

# Erdachte Dialoge im Kontext der Unterrichtsplanung - Mathematikstudierende bereiten sich mit fiktiven Gesprächen auf ihren Unterricht vor

Petra Gössinger

**Abstract:** Ziel der Arbeit war es, Einblick in die Grundvorstellungen von Studierenden zum Skalarprodukt zu erhalten und zu ergründen, welche Zugänge sie im Erklärungsprozess nutzen. Zudem wurde im Analyseprozess der Umgang mit Verständnisproblemen der fiktiven Interaktionspartner\*innen sowie Reaktionen der Erklärenden erfasst. Als Erhebungsinstrument fiel die Wahl auf den erdachten Dialog. Es zeigte sich, dass bei der fiktiven Vermittlung der Inhalte zum Skalarprodukt arithmetische und geometrische Herangehensweisen gewählt wurden und dass Studierende in den Dialogen annahmen, ihre Erklärungen würden von den Lernenden aufgenommen und sofort verstanden. Schwierigkeiten im Verstehensprozess der Lernenden wurden nur minimal antizipiert.

## Ausgangspunkt

Eine Kultur der Nachhaltigkeit im Bereich der Hochschuldidaktik verlangt die Transformation von bestehenden, auf Quantität und Reproduktion ausgerichteten Lehr- und Lerninhalten in qualitativ orientierte Praktiken und Methoden mit entsprechender Verarbeitungstiefe. Erdachte Dialoge stellen eine derartige Möglichkeit dar, „Inhalte in besonderer Weise bewusst zu machen, sie zu analysieren und verstehend zu durchdringen“ (Maier 2000, S. 13). Im deutschen Sprachraum wurden sie vor allem von Annika Wille (2009) im Mathematikunterricht in unterschiedlichen Schulformen und -stufen erprobt. Dabei diskutieren zwei fiktive Protagonist\*innen eine mathematische Fragestellung. Durch das Niederschreiben werden Elemente schriftlicher Produkte und mündlicher Prozesse integriert sowie mündliche und schriftliche Argumentations- und Reflexionskompetenz gefördert. Der Einsatz der Dialogform erfolgte auch bei Studierenden im Rahmen einer Analysis-Veranstaltung (Wille 2017a). Aus Sicht der Autorin fehlen Forschungsprojekte und Untersuchungsergebnisse für den Einsatz von erdachten Dialogen im Kontext der Fachdidaktiken. Daher wurde diese Methode mit Beginn des Sommersemesters 2021 in dem begleitenden Seminar zum fachbezogenen Schulpraktikum Mathematik an der Universität Wien für die Erstellung von Unterrichtsplanungen erstmals erprobt.

## Forschungsfragen und Methode

Ziel der Arbeit war die Beantwortung der Forschungsfragen: „Welchen Einblick geben erdachte Dialoge in die Grundvorstellungen von Studierenden zum Skalarprodukt? Welche Zugänge nutzen diese im Erklärungsprozess? Orten Studierende Verständnisprobleme ihrer Interaktionspartner\*innen und wie reagieren sie darauf?“ Als Kommunikationsform wurde der erdachte Dialog gewählt, weil dieser nach Wille (2017b) eine größtmögliche Form von Offenheit erlaubt, zum Stellen von Fragen ermuntert, unterschiedliche Perspektiven zulässt, vielfältige Gedankengänge anstößt und nach Ansicht der Verfasserin Einblick in bevorzugte mathematische Strukturierungen eines Themengebiets und didaktische Annahmen der künftigen Lehrenden gibt. Nachhaltig in Bezug auf die Verarbeitungstiefe erscheint diese Methode, weil „writing about a mathematical idea can be an elaborative process which has the potential to enhance understanding“ (Shield u. a. 1998, S. 36).

Die angeleitete Reflexion beim Verfassen des Dialogs erfolgt in doppelter Weise – als Lernende und Lehrende. Dieser Wechsel zwischen unterschiedlichen Rollen, aber auch die Merkmale von Schriftlichkeit und Mündlichkeit bieten die Möglichkeit, eine Sequenz aus dem Unterrichtsgeschehen in Hinblick auf Lern- und Verständnisschwierigkeiten von künftigen Schüler\*innen nachhaltig zu durchdringen.

Die deduktive Analyse der Dialoge ermöglicht ein Schließen auf bedeutsame Grundvorstellungen zum Skalarprodukt. Eine Sequenzanalyse der imaginären Konversation belegt, inwiefern Studierende Verständnisprobleme ihrer Interaktionspartner\*innen orten und wie sie darauf reagieren.

