach- und stoffdidaktischer Erkenntnisse. Überlegungen zur Konkretisierung geschehen zumeist implizit. SALLE & CLÜVER merken an, dass es bis jetzt keinen expliziten Rahmen für mögliche oder/und nötige Schritte zur Darlegung von Grundvorstellungen gibt. Die Autor*innen stellen in ihren neuen Forschungsarbeiten konkrete Überlegungen für die Entwicklung eines theoretisch fundierten Rahmenmodells an und erproben ein flexibles Gerüst zum schrittweisen Nachvollziehen oder Neu-Formulieren von Grundvorstellungen (Salle & Clüver, 2021). Die Systematisierung der Grundvorstellungsidee durch die Herleitung mathematisch-inhaltlicher Leitlinien schafft den Rahmen für eine vielseitige und praxisrelevante Weiterführung.

## 2.2 Kernideen

Das Konzept der Kernideen, das VOHNS neben den Grundvorstellungen in der Struktur der lokalen Subkonzepte verortet, geht auf GALLIN und RUF (2005a; 2005b) zurück. Sie bringen den Gedanken der Kernidee in die didaktische Diskussion ein. Lehrende sollen Kernideen formulieren, die dem Lernenden den Blick auf ein Stoffgebiet ermöglichen. Lernende greifen diese auf und entwickeln auf deren Grundlage eigene Sichtweisen. Neben der „regulären Perspektive“ auf mathematische Inhalte wird so die „singuläre Perspektive“ des Individuums in den Fokus der Betrachtungen gerückt. Eine Kernidee enthält folglich sowohl fachliche als auch kontextbezogene subjektive Aspekte (Leuders et al., 2011). Die beiden Blickrichtungen werden von GALLIN und RUF bei der Analyse von Lernprozessen inkludiert, wenn zwischen der Vorschauperspektive des Lernenden und der Rückschauperspektive des bereits Wissenden unterschieden wird (Gallin & Ruf, 2005a).
In der Vorschauperspektive umfasst eine Kernidee Fragen der Sinnstiftung von Lernenden zur subjektbezogenen Dimension von Unterrichtsinhalten. Die Kernidee schließt an individuelles Vorwissen an und lenkt den Blick auf Ideen, Zielperspektiven, Denk- und Handlungsmuster sowie auf die konkrete Auseinandersetzung mit dem mathematischen Stoffgebiet. Aufgespürt werden in der Vorschauperspektive subjektiv plausible, präzise Überlegungen der Lernenden an die mathematische Kernidee, die zum sachbezogenen Handeln herausfordern und in Fragestellungen wie beispielsweise „Wie kann ich Gegenstände in Bezug auf ihre Größe vergleichen?“ verbalisiert werden (Leuders et al., 2011, S. 7f).
In der Rückschauperspektive steht das Erkennen der Zielsetzung des Mathematisierungsprozesses und das Benennen der verwendeten mathematischen Konzepte zur Beantwortung der - in der Vorschau gestellten - Fragen im Fokus. Die Erkenntnisse werden durch das schüler*innenspezifische Benennen des mathematischen Kerns der Lernsequenz und den zugrundeliegenden mathematischen Konzepten, Begriffen, Verfahren und Zusammenhänge fassbar (Ruf & Gallin, 2005b, S. 36).

Kernideen sind nach JÜRGEN ROTH essenziell,

- „um Aufgaben und Lernumgebungen zu entwickeln, die es Lernenden ermöglichen selbst das Wesentliche eines mathematischen Inhaltsbereichs zu erarbeiten;
- den erreichten Erkenntnisstand von Lernenden zu diagnostizieren und ihnen adäquate Hilfen anbieten zu können;
- den erarbeiteten Wissensstand mit hilfreichen Vorstellungsankern geeignet zu sichern sowie mit verwandten mathematischen Inhalten zu vernetzen“ (Roth, 2018, S. 183).

Um Kernideen in einem wirkmächtigen Mathematikunterricht umsetzen zu können, bedarf es der Auseinandersetzung der Lehrenden mit fachwissenschaftlichen und stoffdidaktisch fundierten Perspektiven sowie dem Wissen über explizite und intensive Vernetzungen mit schulmathematischen Inhalten. Nur dann kann die Orientierung an den mathematischen Inhalten und den Lernenden gelingen.

## 2.3 Heuristische Subkonzepte

Grundvorstellungen und Kernideen erfassen das Verständnis mathematischer Begriffe und Methoden. VOHNS möchte gleichermaßen das heuristische Potential grundlegender Ideen konkretisieren und integriert die heuristischen Strategien in sein Schema der lokalen Subkonzepte. Unter einer heuristischen Struktur versteht er ein System von Metaoperationen, welche innerhalb eines Problemlöseprozesses die Konstruktion, Organisation und Kontrolle eines Handlungsplans ermöglichen. Heuristische Strategien und heuristische Hilfsmittel helfen, die Lösung einer Aufgabe oder eines Problems zu entdecken (Vohns, 2007, S. 100).

Unter heuristischen Subkonzepten in der Mathematikdidaktik subsummiert VOHNS Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, jedoch in der Auseinandersetzung mit mathematischen Aufgaben erworben werden. VOHNS orientiert sich in seinen Ausführungen an die Veröffentlichungen von PÓLYA und WITTMANN (Vohns, 2007, S. 100f). PÓLYA betont die Bedeutung des Prozesscharakters von Mathematik und sieht in der Anwendung von Problemlösestrategien das Herzstück der Heuristik. Für PÓLYA ist die „Kunst des Problemlösens ein Gesicht von Mathematik“ (Pólya, 1980, S. 9).

Neben der Anwendung von Verfahren zur Problemlösung zählt VOHNS auch Arbeitsweisen wie das Beobachten, Entdecken oder Aufspüren zu den heuristischen Subkonzepten (Vohns, 2007, S. 101). Derzeit finden sich in der Literatur eine Reihe von „Katalogen“ und Übersichten heuristischer Strategien, die auch als heuristische Prinzipien oder Heurismen bezeichnet werden. Sie werden zumeist durch Clusterung in Kategoriensystemen zusammengefasst.[2] Deren Kenntnis gibt Lehrenden Ansatzpunkte zur Identifikation von Elementen, die sich zur Integration und Förderung heuristischer Strategien im Unterricht eignen.

# 3 Lokale Subkonzepte als Elemente wirksamen Mathematikunterrichts

Worin manifestiert sich guter Mathematikunterricht? Mit Hilfe welcher methodischer und didaktischer Settings können geforderte Qualitätsdimensionen erreicht werden? Nach ROTH lässt sich qualitativ hochwertiger Mathematikunterricht durch die inhaltliche Ausrichtung an Kernideen sowie durch die Orientierung an Grundvorstellungen und heuristischen Strukturen identifizieren (Roth, 2018, S. 183). Denn die Verortung von Kernideen und Grundvorstellungen im Unterrichtsverlauf akzentuiert das Wesentliche der jeweiligen inhaltsspezifischen mathematischen Struktur, lässt jedoch gleichzeitig die Heterogenität der Lernenden nicht außer Acht. Problemstellungen, die auf Kernideen und Grundvorstellungen basieren, ermöglichen den Blick auf differente Zugangsweisen, das Eingehen auf individuelle Bedürfnisse der Lernenden und bestimmen die Konzeption von Lernumgebungen sowie deren praktische Umsetzung.
Die Gestaltung von Lernumgebungen, welche kognitive Aktivierung und individuelle Unterstützung der Lernenden ermöglicht, bedarf angepasster Unterrichtsmethoden, die heuristische Vorgehensweisen unterstützen. Ein so gestalteter Unterricht führt zum Begriff der Differenzierung. Differenzierter Unterricht ist auf Schülerorientierung ausgerichtet, er ist adaptiv - also dem Lernstand und den Bedürfnissen von Schüler*innen angepasst. Die Abkehr von bloßer „Rezeptvermittlung“ unterstützt nach ROTH die Lernprozesse von leistungsstärkeren sowie -schwächeren Lernenden gleichermaßen (Roth, 2018, S. 185). Gelebte Differenzierung eröffnet die Chance zum nachhaltigen Lernen. Das konsequente Einfordern von inhaltlichem Verstehen, dem Reflektieren, Argumentieren und Begründen kann einem nachhaltigen Unterricht zugeordnet werden. Darüber hinaus wird die Verantwortung für den Lernprozess auch in die Eigenverantwortung der Lernenden übergeben (Roth, 2018, S. 184). Die Ansprüche an qualitätsvollen Mathematikunterricht sind hoch, eine mögliche Annäherung kann durch konsequentes Einfließen der von VOHNS vorgeschlagenen lokalen Subkonzepte erfolgen. Diese können mit Hilfe der Methode der erdachten Dialoge fassbar gemacht werden.