## Forschungsdesign

Im Rahmen des Seminars lernten Studierende des Unterrichtsfaches Mathematik die - bei den meisten Teilnehmer\*innen unbekannte - Methode der erdachten Dialoge kennen. Sie erstellten nach Einarbeitung in das Themengebiet der Analytischen Geometrie eine Sachanalyse sowie eine fachdidaktische Analyse zum Fachbereich Skalarprodukt. Danach wurden sie gebeten, den Sachverhalt mit Hilfe eines erdachten Dialogs zu durchdringen. Den folgenden Anfangsdialog zum Skalarprodukt setzten 15 Studierende in Einzelarbeit fort:

Zwei Schüler\*innen unterhalten sich miteinander. Wir nennen sie S1 und S2. Führe den Dialog fort.

S1: Hallo, kannst du mir bitte etwas erklären?

S2: Ja, natürlich. Was möchtest du wissen?

S1: Wir haben im Unterricht über das Skalarprodukt gesprochen und es als Werkzeug für unterschiedliche Berechnungen kennengelernt. Aber was genau soll das sein?

S2: Dabei kann ich dir helfen. Am besten erkläre ich dir die Bedeutung und die Anwendungen an Beispielen. Da kann ich gut zeigen, was das Skalarprodukt ist und wozu es verwendet wird.

S1: Danke dir, aber verlass dich darauf, dass ich viele Fragen stelle.

Die Analyse der erdachten Dialoge erfolgte mit Hilfe zweier differenter, von Krummheuer (2011) vorgeschlagenen Maximen der Interaktionsanalyse. In einem ersten Schritt wurden die Texte auf Grundlage von fachspezifischen Gliederungskriterien in Interaktionseinheiten zerlegt, die sich an den Grundvorstellungen zum Skalarprodukt orientierten. Danach erfolgte die Analyse der Texte mit Hilfe der turn-by-turn Analyse. Spezifische Fragestellungen waren: 1. Wie reagieren die Interaktanten auf Äußerungen?

2. Äußert der Fragende Zweifel an der Antwort des Erklärenden?

3. Wie oft werden Nachfragen gestellt?

Zuletzt wurde die abschließende Frage an die Studierenden ausgewertet: „Was ist mir während des Schreibens der Dialoge bewusst geworden?“. Die Analyse der Antworten erfolgte mit Hilfe der induktiven Kategorienbildung, die Daten waren Grundlage für das erstellte Kategoriensystem (Mayring 2015).

## Auswertung und Ergebnisse

Die fachspezifische Analyse zeigte, dass von allen Studierenden ein geometrisch motivierter Weg zur Erklärung des Skalarprodukts gewählt, die Produktvorstellung anhand der Komponentendarstellung erläutert und von den meisten mit einem Beispiel akzentuiert wurde. Zwei Studierende aktivierten das Vorwissen der Fragenden und thematisierten die geometrische Veranschaulichung von Vektoren durch Punkte und Pfeile. Viele verdeutlichten, dass das Skalarprodukt als Verknüpfung zwei Vektoren einen Skalar zuordnet. Ein\*e Studierende\*r ging, angelehnt an Stücklisten, auf die arithmetische Bedeutung des Skalarprodukts ein. Überlegungen zur Orthogonalitäts- bzw. Winkelvorstellung stellten ein Großteil der Schreibenden an, bei fast allen folgte eine weiterführende Diskussion über die geometrische Interpretation des Skalarprodukts, ein Drittel der Dialoge enthielt entsprechende Beispiele. Die beim geometrischen Zugang als Definition fungierende Gleichung – das Maß zur Berechnung des eingeschlossenen Winkels zwischen zwei Vektoren – wurde von drei Studierenden ausgeführt. Ebenso viele erwähnten den Bezug zwischen Skalarprodukt und Berechnung der Länge von Vektoren. Das Skalarprodukt als Maß für die Länge des Projektionsvektors kam in keinem erdachten Dialog vor.

Bei der Untersuchung der Gesprächszüge mit Hilfe der turn-by-turn Analyse wurde der Fokus auf die Interaktion von Unterweisenden und Fragenden gelegt. Ein Gesprächszug oder turn wurde als abgeschlossen betrachtet, wenn der Fragende mit dem gegebenen Erklärungsinhalt zufrieden war, das Gesagte als geteilt geltendes Wissen angenommen werden konnte und eine Weiterführung des Themas folgte. Im Rahmen der Auswertung wurden vier Gesprächszüge pro Gespräch im Mittel als Maß für die durchschnittliche Anzahl der turns in den Dialogen extrahiert. In zehn Dialogen wurde in diesen Gesprächszügen keine einzige Rückfrage oder Verständnisfrage gestellt. In drei Dialogen erfolgte eine Nachfrage in Bezug auf Verständnisprobleme, zweimal forderten die Fragenden ein Beispiel zum besseren Verständnis ein, wobei in einem einzigen Dialog es innerhalb eines turns eine zweimalige Rückfrage gab. In nur einem Dialog wurde vom Fragenden der Bezug zum Vorwissen hergestellt - „... ist das wie...?“.