[2] Auf die Systematisierung der heuristischen Strategien wird in dieser Arbeit nicht näher eingegangen. Empfehlenswert sind dazu die Ausführungen von SCHWARZ (2006) mit zahlreichen interessanten Beispielen.

## 4 Erdachte Dialoge – Gedanken in fiktiven Gesprächen niederschreiben

Um den Zugang von Schüler*innen zu lokalen begriffs- und verfahrensbezogenen Subkonzepten nachzuvollziehen sowie heuristische Zugangsweisen aufzudecken, bedarf es eines methodischen Handlungsrahmens.
Schreibprozesse stellen eine Möglichkeit dar, „Inhalte in besonderer Weise bewusst zu machen, sie zu analysieren und verstehend zu durchdringen“ (Maier, 2000, S. 13). Erdachte Dialoge sind eine spezielle Form von geschriebenen Inhalten im Mathematikunterricht, sie sind nach WILLE (2009) verschriftlichte Gedankengänge zu einer mathematischen Fragestellung. Das Schreiben selbst erdachter Dialoge stellt eine Möglichkeit dar, Verstehensprozesse anzustoßen, einen Deep-Level-Approach zu ermöglichen sowie mathematische Inhalte im Sinne von VOHNS in Sinnzusammenhänge und bestehende Wissensgefüge einzubetten. Durch das Niederschreiben der Unterhaltung werden in die Dialoge Elemente schriftlicher Produkte und mündlicher Prozesse integriert, mündliche und schriftliche Argumentations- und Reflexionskompetenz wird gefördert (Wille, 2009). Ein aktiver Verstehensprozess stellt bei Schüler*innen jedoch nicht nur eine Voraussetzung für nachhaltigen Wissenserwerb dar, sondern ist nach Ansicht der Verfasserin auch Grundlage dafür, dass die Beschäftigung mit mathematischen Problemstellungen Freude bereitet.

Als eine Form des dialogischen Lernens bieten erdachte Dialoge Schüler*innen Möglichkeiten, sich im Spannungsfeld zwischen angeleiteter und freier Reflexion mit fachlichen Fragestellungen auf besondere Weise zu befassen. Dabei schreiben Schüler*innen einen Dialog zwischen zwei fiktiven Protagonist*innen, die eine Fragestellung erörtern, einen Begriff reflektieren oder eine mathematische Entdeckung diskutieren. Um den Beginn des Schreibprozesses zu erleichtern, wird ein kurzer Anfangsdialog vorgegeben (Wille, 2013).

Ein Beispiel dafür ist ein Anfangsdialog für Schüler*innen der 10. Schulstufe zum Skalarprodukt mit asymmetrischer Rollenverteilung:

> Zwei Schüler*innen unterhalten sich miteinander. Wir nennen sie S1 und S2. Führe den Dialog fort.
> S1: Hallo, kannst du mir bitte etwas erklären?
> S2: Ja, natürlich. Was möchtest du wissen?
> S1: Wir haben im Unterricht über das Skalarprodukt gesprochen und es als Werkzeug für unterschiedliche Berechnungen kennengelernt. Aber was genau soll das sein?
> S2: Dabei kann ich dir helfen. Am besten erkläre ich dir die Bedeutung und die Anwendungen an Beispielen. Da kann ich gut zeigen, was das Skalarprodukt ist und wozu es verwendet wird.
> S1: Danke dir, aber verlass dich darauf, dass ich viele Fragen stelle.
> Im Anschluss an das Verfassen des Dialoges werden die Lernenden gebeten, ihren Problemlöseprozess durch Beantwortung der Frage „Was ist mir während des Schreibens der Dialoge bewusst geworden?“ zu reflektieren.

Die entstandenen Dialoge zum Skalarprodukt geben Einblick in die tatsächlichen Lernergebnisse in Bezug auf begriffsbezogene Subkonzepte, indem durch deduktive Analyse präsente Grundvorstellungen zum Skalarprodukt extrahiert werden. Die Dialoge offenbaren aber auch kontextbezogene subjektive Aspekte der Lernenden und zeigen, inwieweit Kernideen aufgegriffen und mit eigenen Ideen zum Skalarprodukt verbunden werden.
Nicht zuletzt ermöglicht eine induktive Auswertung den Blick auf die genutzten heuristischen Strategien.
Inwieweit die von VOHNS vorgeschlagenen Subkonzepte in den erdachten Dialogen ihren Niederschlag finden, hängt wesentlich von der Konstruktion des Anfangsdialogs ab.
Durch den Bezug zu dem mathematischen Sachverhalt kann im Anfangsdialog – wie im gegebenen Beispiel zum Skalarprodukt - der Blick auf den Aspekt der Grundvorstellungen gelenkt werden. In einer Entdeckungsaufgabe wird über eine unbekannte Problemstellung nachgedacht. Ist der fachliche Inhalt den Schreibenden bereits bekannt, wird – wie im gegebenen Beispiel - eine Reflexionsaufgabe konstruiert. Die beiden Zugänge bieten damit sowohl für eine Vorschau- als auch eine Rückschauperspektive Ankermöglichkeiten.
Die im Anschluss an den Dialog formulierte Reflexionsfrage und das Niederschreiben von Kommentaren der Lernenden offenbart Gedankengänge der Schreibenden. Sie ermöglichen ein tieferes Verständnis

dahinterliegender Heurismen, als aus der Analyse des Dialoges zwischen den fiktiven Protagonist*innen erkennbar wird.

## 5 Diskussion und Ausblick

In dem Beitrag werden in Anlehnung an ANDREAS VOHNS die von ihm beschriebenen globalen und lokalen Subkonzepte in den Fokus mathematisch - didaktischer Betrachtungen gerückt. Überlegungen hinsichtlich einer stärkeren Akzentuierung von Grundvorstellungen, Kernideen und Heurismen im Mathematikunterricht durch geeignete Methoden führen zum Konzept der erdachten Dialoge. Erdachte Dialog ermöglichen einen verständnisorientierten und nachhaltigen Erwerb mathematischer Begriffe und Verfahrensweisen, sie unterstützen individuelle Lernbedürfnisse von Schüler*innen und eigenen sich zur Integration heuristischer Strategien in den Unterricht. Somit bieten sich erdachte Dialoge an, Gedanken von Lernenden zu Aspekten lokaler Grundideen festzuhalten. Didaktisch bedeutsam werden erdachte Dialoge, wenn sie zum Nachdenken über einen konkreten mathematischen Inhalt einladen. Dies kann mit Hilfe eines zielfokussierten Anfangsdialoges geschehen.
Wie kann das Einfließen der Subkonzepte in erdachte Dialoge motiviert werden? Welcher Modifikationen der angebotenen Anfangsdialoge bedarf es? Ein Weiterdenken des Ansatzes und das Sammeln praktischer Erfahrungen in diesem methodischen Setting, welches das Sichtbarmachen individueller Gedankengänge unterstützt, scheint unter den angeführten Gesichtspunkten sinnvoll.

### *Literatur*

Gallin, P. & Ruf, U. (2005a). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik. 3. Aufl., Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung Seelze-Velber.