Die Reflexion der Seminarteilnehmer\*innen über das Verfahren der erdachten Dialoge erfolgte aus zwei Perspektiven. Einerseits bezogen sich die Statements auf den Einsatz der Methode im Unterricht. Andererseits wurde die Methode als Mittel zur tiefen Unterrichtsverbereitung analysiert. Beinahe die Hälfte der Autor\*innen gab an, sich in die Rolle der Schüler\*innen eingefühlt zu haben. Aus diesem Grund formulierten sie Antworten möglichst kurz und prägnant, probierten, mögliche Schwierigkeiten schon bei der Erklärung zu antizipieren und das Vorwissen der Lernenden einzubeziehen. In einer Reflexion wurde vorgebracht, dass der erdachte Dialog dazu angeregt hätte, Relevantes leicht verständlich zusammenzufassen. Ein/e Studierende\*r vermutete, dass das Einfügen von Zeichnungen als Erklärungshilfe sinnvoll gewesen wäre.

## Diskussion der Ergebnisse / Ausblick

Erdachte Dialoge erwiesen sich als geeignete Methode, um zu verdeutlichen, welche Herangehensweisen Studierende an das Skalarprodukt favorisierten. Ebenso wie in neueren Schulbüchern wählten sie eine Betrachtung, die sowohl den geometrischen als auch den arithmetischen Zugang vereint. Drei von vier Grundvorstellungen wurden beschrieben.

Die turn-by-turn Analyse zeigte, dass Studierende in den Dialogen annahmen, ihre Erklärungen würden von den Lernenden sofort aufgenommen und verstanden. Die Anzahl der Nachfragen beschränkte sich auf ein Minimum. Die Ankündigung, dass Lernende viele Fragen stellen würden, wurde nur auf „forward“ Fragen bezogen, die die Betrachtung eines neuen Teilaspekts des Skalarprodukts motivierten. Zu keinem Zeitpunkt waren die Erklärenden in den Dialogen gefordert, Verständnisschwierigkeiten durch neue Formulierungen und differente Betrachtungsweisen zu begegnen. Den Verständnisfragen wurde mit der Erläuterung konkreter Beispiele begegnet, Gedanken zu Unterstützungsmöglichkeiten unterschiedlicher Verarbeitungstiefe, die explizit Verstehensprozesse von Lernenden in den Fokus rückten, fanden sich in einem geringen Ausmaß. Anhaltspunkte über den Umgang mit Verständnisschwierigkeiten boten nur wenige Gesprächszüge. So wurde einmal explizit auf das Vorwissen Bezug genommen, das Verwenden von Bildern zur Veranschaulichung wurde als Möglichkeit in Erwägung gezogen, unterblieb aber in der Ausführung.

Fazit: Der erdachte Dialog regt Studierende an, mathematisch-didaktische Überlegungen für einen verstehensorientierten und nachhaltigen Zugang zu einer Thematik anzustellen. Um die gedankliche Auseinandersetzung mit Verstehensprozessen von Lernenden zu intensivieren, muss der Anfangsdialog modifiziert werden. Zudem sollte ein gezielter Hinweis vor dem Niederschreiben der Dialoge das Einfließen didaktischer Leitideen motivieren. Neue Forschungsergebnisse sind durch eine modifizierte Weiterführung des Projekts zu erwarten.

## Literatur

Krummheuer, G. (2011). Inhaltsanalyse. [http://www.fallarchiv.uni-kassel.de/wp-content/uploads/2010/07/krummheuer\\_inhaltsanalyse.pdf](http://www.fallarchiv.uni-kassel.de/wp-content/uploads/2010/07/krummheuer_inhaltsanalyse.pdf), 10.03.2011

Maier, H. (2000). Schreiben im Mathematikunterricht. *mathematik lehren* 99, 10-13

Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse, Grundlagen und Techniken* (12. Auflage). Weinheim und Basel: Beltz Verlag

Shield M. & Galbraith, P. (1998). The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 36(1), 29-52

Wille, A. (2009). Selbst erdachte Dialoge. *mathematik lehren* 156, 20-26

Wille, A. (2017a). Und irgendwann im Unendlichen triffst du die 1 – Studierendenvorstellungen zu 0,  $\bar{9}$ . In: U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (1033-1036). Münster: WTM-Verlag, <https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/36744/1/BzMU-2017-WILLE.pdf>

Wille, A. (2017b). Imaginary Dialogues in Mathematics Education. *Journal für Mathematik-Didaktik* 38(1), 29-55. doi: 10.1007/s13138-016-0111-7