Gallin, P. & Ruf, U. (2005b). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 2: Spuren legen, Spuren lesen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik. 3.Aufl., Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung Seelze-Velber.

Griesel, H., vom Hofe, R. & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik. Journal für Mathematik-Didaktik, 40, S. 123–133. https://doi.org/10.1007/s13138-019-00140-4

Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B. & Prediger, S. (2011). „Das macht Sinn!" – Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. Praxis der Mathematik in der Schule, 53 (37), S. 2–9.

Maier, H. (2000). Schreiben im Mathematikunterricht. mathematik lehren, 99, S. 10–13.

Peschek, W. (2005). Reflexion und Reflexionswissen in R. Fischers Konzept der höheren Allgemeinbildung. In K. Lengnink & F. Siebel (Hrsg.), Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen. Verlag Allgemeine Wissenschaft Mühltal (S. 55–68).

Pólya, G. (1980). Schule des Denkens. Francke Bern.

Prediger, S. (2008). The relevance of didactic categories for analysing obstacles in conceptual change: revisiting the case of multiplication of fractions. Learning and Instruction, 18(1), S. 3–17.

Roth, J. (2018). Wirksamer Mathematikunterricht − Ausrichtung an Kernideen der mathematischen Inhalte und den Lernenden. In M. Vogel (Hrsg.), Wirksamer Mathematikunterricht. Schneider Verlag Hohengehren (S. 182–188).

Salle, A. & Clüver, T. (2021). Herleitung von Grundvorstellungen als normative Leitlinien – Beschreibung eines theoriebasierten Verfahrensrahmens. Journal für Mathematik-Didaktik, 42(2), S. 553–580.

Schreiber, A. (2011). Begriffsbestimmungen. Logos Berlin.

Schwarz, H. (2006). Heuristische Strategien des Problemlösens. Eine fachmethodische Systematik für die Mathematik. WTM-Verlag Münster.

Vohns, A. (2005). Fundamentale Ideen und Grundvorstellungen: Versuch einer konstruktiven Zusammenführung am Beispiel der Addition von Brüchen. Journal für Mathematik-Didaktik, 26(1), S. 52–79.

Vohns, A. (2007). Grundlegende Ideen und Mathematikunterricht: Entwicklung und Perspektiven einer fachdidaktischen Kategorie. Books on Demand Norderstedt.

Vohns, A. (2010). Fünf Thesen zur Bedeutung von Kohärenz- und Differenzerfahrungen im Umfeld einer Orientierung an mathematischen Ideen. Journal für Mathematik-Didaktik, 31(2), S. 227–255.

Vohns, A. (2012). Warum es keine fundamentalen Ideen gibt und die Suche nach ihnen trotzdem orientiert. Vortrag im Rahmen der Vortragsreihe „Mathematik und Allgemeinbildung – Vorträge zur Mathematik und ihrer Didaktik" am 19. November 2012 an der Universität Hildesheim.

Vohns, A. (2014). Zur Dialektik von Kohärenzerfahrungen und Differenzerlebnissen: Bildungstheoretische und sachanalytische Studien zur Ermöglichung mathematischen Verstehens. Profil Verlag München Wien.

vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Spektrum Heidelberg.

vom Hofe, R., Kleine, M., Blum, W., & Pekrun, R. (2005). Zur Entwicklung mathematischer Grundbildung in der Sekundarstufe I – theoretische, empirische und diagnostische Aspekte. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), Diagnostik von Mathematikleistungen. Hogrefe Göttingen (S. 263–292).

Wille, A. (2009). Selbst erdachte Dialoge - Mit virtuellen Gesprächen das Gelernte vertiefen. Mathematik lehren, 156, S. 22–26.

Wille, A. (2013). Mathematik beim Schreiben denken – Auseinandersetzung mit Mathematik in Form von selbst erdachten Dialogen. In M. Rathgeb, M. Helmerich, R. Krömer, K. Lengnink, G. Nickel (Hrsg.), Mathematik im Prozess. Springer Fachmedien Wiesbaden (S. 239–254).